

جزءه درس بررسی سیستم‌ها قدرت ۱

مدرس: هشیما حسینی

منابع: بررسی سیستم‌ها قدرت جلد اول - احمد کاظمی
هادی سعادت

سرفصل‌ها:

- مفاهیم اساسی سیستم‌ها انرژی الکتریکی
- بارها و ضرایب انتقال
- رابطه ولتاژ و جریان در خطوط انتقال
- مدار معادل سیستم‌ها قدرت
- ماتریس ادیتانس و اهدانس

ارزیابی: ۱۷ نفره پایان‌ترم

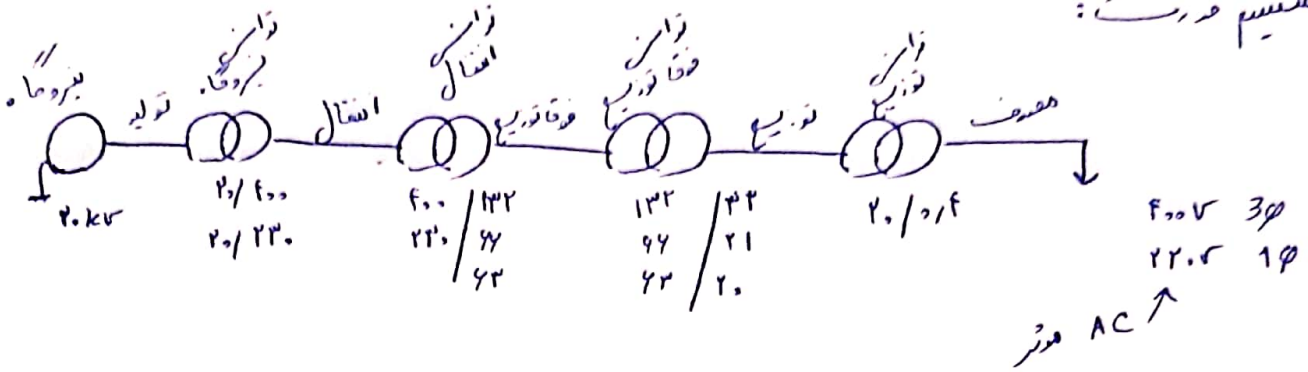
۳ نفره تمیز

m.heshmati.znu@gmail.com

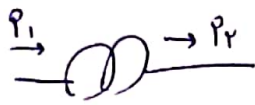
PART 1

مفاهیم اساسی سیستم‌های انرژی

سیستم قدرت:



دلیل استفاده از ترانس: افزایش ولتاژ:



طبق قانون بقا انرژی: $P_1 = P_2$

$P = VI$ $V \uparrow \Rightarrow I \downarrow \Rightarrow R I^2 \downarrow \Rightarrow$ کاهش تلفات

micro grid (؟) تولید و مصرف عملی بدون نیاز به ترانس

معرفی مفاهیم اساسی:

$$Z = R + jX$$

$$R = \text{real}(Z)$$

$$X = \text{imag}(Z)$$

$$X_L = j\omega L$$

$$X_C = \frac{1}{j\omega C}$$

یا، به عبارت دیگر:

$$Y = G + jB$$

$$G = \text{real}(Y)$$

$$B = \text{imag}(Y)$$

$$\omega = 2\pi f$$

سرعت زاویه‌ای

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

$$B = \frac{1}{X}$$

(۱) Z : اجهانس

(۲) R : ریزانس

(۳) X : راکتانس

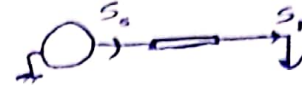
(۴) Y : ادهیانس

(۵) G : کاندوکتانس

(۶) B : سوسپانس

(۷) X_L : راکتانس خازنی

(۸) X_C : راکتانس القایی



$$S = P + jQ$$

S : توان واقعی یا فعال mVA

$$P = \text{real}(S) = S \cos \phi$$

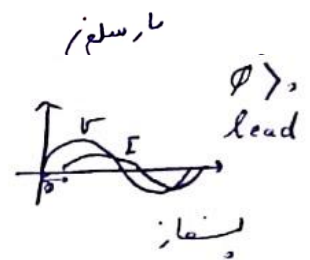
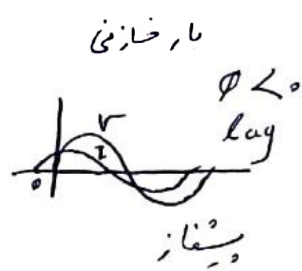
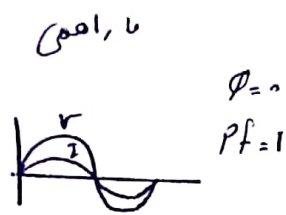
Q : توان حقیقی یا غیره P

$$Q = \text{Imag}(S) = S \sin \phi$$

R : توان واقعی mVar

ضریب توان = $\cos \phi$ power factor

$$\phi = \tan^{-1} \frac{Q}{P}$$



$$S_{1\phi} = \sqrt{3} V_L I_L^*$$

$$\rightarrow \begin{cases} P = |V| |I| \cos \phi \\ Q = |V| |I| \sin \phi \end{cases}$$

$$S_{3\phi} = 3 V_{\phi} I_{\phi}^* = \sqrt{3} I_L^* V_L$$

↓
ولتاژ و جریان فاز

پروپرت: نسبت به واحد و بدون واحد

$$O_{pu} = \frac{O_{\text{واقعی}}}{O_{\text{مقدار، هست}}}$$

بدون نشان مقدار و در یک مقدار هست
که اعداد کوچک و ملموس
که از سبب دفتر اختلاف سطح ناشی از ترانسها

V_b, I_b

$$V_{pu} = \frac{V}{V_b}$$

$$S_b = V_b I_b \Rightarrow S_{pu} = \frac{S}{S_b}$$

$$I_{pu} = \frac{I}{I_b}$$

$$P_{pu} = \frac{P}{S_b}$$

$$Q_{pu} = \frac{Q}{S_b}$$

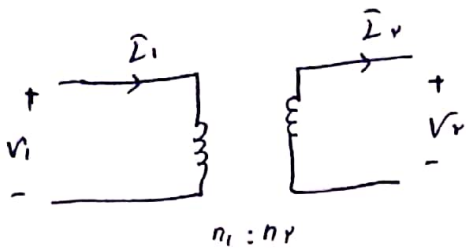
$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{V_b^2}{S_b}$$

$$Z_{pu} = \frac{Z}{Z_b}$$

$$S_{pu} = \frac{\sqrt{3} V_L I_L^*}{\sqrt{3} V_b I_b^*} = V_{pu} \times I_{pu}^*$$

$$\sum p_{u_{new}} = \sum p_{u_{old}} \left(\frac{S_{b_{new}}}{S_{b_{old}}} \right) \left(\frac{V_{b_{old}}}{V_{b_{new}}} \right)^2$$

۴. تطبیق امپدانس (انتقال امپدانس) در ترانس



در حالت ایده آل، $P_1 = P_2$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

انتقال V : $\times \frac{n \text{ مبداء}}{n \text{ مقصد}}$ انتقال I : $\times \frac{n \text{ مقصد}}{n \text{ مبداء}}$

انتقال Z, R, a : $\times \left(\frac{n \text{ مقصد}}{n \text{ مبداء}} \right)^2$

انتقال Y, G, B : $\times \left(\frac{n \text{ مبداء}}{n \text{ مقصد}} \right)^2$

- فصل دوم کتاب بررسی سیستم های قدرت ۱ احداثی

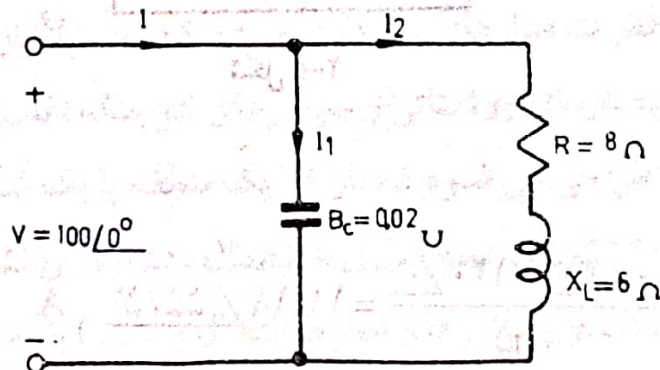
مثال ۲-۱
۲-۲
۲-۳
۲-۴

مثال

مثال ۲-۴

- مسائل انتهای فصل حل شود.

مثال ۲-۱ در شکل (۲-۴) جریان هر شاخه، جریان کل و قدرت های اکتیو و راکتیو داده شده به مدار را بدست آورید.



شکل ۲-۴

حل:

$$I_1 = Y_c V = jB_c V = j \cdot 0.02 \times 100 \angle 0^\circ = j2 = 2 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_r} = \frac{100 \angle 0^\circ}{8 + j6} = \frac{100}{10 \angle 36.9^\circ} = 10 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 2 \angle 90^\circ + 10 \angle -36.9^\circ = 8.94 \angle -26.5^\circ \text{ A}$$

$$S = VI^* = 100 \angle 0^\circ \times 8.94 \angle 26.5^\circ = 894 \angle 26.5^\circ$$

$$= 800 + j399 \text{ VA}$$

$$P = 800 \text{ W} \quad Q = 399 \text{ Var}$$

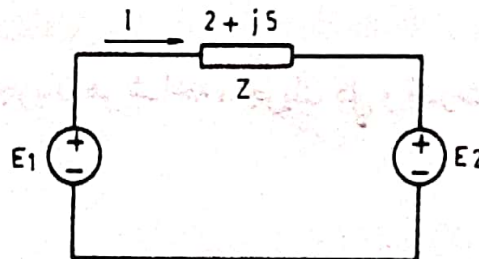
مثال ۲-۲ دو منبع ولتاژ ایده آل نشان داده شده در شکل (۲-۵) بعنوان ماشینهای الکتریکی ۱ و

۲ از طریق امپدانس $Z = 2 + j5 \Omega$ بهم متصل هستند، اگر $E_1 = 100 \angle 30^\circ \text{ V}$ و $E_2 = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$ باشند:

الف) مشخص کنید کدامیک از ماشین‌ها بعنوان مولد و کدامیک بعنوان موتور عمل می‌کنند.

ب) قدرت‌های راکتیو تولید شده یا جذب شده هر ماشین را بدست آورید.

ج) P و Q جذب شده توسط امپدانس را محاسبه کنید.



شکل ۵-۲

حل:

الف:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{100 \angle 30^\circ - 120 \angle 0^\circ}{2 + j5} = 11.18 \angle 55.5^\circ \text{ A}$$

$$S_1 = E_1 I^* = 100 \angle 30^\circ \times 11.18 \angle -55.5^\circ = 1009 - j481 \text{ VA}$$

$$S_2 = -E_2 I^* = -120 \angle 0^\circ \times 11.18 \angle -55.5^\circ = -759 + j1105 \text{ VA}$$

$$P_1 = 1009 \text{ W} \quad Q_1 = -481 \text{ Var}$$

$$P_2 = -759 \text{ W} \quad Q_2 = 1105 \text{ Var}$$

چون قدرت تولیدی ماشین ۱ برابر 1009 W و مثبت است لذا ماشین ۱ بعنوان ژنراتور عمل می‌کند. همچنین قدرت تولیدی ماشین ۲، برابر -759 W است که نشان دهنده این است که ماشین ۲ قدرت اکتیو جذب می‌کند و لذا یک موتور است.

ب: براساس نتایج بدست آمده ماشین ۲ قدرت راکتیو 1105 وار تولید و ماشین ۱ قدرت راکتیو 481 وار مصرف می‌کند.

ج: اختلاف قدرتهای اکتیو ماشین‌های ۱ و ۲ به سبب قدرت اکتیو جذب شده در امپدانس Z است که میزان آن برابر است با:

$$P = |I|^2 R = 11.18^2 \times 2 = 250 \text{ W}$$

و یا:

$$P = 1009 - 759 = 250 \text{ W}$$

به همین ترتیب اختلاف قدرتهای راکتیو ماشین های ۱ و ۲ به سبب قدرت راکتیو جذب شده در امپدانس Z می باشد که مقدار آن برابر است با:

$$Q = |I|^2 X = 11/18^2 \times 5 = 624 \text{ Var}$$

و یا:

$$Q = 1105 - 481 = 624 \text{ Var}$$

مثال ۲-۳ یک موتور سنکرون قدرت ۸ MW را در ولتاژ ۱۳۲ KV و ضریب قدرت ۰/۸ پیش فاز از یک سیستم قدرت جذب می نماید. جریان این موتور را بر حسب pu محاسبه کنید. قدرت مبنا ۱۰ MVA و ولتاژ مبنا ۱۳۸ KV انتخاب گردند.

حل:

$$P = \frac{8 \text{ MW}}{10 \text{ MVA}} = 0.8 \text{ pu}$$

$$|V| = 132KV = \frac{132KV}{138KV} = 0.956 \text{ pu}$$

$$V = 0.956 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$P = |V||I| \cos \Phi$$

$$0.8 = 0.956 \times |I| \times 0.8$$

$$|I| = 1.046 \text{ pu} \quad I = 1.046 \angle 36.9^\circ \text{ pu}$$

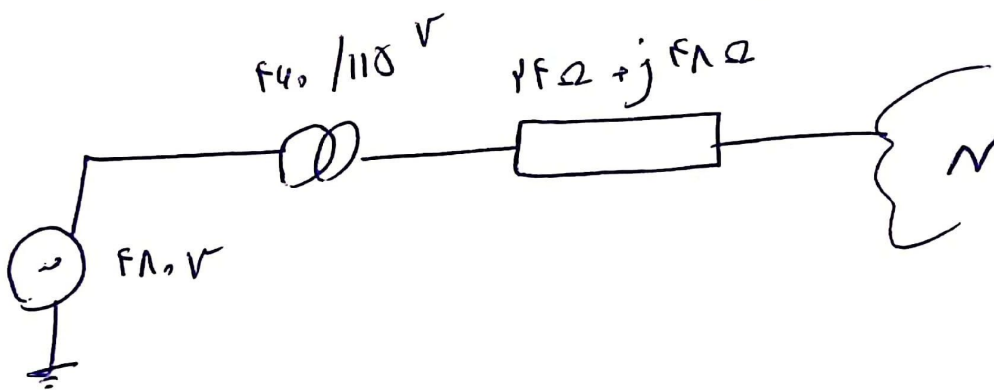
مثال ۲-۴ راکتانس یک ژنراتور در مبنای مقادیر نامی ژنراتور ۲۵۰ MVA ، ۲۱ KV برابر ۰/۲ pu می باشد. مبنای محاسبات سیستم ۱۰۰ MVA و ۲۰ KV است. راکتانس این ژنراتور را در مبنای جدید محاسبه کنید.

حل:

$$X = 0.2 \left(\frac{100}{250} \right) \left(\frac{21}{20} \right)^2 = 0.0882 \text{ pu}$$

لقد سنر فصل ۱

اخر و لتار صعبه دريسته رنده به عنوان و لتار مبنا و $S_b = 3.78 \text{ VA}$ با رنده
اميدوارن خا صيف ۱ pu است .



با سنج را به m.heshmati.znu@gmail.com ارسال كنيد .

PART 2

فصل سوم

پارامترهای خطوط انتقال

۱-۳ مقدمه

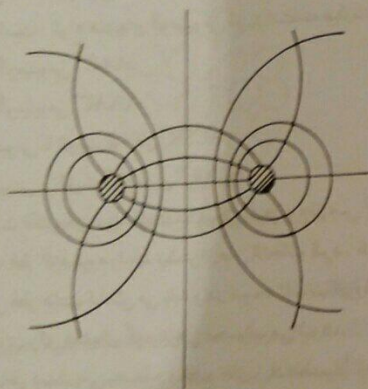
خطوط انتقال وسیله انتقال انرژی الکتریکی از محل تولید به محل های مصرف می باشند. این انرژی تحت ولتاژهای بالا از طریق خطوط هوایی، کابل های زیر زمینی و یا خطوط عایق شده با گاز انتقال می یابد. اکثر خطوط انتقال موجود در دنیا از نوع خطوط هوایی^۱ سه فاز با هادیهای لخت^۲ هستند که عایق بین هادیها هوا می باشد. با افزایش ولتاژ یک خط، افت ولتاژ و تلفات خط کاهش یافته و قابلیت انتقال قدرت^۳ افزایش می یابد.

ولتاژ خطوط انتقال از سال ۱۸۹۰ میلادی از سطح ۳۳۰۰ V به ۱۱ KV در سال ۱۸۹۶ رسید که قدرت ۱۰ MW را از آبشار نیاگارا به بوفالونیویورک با طول ۳۲ Km انتقال می داد. در سال ۱۹۳۶ خط انتقال ۲۸۷KV به طول ۴۳۰ Km با قدرت انتقالی ۲۴۰ MW نصب گردید. اولین خط انتقال ۴۰۰ KV که ژنراتورهای آبی شمال سوئد را به بارهای جنوبی آن کشور متصل می کرد شروع بکار کرد. در سال ۱۹۶۴ بهره برداری از اولین خط انتقال ۵۰۰ KV در ویرجینیا آغاز شد. در همان سال کمپانی هیدروکبک^۴ در کانادا خط انتقال ۷۳۵KV خود را بطول ۶۰۰ Km مورد استفاده قرار دارد. در سال ۱۹۶۹ خط ۷۶۵KV توسط AEP در آمریکا نصب گردید. از سال ۱۹۸۰ بیعد نیز برنامه ریزی و مطالعه جهت استفاده از خطوط ۱۱۰۰KV آغاز شده است.

1. Aerial Lines (Overhead Lines)
2. Bare Conductors
3. Power Transmittability
4. Hydro Quebec

خطوط هوایی و یا از طریق عایق های^۱ کابل ها در نظر گرفته می شود. از آنجائیکه تحت بر روی مقعره ها در خطوط هوایی قابل صرف نظر است لذا آنرا در محاسبات برابر صفر منظور می کنیم.

بر اثر عبور جریان از یک خط انتقال، میدانهای مغناطیسی و الکتریکی در اطراف آن بوجود می آیند. شکل (۳-۲) یک خط انتقال یک فاز را با میدانهای مغناطیسی و الکتریکی مربوط به آن نشان می دهد. خطوط شار مغناطیسی^۲ حلقه های بسته ای را تشکیل می دهند و خطوط شار الکتریکی^۳ از بارهای الکتریکی مثبت یک هادی شروع و به بارهای منفی روی هادی دیگر ختم می شوند.



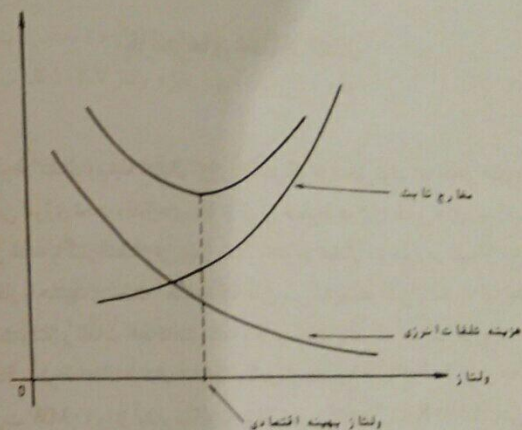
شکل ۳-۲ میدانهای مغناطیسی و الکتریکی مربوط به یک خط دو میله

تغییر جریان در هادیها باعث تغییر در تعداد خطوط مغناطیسی پیوست با مدار می گردد. اندوکتانس خاصیتی از مدار است که نسبت ولتاژ القاء شده بر اثر تغییر شار به آهنگ تغییر جریان^۴ نسبت به زمان را نشان می دهد. کاپاسیتانس پذیرده ایست که بین دو هادی بوجود

1. Insulations
2. Magnetic Flux
3. Electric Flux
4. Rate of Change of Current

رابطه (۲-۳۵) نشان می دهد که هزینه تلفات انرژی با افزایش سطح ولتاژ کاهش می یابد، در حالیکه مخارج ثابت شامل برجهای انتقال، مقعره ها و ... با زیاد شدن ولتاژ افزایش می یابد. همانطوریکه در شکل (۳-۱) نشان داده شده است، مخارج کل انتقال در سطح ولتاژ مشخصی به حداقل می رسد. این ولتاژ بهینه اقتصادی^۱ با اضافه شدن طول خط افزایش می یابد.

مخارج انتقال



شکل ۳-۱ انتخاب سطح ولتاژ بهینه اقتصادی

یک خط انتقال دارای چهار پارامتر است: اندوکتانس، کاپاسیتانس، مقاومت^۲ و کندوکتانس^۳. در این فصل سه پارامتر اول مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت. کندوکتانس بین هادیها و یا بین هادیها و زمین بخاطر جریان ناشی^۴ بر روی مقعره های^۵

1. Optimum Economic Voltage
2. Resistance
3. Conductance
4. Leakage Current
5. Insulators

می آید و برابر است با نسبت بار الکتریکی روی هادیها به اختلاف پتانسیل بین آنها، مقاومت و اندوکتانس، امپدانس های سری خط را تشکیل می دهند. گندوگشتانس و گپاسیتانس بین هادیهای یک فاز و یا بین یک هادی و نقطه صفر یک خط سه فاز، ادیتانس موازی خط انتقال هستند. گرچه مقاومت، اندوکتانس و گپاسیتانس در طول خط به طور یکنواخت گسترده اند^۱، لیکن مدار معادل خط انتقال را بصورت پارامترهای متمرکز^۲ نشان می دهند.

۳-۲ انواع هادیهای خط انتقال

در سالهای اولیه انتقال انرژی، از هادیهای مسی استفاده می شد، اما در حال حاضر هادیهای آلومینیومی کاملاً جایگزین هادیهای مسی شده اند. علت استفاده از آلومینیوم وزن سبکتر و قیمت کمتر است. انواع هادیهای آلومینیومی مورد استفاده عبارتند از:

هادی تمام آلومینیومی^۳ AAC

هادی آلیاژ آلومینیومی^۴ AAAC

هادی آلومینیومی با تقویت فولادی^۵ ACSR

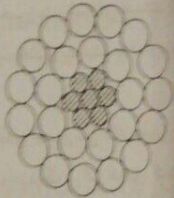
هادی آلومینیومی با تقویت آلیاژ فلزی^۶ ACAR

قابلیت هدایت الکتریکی و استقامت مکانیکی آلومینیوم از مس کمتر است. لذا برای عبور جریان مساوی، قطر آلومینیوم را باید بیشتر از مس انتخاب کرد. تنش الکتریکی^۷ هادی آلومینیومی با افزایش قطر هادی کاهش می یابد و در نتیجه تلفات کرون^۸ کم می شود و این موضوع نیز امتیاز دیگری برای هادیهای آلومینیومی محسوب می شود.

در عمل بخاطر دست یابی به سطح مقطع های زیاد معمولاً از هادیهای رشته ای^۹

1. Uniformly Distributed
2. Lumped Parameters
3. All Aluminum Conductor
4. All Aluminum Alloy Conductor
5. Aluminum conductor Steel Reinforced
6. Aluminum Conductor Alloy Reinforced
7. Electrical Stress
8. Corona Loss
9. Stranded Conductors

استفاده می شود. این رشته ها از نظر الکتریکی موازی یکدیگر بوده و در طول هادی به صورت مارپیچ بر روی هم قرار دارند. برای بالا بردن استقامت مکانیکی هادیها، درون آنها را با رشته های فولادی یا آلیاژهای فلزی دیگر تقویت می کنند. بطوریکه یکی از انواع هادیهای ACSR و یا ACAR بدست می آید. هادی ACSR بیشتر از تمام هادیهای ذکر شده در خطوط انتقال بکار می رود. شکل (۳-۳) یک هادی آلومینیومی با تقویت فولادی (ACSR) را نشان می دهد. در این هادی ۷ رشته فولادی هست مرکزی را تشکیل می دهند و اطراف آنها ۲۴ لایه از رشته های آلومینیومی قرار دارند. رشته های آلومینیومی در ۲۴ لایه خارجی ۲۴ عدد می باشند. مشخصات چنین هادی بصورت ۲۴Al/VS^۱ و یا بطور خلاصه ۲۴/۷ نشان داده می شود.



شکل ۳-۳ هادی آلومینیومی با تقویت فولادی ۲۴/۷

۳-۳ مقاومت خطوط انتقال

عامل اصلی تلفات توان در یک خط انتقال مقاومت اهمی آن می باشد. مقاومت موثر یک خط انتقال که به مقاومت AC موسوم است طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$R = \frac{\text{تلفات قدرت در هادی}}{|I|^2} \quad \Omega \quad (3-1)$$

در این رابطه تلفات قدرت بر حسب وات و I جریانی موثر هادی بر حسب آمپر می باشد. مقاومت DC خط انتقال برابر است با:

$$R_0 = \frac{\rho l}{A} \quad \Omega \quad (3-2)$$

در این رابطه ρ مقاومت ویژه هادی بر حسب اهم-متر، A طول هادی بر حسب متر و سطح مقطع هادی بر حسب متر مربع است. مقدار ρ برای آلومینیوم در حرارت ۲۰ درجه سانتیگراد برابر $\Omega \cdot m = 2.83 \times 10^{-8}$ است. مقدار مقاومت ویژه ρ و در نتیجه مقاومت DC بر اثر

باشند داریم:

$$R_r = R_c [1 + \alpha(t_r - t_c)] \quad (3-3)$$

در این رابطه α ضریب حرارت هادی است. این ضریب برای آلومینیوم در حرارت 20° درجه سانتیگراد برابر 0.0039 می باشد. در رابطه (3-3) می توان t_c را برابر 20° در نظر گرفت و با استفاده از $\alpha = 0.0039$ و R_c که مقاومت هادی در 20° می باشد مقاومت هادی R_r را در درجه حرارت t_r بدست آورد.

مقاومت موثر AC چند درصد از مقاومت DC بیشتر است زیرا:

۱- هادیهای خطوط انتقال بصورت رشته ای هستند که بصورت مارپیچ روی هم قرار گرفته اند، لذا طول رشته ها از طول هادی بیشتر بوده و در نتیجه مقاومت خط افزایش می یابد.

۲- جریان AC که از یک هادی عبور می کند بطور یکنواخت در سطح مقطع هادی توزیع نمی شود بلکه چگالی جریان در نزدیک مرکز هادی کمتر بوده و تمایل دارد که در سطح جانبی هادی تمرکز یابد. این موضوع به اثر پوستی^۱ معروف است. اثر پوستی باعث کاهش سطح مقطع موثر و در نتیجه افزایش مقاومت هادی می گردد.

۳-۴ تعریف اندوکتانس

ولتاژ القاء شده^۲ در یک مدار برابر است با آهنگ تغییرات شار پیوست^۳ نسبت به زمان در آن مدار:

$$e = \frac{d\tau}{dt} \quad (3-4)$$

در این رابطه e ولتاژ القاء شده بر حسب ولت و τ شار پیوست مدار بر حسب وبر-دور (wb-t) می باشد.

بر اثر تغییر جریان یک مدار، میدان مغناطیسی آن (که با شار پیوست بیان می شود) نیز

1. Skin Effect
2. Induced Voltage
3. Linkage Flux

تغییر می کند و اگر ضریب نفوذ مغناطیسی^۱ ثابت فرض شود شار پیوست متناسب است با جریان، و بنابراین ولتاژ القاء شده متناسب است با آهنگ تغییرات جریان نسبت به زمان. این تناسب را می توان بصورت زیر نوشت:

$$e = L \frac{di}{dt} \quad (3-5)$$

که L ضریب تناسب رابطه فوق اندوکتانس نامیده می شود و واحد آن هنری (H) است. با مقایسه دو رابطه (3-4) و (3-5) داریم:

$$L = \frac{d\tau}{di} \quad H \quad (3-6)$$

اگر شار مغناطیسی پیوست مدار بر حسب جریان بصورت خطی تغییر کند (ضریب نفوذ مغناطیسی ثابت باشد) داریم:

$$L = \frac{\tau}{i} \quad H \quad (3-7)$$

در اینجا τ و L مقادیر لحظه ای شار پیوست و جریان الکتریکی هستند. اگر جریان سینوسی باشد شار پیوست نیز سینوسی بوده و چنانچه ψ و L مقادیر فازور شار پیوست و جریان در نظر گرفته شوند خواهیم داشت:

$$\psi = LI \quad \text{یا} \quad L = \frac{\psi}{I} \quad (3-8)$$

چون ψ و L هم فاز هستند L یک عدد حقیقی خواهد بود. مقدار فازور افت ولتاژ بر اثر شار پیوست نیز از رابطه زیر بدست می آید:

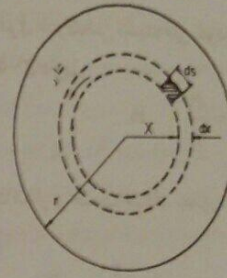
$$V = j\omega LI = j\omega\psi \quad (3-9)$$

۳-۵ اندوکتانس یک هادی بر اثر شار داخلی^۲

تغییر خطوط شار در داخل هادی، در ولتاژ القاء شده مدار و در نتیجه اندوکتانس آن

1. Permeability
2. Internal Flux

مؤثر است، در شکل (۳-۴) سطح مقطع یک هادی استوانه ای بلند حامل جریان I نشان داده شده است. مسیر برگشت جریان به اندازه ای دور فرض می شود که تأثیری بر میدان مغناطیسی این هادی ندارد. بنابراین خطوط شار هم مرکز با هادی هستند.



شکل ۳-۴ سطح مقطع یک هادی استوانه ای

جریان محصور شده به شعاع x برابر است با:

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I = \frac{x^2}{r^2} I$$

در این رابطه I جریان کل هادی و x شعاع هادی می باشد. چنانچه رابطه قانون آمپر را برای مسیر به شعاع x بنویسیم:

$$I_x = \oint H_x ds$$

که H_x شدت میدان مغناطیسی^۱ در هر نقطه از مسیر دایره ای به شعاع x بر حسب آمپر دور بر متر (At/m) می باشد، با فرض توزیع یکنواخت چگالی جریان^۲ داریم:

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi x} = \frac{x^2}{r^2} I \frac{1}{2\pi x} = \frac{x}{2\pi r^2} I \quad \text{At/m}$$

1. Magnetic Field Intensity

2. Current Density

چگالی شار^۱ در فاصله x از مرکز هادی برابر است با:

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} \quad \text{wb/m}^2$$

در اینجا μ ضریب نفوذ مغناطیسی هادی می باشد. برای عنصر با ضخامت dx در شکل (۳-۴) شار مغناطیسی در واحد طول برابر است با:

$$d\Phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx \quad \text{wb/m}$$

شار پیوست در واحد طول $d\psi$ که بر اثر شار عنصر با ضخامت dx بوجود می آید برابر است با:

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\Phi = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^2} dx \quad \text{wb/m}$$

با انتگرال گیری در فاصله $x=0$ تا $x=r$ کل شار پیوست داخلی محاسبه می شود:

$$\psi_{in} = \int_0^r \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^2} dx$$

$$\psi_{in} = \frac{\mu I}{8\pi} \quad \text{wb/m} \quad (3-10)$$

در صورتیکه ضریب نفوذ مغناطیسی نسبی برابر یک باشد ($\mu_r = 1$) در اینصورت:

$$\mu = \mu_r \mu_0 = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad \text{H/m} \quad (3-11)$$

$$\psi_{in} = \frac{1}{8} I \times 10^{-7} \quad \text{wb/m} \quad (3-12)$$

و لذا می توان اندوکتانس هادی بر اثر شار داخلی را از رابطه $L_{in} = \frac{\psi_{in}}{I}$ مطابق زیر نشان داد:

$$L_{in} = \frac{1}{8} \times 10^{-7} \quad \text{H/m} \quad (3-13)$$

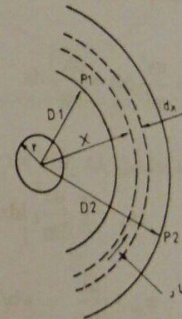
1. Flux Density

شکل (۳-۵) یک هادی استوانه ای با شعاع r حامل جریان I را نشان می دهد. دو نقطه P_1 و P_2 را در فواصل D_1 و D_2 از مرکز هادی در نظر بگیرید. شدت میدان مغناطیسی در نقطه ای به فاصله x از مرکز هادی طبق قانون آمپر برابر است با:

$$H_x = \frac{I}{2\pi x} \quad \text{At/m}$$

برای عنصر با ضخامت dx که در شکل (۳-۵) نشان داده شده است چگالی شار از رابطه زیر بدست می آید:

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x} \quad \text{wb/m}^2$$



شکل ۳-۵ هادی استوانه ای و شار پیوست خارجی

شار $d\Phi$ در عنصر با ضخامت dx برای طول یک متر برابر است با:

$$d\Phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \quad \text{wb/m}$$

شار خارجی ψ هادی با تمام جریان هادی پیوست می باشد، بنابراین:

$$d\psi = d\Phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \quad \text{wb/m}$$

1. External Flux

شار پیوست کل بین نقاط P_1 و P_2 با انتگرال گیری از رابطه فوق در حدود $D_1 = x$ و $x = D_2$ بدست می آید:

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad \text{wb-t/m}$$

برای $\mu_r = 1$ و $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ داریم:

$$\psi_{12} = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_2}{D_1} \quad \text{wb-t/m} \quad (3-14)$$

اندوکتانس هادی فقط بر اثر شار محصور بین P_1 و P_2 برابر است با:

$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad \text{H/m} \quad (3-15)$$

۳-۷ اندوکتانس خط یک فاز دو سیمه

در شکل (۳-۶) دو هادی استوانه ای توپر با شعاع های r_1 و r_2 که به فاصله D از یکدیگر قرار گرفته اند نشان داده شده است. ابتدا فقط شار پیوست مدار را که بر اثر جریان هادی ۱ ایجاد می شود در نظر می گیریم. اندوکتانس مدار بر اثر عبور جریان از هادی ۱ از مجموع اندوکتانس های بدست آمده بر اثر شار پیوست داخلی و خارجی هادی بدست می آید.

$$L_{1_{int}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1} \quad \text{H/m} \quad (3-16)$$

و اندوکتانس فقط بخاطر شار داخلی نیز مطابق رابطه (۳-۱۳) برابر است با:

$$L_{1_{int}} = \frac{1}{4} \times 10^{-7} \quad \text{H/m}$$

کل اندوکتانس مدار بخاطر عبور جریان از هادی ۱ از رابطه زیر حساب می شود:

$$L_1 = \left(\frac{1}{4} + 2 \ln \frac{D}{r_1} \right) 10^{-7} = 2 \times 10^{-7} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{r_1} \right)$$

معمولاً شعاع هادیهای یک خط تک فاز مساوی هستند، لذا با جایگزینی $r'_1 = r'_2 = r'_1$ در رابطه (۳-۲۱) داریم:

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad \text{H/m} \quad (3-22)$$

در این رابطه $r' = 0.7788r$ شعاع متوسط هندسی GMR هر یک از هادیهای خط تک فاز می باشد. رابطه (۳-۲۲) اندوکتانس یک خط دو سیمه را نشان می دهد. اندوکتانس هر هادی نصف آن بوده و از رابطه زیر بدست می آید:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad \text{H/m} \quad (3-23)$$

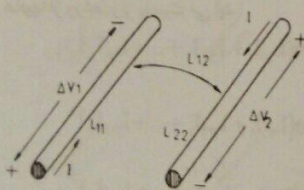
اندوکتانس خط یک فاز دو سیمه را می توان بر حسب اندوکتانس ظاهری خود القاء^۱ هر هادی و اندوکتانس ظاهری متقابل^۲ بین آنها نوشت. شکل (۳-۷) خط یک فاز را در واحد طول (یک متر) نشان می دهد. اندوکتانس های ظاهری خود القاء دو هادی در واحد طول به ترتیب با L_{11} و L_{22} و اندوکتانس ظاهری متقابل آنها در واحد طول با L_{12} نشان داده شده است. افت ولتاژهای ΔV_1 و ΔV_2 (افت ولتاژ در واحد طول هر یک از هادیها) از روابط زیر بدست می آیند:

$$\Delta V_1 = j\omega L_{11}I - j\omega L_{12}I$$

$$\Delta V_2 = j\omega L_{22}I - j\omega L_{12}I$$

افت ولتاژ کل در مدار این چنین محاسبه می شود:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = j\omega(L_{11} + L_{22} - 2L_{12})I$$



شکل ۳-۷ خط یک فاز دو سیمه در واحد طول

1. Apparent Self Inductance
2. Apparent Mutual Inductance

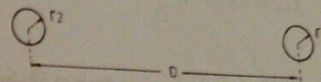
$$= 2 \times 10^{-7} \left(\ln e^{\frac{1}{2}} + \ln \frac{D}{r_1} \right) = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1 e^{\frac{1}{2}}} \quad \text{H/m}$$

اگر r'_1 را برای $r_1 e^{\frac{1}{2}}$ جایگزین کنیم داریم:

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_1} \quad \text{H/m} \quad (3-17)$$

در این رابطه r'_1 را می توان شعاع یک هادی فرضی در نظر گرفت که اندوکتانس داخلی آن صفر بوده لیکن اندوکتانس آن با اندوکتانس هادی واقعی با شعاع r_1 برابر است.

$$r'_1 = r_1 e^{\frac{1}{2}} = 0.7788 r_1 \quad (3-18)$$



شکل ۳-۶ خط یک فاز دو سیمه

با توجه به روابط (۳-۱۷) و (۳-۱۸) در محاسبات اندوکتانس، از اندوکتانس داخلی صرف نظر می کنیم و در عوض بجای شعاع r از r' استفاده کرده و از رابطه (۳-۱۷) مستقیماً اندوکتانس را بدست می آوریم. کمیت r'_1 بعنوان «شعاع متوسط هندسی^۱ هادی توپر (GMR) معروف است.

بطور مشابه اندوکتانس مدار بر اثر عبور جریان از هادی ۲ برابر است با:

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_2} \quad \text{H/m} \quad (3-19)$$

$$r'_2 = r_2 e^{\frac{1}{2}} = 0.7788 r_2 \quad (3-20)$$

و اندوکتانس کل مدار این چنین محاسبه می شود:

$$L = L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt{r_1 r_2}} \quad \text{H/m} \quad (3-21)$$

1. Geometric Mean Radius

$$L = L_{11} + L_{rr} - 2L_{1r} \quad \text{H/m} \quad (3-24)$$

اندوکتانس خط را با توجه به رابطه (3-21) بصورت زیر می توان نوشت:

$$L = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r_1'} + \ln \frac{1}{r_r'} - 2 \ln \frac{1}{D} \right) \quad \text{H/m}$$

به این ترتیب اندوکتانس های ظاهری خود القاء و القاء متقابل بصورت زیر تعریف می شوند:

$$L_{11} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r_1'}$$

$$L_{rr} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r_r'} \quad (3-25)$$

$$L_{1r} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{D}$$

3-8 بررسی مجتمع هادیها

مطالعه مجتمعی که دارای چندین هادی می باشد ما را قادر می سازد تا بتوانیم اندوکتانس چنین هادی هائی را در وضعیت های مختلف بدست آوریم. گروهی از هادیها را مطابق شکل (3-8) در نظر بگیرید. مجموع جریان این هادیها برابر صفر است. افت ولتاژ در واحد طول هر یک از این هادیها از روابط زیر بدست می آید:

$$V_1 = j\omega(L_{11}I_1 + L_{1r}I_r + \dots + L_{1n}I_n)$$

$$V_r = j\omega(L_{r1}I_1 + L_{rr}I_r + \dots + L_{rn}I_n) \quad (3-26)$$

\vdots

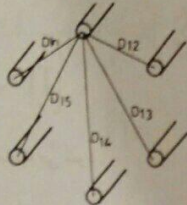
$$V_n = j\omega(L_{n1}I_1 + L_{nr}I_r + \dots + L_{nn}I_n)$$

هر یک از اندوکتانس های ظاهری خود القاء و القاء متقابل L_{jj} و L_{jk} از روابط زیر محاسبه

می شوند:

$$L_{jj} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r_j'} \quad \text{H/m} \quad (3-27)$$

$$L_{jk} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{D_{jk}} \quad \text{H/m} \quad (3-28)$$

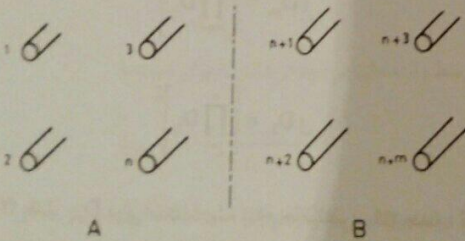


شکل 3-8 مجتمع Π هادی

در این روابط r_j شعاع هادی شماره j و D_{jk} فاصله دو هادی j و k از یکدیگر می باشد.

3-9 اندوکتانس خطوط انتقال مرکب¹

یکی از کاربردهای مهم معادلات (3-26) محاسبه اندوکتانس خط یک فاز دو سیمه مرکب می باشد. فرض کنید که هادی A (هادی رفت) از n رشته مشابه با جریان $\frac{I}{n}$ و هادی B (هادی برگشت) از m رشته مشابه با جریان $-\frac{I}{m}$ تشکیل شده باشند.



شکل 3-9 سیستم یک فاز با دو هادی مرکب

$$V_1 = 2 \times 10^{-9} j\omega \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \ln \frac{1}{D_{1j}} - \frac{1}{m} \sum_{j=n+1}^{n+m} \ln \frac{1}{D_{1j}} \right) \quad (3-29)$$

از طرفی می توان نوشت:

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \ln \frac{1}{D_{1j}} = \ln \frac{1}{\left[\prod_{j=1}^n D_{1j} \right]^{\frac{1}{n}}}$$

بنابراین افت ولتاژ V_1 این چنین محاسبه می شود:

$$V_1 = 2 \times 10^{-9} j\omega I \ln \frac{\left[\prod_{j=n+1}^{n+m} D_{1j} \right]^{\frac{1}{m}}}{\left[\prod_{j=1}^n D_{1j} \right]^{\frac{1}{n}}} \quad (3-30)$$

در این رابطه $D_{11} = r_1'$ بوده و علامت \prod نشان دهنده عامل ضرب است. صورت و مخرج رابطه (3-30) را می توان مطابق زیر تعریف نمود:

$$D_m = \left[\prod_{j=n+1}^{n+m} D_{1j} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (3-31)$$

$$D_n = \left[\prod_{j=1}^n D_{1j} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3-32)$$

در رابطه (3-31) مقدار D_m برابر است با ریشه m ام حاصلضرب m جمله، که هر یک از این جملات فاصله رشته هادی ۱ از همه رشته های هادی B می باشد. در رابطه (3-32) نیز D_n برابر است با ریشه n ام حاصلضرب n جمله، که هر یک از جملات فاصله رشته هادی ۱ از همه

رشته های هادی A می باشد. به این ترتیب داریم:

$$V_1 = 2 \times 10^{-9} j\omega I \ln \frac{D_m}{D_n} \quad (3-33)$$

برای رشته شماره i در هادی A می توان نوشت:

$$V_i = 2 \times 10^{-9} j\omega I \ln \frac{D_{mi}}{D_{ni}} \quad (3-34)$$

$$D_{mi} = \left[\prod_{j=n+1}^{n+m} D_{ij} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (3-35)$$

$$D_{ni} = \left[\prod_{j=1}^n D_{ij} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3-36)$$

اندوکتانس L_{1i} برای رشته هادی شماره i از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_i = j\omega L_{1i} I_i = j\omega L_{1i} \frac{I}{n} \quad (3-37)$$

از مقایسه دو رابطه (3-34) و (3-37) داریم:

$$L_{1i} = 2 \times 10^{-9} n \ln \frac{D_{mi}}{D_{ni}} \quad (3-38)$$

اندوکتانس متوسط رشته های موجود در هادی A برابر است با:

$$L_{av} = \frac{L_1 + L_2 + \dots + L_n}{n}$$

و چون n رشته در هادی A با یکدیگر موازی هستند لذا اندوکتانس کل هادی A برابر است با:

$$L_A = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_1 + L_2 + \dots + L_n}{n^2} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n L_{1i} \quad (3-39)$$

با جایگزینی L_i در رابطه (۳-۳۹) اندوکتانس هادی A بدست می آید:

$$L_A = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\left[\prod_{i=1}^n D_{m_i} \right]^{\frac{1}{n}}}{\left[\prod_{i=1}^n D_{s_i} \right]^{\frac{1}{n}}} \quad (3-40)$$

صورت و مخرج رابطه (۳-۴۰) را مطابق زیر تعریف می کنیم:

$$D_m = \left[\prod_{i=1}^n D_{m_i} \right]^{\frac{1}{n}} = \left[\prod_{i=1}^n \prod_{j=n+1}^{n+m} D_{ij} \right]^{\frac{1}{nm}} \quad (3-41)$$

$$D_{s_A} = \left[\prod_{i=1}^n D_{s_i} \right]^{\frac{1}{n}} = \left[\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^n D_{ij} \right]^{\frac{1}{n^2}} \quad (3-42)$$

D_m ریشه nm ام حاصلضرب nm جمله است که این جملات فواصل n رشته مربوط به هادی A از m رشته مربوط به هادی B می باشند. D_m را فاصله متوسط هندسی^۱ نامیده آت را با علامت اختصاری GMD نیز نشان می دهند. D_{s_A} ریشه n^2 ام حاصلضرب n^2 جمله است که این جملات فواصل n رشته مربوط به هادی A از یکدیگر می باشند. باید دقت نمود که جمله D_{ii} برابر r_i است. D_{s_A} را شعاع متوسط هندسی^۲ هادی A می نامند و آنرا با علامت اختصاری GMR نشان می دهند. رابطه اندوکتانس هادی A را می توان این چنین نوشت:

$$L_A = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_{s_A}} \quad \text{H/m} \quad (3-43)$$

اندوکتانس هادی B نیز به روش مشابهی قابل محاسبه است. اندوکتانس کل مدار نیز از جمع اندوکتانس های دو هادی A و B بدست می آید.

در خط انتقال هادی های A و B کاملاً مشابه هستند، لذا اندوکتانس هر یک از هادی

1. Geometric Mean Distance
2. Geometric Mean Radius

ها را می توان از رابطه زیر تعیین کرد:

$$L = L_A = L_B = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\text{GMD}}{\text{GMR}} \quad \text{H/m} \quad (3-44)$$

در این رابطه:

$$\text{GMD} = \left[\prod_{i=1}^n \prod_{j=n+1}^{n+m} D_{ij} \right]^{\frac{1}{n^2}} \quad (3-45)$$

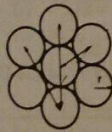
$$\text{GMR} = \left[\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^n D_{ij} \right]^{\frac{1}{n^2}} \quad (3-46)$$

روابط کلی (۳-۴۱) و (۳-۴۲) را به شکل های زیر نیز می توان نوشت:

$$D_m = \sqrt[nm]{D_{1,n+1} \dots D_{1,n+m} D_{2,n+1} \dots D_{2,n+m} \dots D_{n,n+1} \dots D_{n,n+m}} \quad (3-47)$$

$$D_{s_A} = \sqrt[n^2]{(D_{11} \dots D_{1n})(D_{21} \dots D_{2n}) \dots (D_{n1} \dots D_{nn})} \quad (3-48)$$

مثال ۳-۱ یک هادی ۷ رشته ای با شعاع r مطابق شکل (۳-۱۰) را در نظر بگیرید. D_s یا GMR این هادی را محاسبه کنید.



شکل ۳-۱۰ هادی ۷ رشته ای

حل:

$$D_s = \sqrt[7]{r^7 (2r)^{12} (2\sqrt{3}r)^{12} (4r)^6} \\ = \sqrt[7]{(0.7788)^7 r^7 (2r)^{12} (2\sqrt{3}r)^{12} (4r)^6} = 2.1767r$$

مثال ۳-۲ یک خط انتقال یک فاز مطابق شکل (۳-۱۱) از سه سیم توپر به شعاع ۰.۲۵cm برای

برای هادی B نیز GMR این چنین محاسبه می شود:

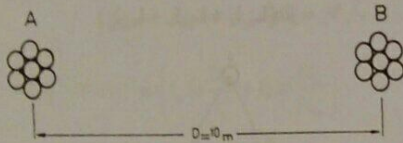
$$D_{S_B} = \sqrt[3]{(0.5 \times 0.7788 \times 10^{-7})^2 \times 5^2} = 0.1395 \text{ m}$$

$$L_A = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{8/51}{0.1395} = 5/99 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L_B = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{8/51}{0.1395} = 8/22 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L = L_A + L_B = 14/21 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$= 1/421 \text{ mH/Km}$$



شکل ۳-۱۲ خط یک فاز با هادیهای رشته ای

اگر خط یک فاز از دو هادی رشته ای تشکیل شده باشد احتیاجی به محاسبه GMD نیست و این مقدار برابر با فاصله مرکز دو هادی می باشد. مثلاً اگر هادی مثال (۳-۱)، ۷ رشته ای، بعنوان هادی رفت و برگشت انتخاب شود و فاصله هادیها از یکدیگر مطابق شکل (۳-۱۲) برابر ۱۰m و شعاع هر رشته در هادیها ۰/۸۴ cm باشد داریم:

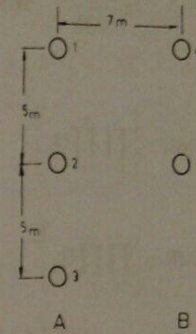
$$D_m = D = 10 \text{ m}$$

$$D_{S_A} = D_{S_B} = 2/1767 \times 0.84 \times 10^{-7} = 0.183 \text{ m}$$

$$L_A = L_B = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10}{0.183} = 12/6 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

اگر در شکل (۳-۱۱) هادیهای بکار رفته هر کدام رشته ای باشند در اینصورت در رابطه

هادی رفت و دو سیم توپر به شعاع ۰/۵ cm برای هادی برگشت تشکیل شده است و اندک کتاژ هادی رفت از هادیهای رفت و برگشت و اندوکتانس کل خط را بدست آورید.



شکل ۳-۱۱ مربوط به مثال (۳-۲)

حل: ابتدا GMD بین هادی های A و B را بدست می آوریم:

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23} D_{22} D_{33} D_{11}}$$

$$D_{12} = D_{23} = 7 \text{ m}$$

$$D_{13} = D_{22} = D_{33} = \sqrt{5^2 + 7^2} = 8/6 \text{ m}$$

$$D_{22} = \sqrt{0.7^2 + 7^2} = 12/2 \text{ m}$$

$$D_m = \sqrt[3]{7^2 \times 8/6^2 \times 12/2} = 8/51 \text{ m}$$

حال GMR را برای هادی A محاسبه می کنیم:

$$D_{S_A} = \sqrt[3]{D_{11} D_{12} D_{13} D_{22} D_{23} D_{33} D_{22} D_{33} D_{11}} \quad (3-49)$$

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = r' = 0.025 \times 0.7788 = 0.0195 \text{ m}$$

$$D_s = \sqrt[3]{(0.0195)^2 \times 5^2 \times 10^2} = 0.426 \text{ m}$$

$$V_a = 2 \times 10^{-9} j\omega \left(I_a \ln \frac{1}{r'_a} + I_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c \ln \frac{1}{D_{ac}} \right)$$

$$V_b = 2 \times 10^{-9} j\omega \left(I_a \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_b \ln \frac{1}{r'_b} + I_c \ln \frac{1}{D_{bc}} \right) \quad (3-51)$$

$$V_c = 2 \times 10^{-9} j\omega \left(I_a \ln \frac{1}{D_{ac}} + I_b \ln \frac{1}{D_{bc}} + I_c \ln \frac{1}{r'_c} \right)$$

در روابط فوق فرض بر این بوده است که هادیها توپر باشند. اگر هادیها بصورت رشته ای باشند بجای r'_a باید D_{sa} ، بجای r'_b باید D_{sb} و بجای r'_c باید D_{sc} را جایگزین نمود. با توجه به اینکه در سیستم های متقارن سه فاز $I_a + I_b + I_c = 0$ است، لذا در هریک از معادلات فوق می توان یکی از جریانه را حذف نمود. بنابراین:

$$V_a = 2 \times 10^{-9} j\omega \left(I_a \ln \frac{D_{bc}}{r'_a} + I_b \ln \frac{D_{ac}}{D_{ab}} \right)$$

$$V_b = 2 \times 10^{-9} j\omega \left(I_a \ln \frac{D_{bc}}{D_{ab}} + I_b \ln \frac{D_{ac}}{r'_b} \right) \quad (3-52)$$

$$V_c = 2 \times 10^{-9} j\omega \left(I_b \ln \frac{D_{ac}}{D_{bc}} + I_c \ln \frac{D_{ab}}{r'_c} \right)$$

این روابط نشان می دهند که افت ولتاژ در هر فاز فقط به جریان آن فاز بستگی ندارد و اندوکتانس ها برای سه فاز با هم مساوی نخواهند بود.

در حالتی که هادیهای سه فاز یکسان بوده و فاصله آنها از یکدیگر مساوی باشد

$$\begin{aligned} D_{ab} &= D_{bc} = D_{ac} = D \\ r'_a &= r'_b = r'_c = r' \end{aligned} \quad \text{داریم:}$$

با جایگزینی این مقادیر در رابطه (3-51) خواهیم داشت:

$$V_a = 2 \times 10^{-9} j\omega I_a \ln \frac{D}{r'}$$

(3-49) باید مسافت $D_{sa} = 2/176/r'_a$ و $D_{sb} = 2/176/r'_b$ و $D_{sc} = 2/176/r'_c$ بدست آورد و برای هادیهای ۴ و ۵ نیز باید به همین ترتیب عمل نمود تا L_{ss} تعیین شود.

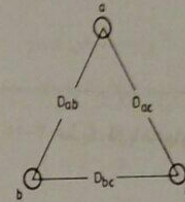
۳-۱۰ اندوکتانس خطوط انتقال سه فاز

هادیهای یک خط انتقال سه فاز مطابق شکل (3-13) نشان داده شده اند. افت ولتاژ در واحد طول هر یک از فازها را می توان بصورت زیر نوشت:

$$V_a = j\omega(L_{aa}I_a + L_{ab}I_b + L_{ac}I_c)$$

$$V_b = j\omega(L_{ab}I_a + L_{bb}I_b + L_{bc}I_c)$$

$$V_c = j\omega(L_{ac}I_a + L_{bc}I_b + L_{cc}I_c)$$



شکل 3-13 نمایش خط سه فاز

در این روابط L_{aa} و L_{bb} و L_{cc} اندوکتانس های ظاهری خود القاء هر یک از فازها و L_{ab} و L_{bc} و L_{ac} اندوکتانس های ظاهری القاء متقابل بین هر یک از دو فاز می باشند. L_{aa} و L_{bb} را می توان بصورت زیر نوشت:

$$L_{aa} = 2 \times 10^{-9} \ln \frac{1}{r'_a} \quad (3-50)$$

$$L_{ab} = 2 \times 10^{-9} \ln \frac{1}{D_{ab}}$$

بقیه اندوکتانس ها نیز بطریق مشابه بدست می آیند. بنابراین داریم:

www.powerjam.ir در هر یک از فواصل، اندوکتانس های فازهای a و b و c با یکدیگر متفاوت است، لیکن چون هر سه فاز در سه فاصله مذکور هر سه موقعیت ۱ و ۲ و ۳ را اشغال می کنند، اندوکتانس فازها در یک سیکل کامل جابجایی با یکدیگر مساوی خواهد شد. روابط افت ولتاژ در واحد طول را در فاصله های I و II و III با استفاده از رابطه (۳-۵۱) برای فاز a می نویسیم:

$$V_{aI} = 2 \times 10^{-7} j \omega \left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{Ir}} + I_c \ln \frac{1}{D_{Ir}} \right)$$

$$V_{aII} = 2 \times 10^{-7} j \omega \left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{Ir}} + I_c \ln \frac{1}{D_{Ir}} \right)$$

$$V_{aIII} = 2 \times 10^{-7} j \omega \left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{Ir}} + I_c \ln \frac{1}{D_{Ir}} \right)$$

در این روابط برای حالت کلی از D_s استفاده کرده ایم. اگر هادیها توپر باشند بجای D_s از مقدار r' استفاده می کنیم و اگر هادیها رشته ای باشند D_s را محاسبه کرده و در این روابط قرار می دهیم. افت ولتاژ متوسط برای فاز a برابر است با:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{aI} + V_{aII} + V_{aIII})$$

$$= 2 \times 10^{-7} j \omega \left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{[D_{Ir} D_{Ir} D_{Ir}]^{\frac{1}{3}}} + I_c \ln \frac{1}{[D_{Ir} D_{Ir} D_{Ir}]^{\frac{1}{3}}} \right)$$

از طرفی داریم:

$$I_b + I_c = -I_a$$

لذا خواهیم داشت:

$$V_a = 2 \times 10^{-7} j \omega I_a \ln \frac{[D_{Ir} D_{Ir} D_{Ir}]^{\frac{1}{3}}}{D_s}$$

$$V_b = 2 \times 10^{-7} j \omega I_b \ln \frac{D}{r'}$$

$$V_c = 2 \times 10^{-7} j \omega I_c \ln \frac{D}{r'}$$

و بنابراین:

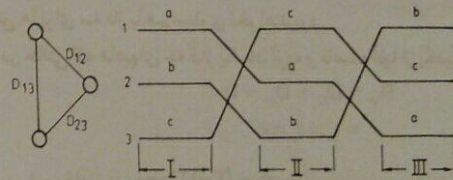
$$L_a = L_b = L_c = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad \text{H/m} \quad (3-53)$$

و این رابطه نشان می دهد که اندوکتانس هر سه فاز با یکدیگر برابرند. اگر هر فاز بصورت هادی رشته ای باشد بجای r' از D_s استفاده می شود:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \quad \text{H/m} \quad (3-54)$$

۳-۱۱ جابجایی^۱ فازها در خط انتقال سه فاز

اگر فواصل هادیهای یک خط سه فاز با یکدیگر برابر نباشند اندوکتانس فازها با یکدیگر مساوی نبوده و سیستم قدرت نامتقارن می گردد. از طرف دیگر تنها راه حل تقارن سیستم ها استفاده از مثلث متساوی الاضلاع هادیها نمی باشد و آرایش های مختلفی برای نصب هادی ها موجود است. یکی از روش های متقارن کردن یک خط انتقال، جابجایی فازها است. شکل (۳-۱۴) یک سیکل کامل از جابجایی فازها را نشان می دهد. در این سیکل که دارای سه فاصله مساوی می باشد، هر یک از فازها در سه فاصله مذکور، در سه موقعیت مختلف قرار می گیرد.



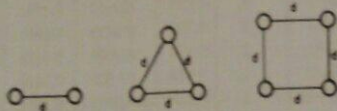
شکل ۳-۱۴ یک سیکل از جابجایی فازها

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{0.7889}{0.0001} = 9.23 \times 10^{-4} \text{ H/m}$$

$$= 0.923 \text{ mH/Km}$$

۳-۱۲ هادیهای گروهی^۱ (باندل)

در خطوط انتقال بیش از ۲۳۰ KV (فوق فشار قوی) تاثیر کرونا^۲ بر مدار بسیار زیاد می شود. پدیده کرونا که نتیجه مستقیم وجود گرا دیان ولتاژ بر سطح هادی است باعث ایجاد تلفات در سیستم انتقال و همچنین ایجاد تداخل در سیستم های مخابراتی می گردد. برای کاهش تاثیر کرونا در ولتاژهای خیلی زیاد از هادیهای گروهی (باندل) استفاده می شود. باندل ها در هر فاز شامل ۲، ۳ و یا ۴ هادی می باشند. در شکل (۳-۱۶) چنین باندل هایی نشان داده شده اند.



شکل ۳-۱۶ هادی ها باندل

یکی دیگر از مزایای خطوط باندل، کاهش اندوکتانس می باشد. هر چه تعداد هادی های یک باندل بیشتر باشد اندوکتانس خط و اثر کرونا کمتر خواهد شد. کاهش اندوکتانس بر اثر افزایش GMR هر فاز است. محاسبه GMR دقیقاً مشابه یک هادی رشته ای است. اگر GMR یک باندل را با D_g^b و GMR هر هادی از باندل را با D_s نشان دهیم، برای باندل های شکل (۳-۱۶) خواهیم داشت:

$$D_g^b = \sqrt[n]{(D_s \times d)^n} = \sqrt[n]{D_s d} \quad (3-57)$$

1. Bundle Conductors

2. Corona

بنابراین اندوکتانس فاز a برابر است با:

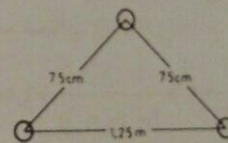
$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \text{ H/m} \quad (3-55)$$

اندوکتانس فازهای b و c نیز با L_a برابر است. صورت رابطه (۳-۵۵) یعنی D_{eq} را می توان بعنوان GMD خط سه فاز در نظر گرفت که بصورت زیر قابل نوشتن است:

$$D_{eq} = GMD = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}} \quad (3-56)$$

اغلب سیستم های قدرت از هادیهای رشته ای ACSR استفاده می کنند. در جدول (۳-۱) انواع این هادیها با نام مصطلح خود مشخص شده اند. در این جدول نسبت تعداد رشته های آلومینیوم به فولاد Al/St، قطر خارجی هادی بر حسب اینچ، تعداد لایه های آلومینیوم، مقاومت DC و AC، و D_s یا GMR هادیها بر حسب فوت داده شده اند. از این جدول معمولاً برای تعیین D_s و قطر خارجی هادیها استفاده می شود.

مثال ۳-۳ یک خط سه فاز در فرکانس ۶۰ Hz مطابق شکل (۳-۱۵) نشان داده شده است. هادیها از نوع Hawk می باشند. اندوکتانس هر فاز را در یک کیلومتر بدست آورید.



شکل ۳-۱۵ مربوط به مثال (۳-۳)

حل: با استفاده از جدول (۳-۱) شعاع متوسط هندسی هادی GMR را بدست می آوریم. سپس با تعیین مقدار اندوکتانس را محاسبه می کنیم.

$$D_s = 0.289 \text{ ft} = 0.289 \times 0.305 = 0.088 \text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{0.75 \times 0.75 \times 1.25} = 0.889 \text{ m}$$

$$D_s^b = \sqrt[3]{(D_s \times d^2)^2} = \sqrt[3]{D_s d^2} \quad (3-58)$$

هادی گروهی با سه رشته

$$D_s^b = \sqrt[3]{(D_s \times d^2 (\sqrt{2}d))^2} = 1/0.94 \sqrt[3]{D_s d^2} \quad (3-59)$$

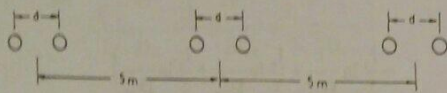
هادی گروهی با چهار رشته

برای محاسبه اندوکتانس هر فاز از یک خط سه فاز باندل از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$L = 2 \times 10^{-4} \ln \frac{D_{eq}}{D_s^b} \quad \text{H/m} \quad (3-60)$$

در این رابطه D_s^b شعاع متوسط هندسی (GMR) هادی گروهی (باندل) می باشد که با توجه به تعداد رشته های باندل از روابط (۳-۵۷)، (۳-۵۸) و یا (۳-۵۹) بدست می آید. فاصله متوسط هندسی (GMR) که در رابطه (۳-۶۰) با D_{eq} نشان داده شده است نیز از رابطه (۳-۵۶) بدست می آید. در این رابطه مقصود از D_{ij} فاصله مرکز هادی باندل ۱ از مرکز هادی باندل ۱ می باشد.

مثال ۳-۴ در یک خط انتقال سه فاز از باندلهای دو رشته ای در هر فاز استفاده شده است (مطابق شکل ۳-۱۷). نوع هادیها Pheasant بوده و فاصله هر دو رشته مجاور $d = 35 \text{ cm}$ می باشد. اندوکتانس هر فاز را محاسبه کنید.



شکل ۳-۱۷ خط انتقال سه فاز با باندل های دو رشته ای

حل: با استفاده از جدول (۳-۱) مقدار D_s را برای یک رشته هادی بدست می آوریم:

$$D_s = 0.466 \text{ ft}$$

$$= 0.466 \times 0.3048 = 0.142 \text{ m}$$

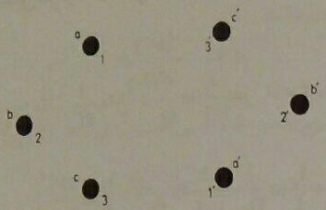
$$D_s^b = \sqrt[3]{D_s d} = \sqrt[3]{0.142 \times 0.35} = 0.17 \text{ m}$$

نام هادی	Al/St	تعداد لایه های آلومینیوم	قطر خارجی به اینچ	R_{dc} $\Omega/1000 \text{ ft}$ 20°C	R_{ac} Ω/mi 20°C	R_{ac} Ω/mi 75°C	GMR $D_s \text{ ft}$
Waxwing	18/1	2	0.609	0.0646	0.3488	0.3831	0.0198
Partridge	26/7	2	0.642	0.0640	0.3452	0.3792	0.0217
Ostrish	26/7	2	0.680	0.0569	0.3070	0.3372	0.0229
Merlin	18/1	2	0.684	0.0512	0.2767	0.3037	0.0222
Linnet	26/7	2	0.721	0.0507	0.2737	0.3006	0.0243
Oriole	30/7	2	0.741	0.0504	0.2719	0.2987	0.0255
Chickadee	18/1	2	0.743	0.0433	0.2342	0.2572	0.0241
Ibis	26/7	2	0.783	0.0430	0.2323	0.2551	0.0264
Pelican	18/1	2	0.814	0.0361	0.1957	0.2148	0.0264
Flicker	24/7	2	0.846	0.0359	0.1943	0.2134	0.0284
Hawk	26/7	2	0.858	0.0357	0.1931	0.2120	0.0289
Hen	30/7	2	0.883	0.0355	0.1919	0.2107	0.0304
Osprey	18/1	2	0.879	0.0309	0.1679	0.1842	0.0284
Parakeet	24/7	2	0.914	0.0308	0.1669	0.1832	0.0306
Dove	26/7	2	0.927	0.0307	0.1663	0.1826	0.0314
Rook	24/7	2	0.977	0.0269	0.1461	0.1603	0.0327
Grosbeak	26/7	2	0.990	0.0268	0.1454	0.1596	0.0335
Drake	26/7	2	1.108	0.0215	0.1172	0.1284	0.0373
Tern	45/7	3	1.063	0.0217	0.1188	0.1302	0.0352
Rail	45/7	3	1.165	0.0181	0.0997	0.1092	0.0386
Cardinal	54/7	3	1.196	0.0180	0.0988	0.1082	0.0402
Oriole	45/7	3	1.213	0.0167	0.0924	0.1011	0.0402
Bluejay	45/7	3	1.250	0.0155	0.0861	0.0941	0.0415
Finch	54/19	3	1.293	0.0155	0.0856	0.0937	0.0436
Bittern	45/7	3	1.345	0.0136	0.0762	0.0832	0.0444
Pheasant	54/19	3	1.382	0.0135	0.0751	0.0821	0.0466
Bobolink	45/7	3	1.427	0.0121	0.0684	0.0746	0.0470
Plover	54/19	3	1.465	0.0120	0.0673	0.0735	0.0494
Lapwing	45/7	3	1.502	0.0109	0.0623	0.0678	0.0498
Falcon	54/19	3	1.545	0.0108	0.0612	0.0667	0.0523
Bluebird	84/19	4	1.762	0.0080	0.0476	0.0515	0.0586

$$D_{eq} = \sqrt[3]{\Delta \times \Delta \times 1.0} = 6/3 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{6/3}{0.5/3} = 9 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 9 \times 10^{-7} \times 10^3 = 0.283 \text{ } \Omega/\text{Km}$$

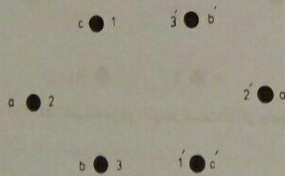


شکل ۳-۱۸ خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت I جابجایی

در قسمت II از جابجایی فازها که در شکل (۳-۱۹) نشان داده شده است، افت ولتاژ فازهای a و a' از روابط زیر بدست می آیند.

$$V_{aB} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left(\frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{rr'}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr'}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} \right)$$

$$V_{aB} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left(\frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr'}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} + \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{rr'}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr'}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} \right)$$



شکل ۳-۱۹ خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت II از جابجایی فازها

۳-۱۳ خطوط انتقال سه فاز دو مداره (دوین)

یک خط انتقال سه فاز دو مداره از دو خط سه فاز مجزا که از لحاظ الکتریکی با یکدیگر موازی هستند تشکیل شده است. اگر دو مدار ذکر شده با یکدیگر فاصله نسبتاً زیادی داشته باشند اندوکتانس هر فاز خط دوین برابر نصف اندوکتانس هر فاز هر یک از مدارها می باشد. چنانچه هادیهای خط انتقال سه فاز دوین همه روی یک دکل قرار گرفته باشند در اینصورت نمی توان اندوکتانس خط را با نصف کردن اندوکتانس یک مدار بدست آورد، مگر اینکه از اندوکتانس متقابل هادیهای یک مدار با مدار دیگر صرف نظر کنیم.

شکل (۳-۱۸) یک خط انتقال سه فاز دو مداره را برای قسمت I از سه فاصله جابجایی فازها نشان می دهد. افت ولتاژ در واحد طول برای فازهای a و a' را می توان این چنین نوشت:

$$V_{a1} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left(\frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} + \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} \right)$$

$$V_{a1} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left(\frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} + \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1r'}} \right)$$

همچنین در روابط گذشته می توان $I_a = -(I_b + I_c)$ را بکاربرد و پس از چندین مرحله عملیات ریاضی خواهیم داشت:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\text{GMD}}{\text{GMR}} \quad \text{H/m} \quad (3-61)$$

در این رابطه GMD فاصله متوسط هندسی خط دو مداره است که این چنین محاسبه می شود:

$$\text{GMD} = \sqrt[3]{D_{ab_{eq}} D_{bc_{eq}} D_{ac_{eq}}} \quad (3-62)$$

فاصله های متوسط از روابط زیر تعریف می شوند:

$$D_{ab_{eq}} = \sqrt[3]{D_{12} D_{1'2'} D_{1'2}}$$

$$D_{bc_{eq}} = \sqrt[3]{D_{23} D_{2'3'} D_{2'3}} \quad (3-63)$$

$$D_{ac_{eq}} = \sqrt[3]{D_{13} D_{1'3'} D_{1'3}}$$

همچنین در رابطه $\text{GMR} (3-61)$ شعاع متوسط هندسی خط دو مداره بترتیب زیر محاسبه می شود:

$$\text{GMR} = \sqrt[3]{\text{GMR}_a \cdot \text{GMR}_b \cdot \text{GMR}_c} \quad (3-64)$$

شعاع های متوسط هندسی هر فاز نیز از روابط زیر تعریف می شوند:

$$\text{GMR}_a = \sqrt{D_s D_{12}}$$

$$\text{GMR}_b = \sqrt{D_s D_{23}} \quad (3-65)$$

$$\text{GMR}_c = \sqrt{D_s D_{31}}$$

مثال ۳-۵ یک خط انتقال سه فاز دو مداره با هادیهای نوع Drake در شکل (۳-۲۱) نشان داده شده است. اندوکتانس هر فاز این خط را بدست آورید.

در قسمت III از جابجائی فازها که در شکل (۳-۲۰) نشان داده شده است، چنین محاسبه می شوند:

$$V_{a_{III}} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left(\frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{12}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{23}} + \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{2'3'}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{1'2'}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1'2}} \right)$$

$$V_{a'_{III}} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left(\frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{12}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{23}} + \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{2'3'}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{1'2'}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{1'2}} \right)$$

افت ولتاژ متوسط در واحد طول برای هر یک از فازهای a و a' برابر است با:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{a_1} + V_{a_2} + V_{a_3})$$

$$V_{a'} = \frac{1}{3} (V_{a'_1} + V_{a'_2} + V_{a'_3})$$

$$b \bullet 1 \quad 3' \bullet a'$$

$$c \bullet 2$$

$$2' \bullet c'$$

$$a \bullet 3$$

$$1' \bullet b'$$

شکل ۳-۲۰ خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت III از جابجائی فازها

چون فازهای a و a' با یکدیگر موازی هستند لذا افت ولتاژ در کل فاز a برابر است با:

$$\Delta V_a = \frac{V_a + V_{a'}}{2}$$

حل: با استفاده از جدول (۳-۱) داریم:

$$GMD = D_{eq} = \sqrt[3]{6/56 \times 6/56 \times 8/367} = 7/115 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_{eq}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \ln \frac{7/115}{0/3395} = 6/085 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

روش دیگر این است که از اثر القاء متقابل بین هادیهای دو مدار صرف نظر کنیم و اندوکتانس یک مدار را بدست آوریم، سپس آنرا نصف کنیم تا اندوکتانس خط دوپل بدست آید. برای این کار

$$D_{eq} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 10} = 6/3 \text{ m}$$

$$L_s = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{6/3}{0/1137} = 12/634 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

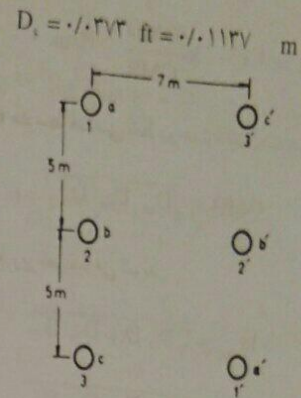
$$L_p = \frac{1}{4} L_s = 6/317 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\text{خطای نسبی} = \frac{6/085 - 6/317}{6/085} = -0/038$$

همانطور که مشاهده می شود خطای محاسبات با صرف نظر از اثر القاء متقابل دو مدار بر یکدیگر کمتر از ۴ درصد است.

۳-۱۴ خطوط انتقال دو مداره با هادیهای باتدل

در خطوط انتقال سه فاز دو مداره ممکن است از هادیهای گروهمی (باتدل) استفاده شود. در این صورت برای محاسبه اندوکتانس هر فاز خط انتقال همانند خطوط دو مداره از روابط (۳-۶۱) تا (۳-۶۵) استفاده می شود و تنها تفاوت در این است که در روابط مذکور بجای D_s از شعاع متوسط هندسی باتدل یعنی D_s^0 استفاده می کنیم. مثال زیر روش تعیین اندوکتانس را روشن تر می کند.



شکل ۳-۲۱ نمایش خط انتقال سه فاز دو مداره مربوط به مثال (۳-۵)

ابتدا GMR معادل خط دوپل را بدست می آوریم:

$$GMR_a = \sqrt{D_s D_{1v}} = \sqrt{0/1137 \times \sqrt{149}} = 0/3725 \text{ m}$$

$$GMR_b = \sqrt{D_s D_{2v}} = \sqrt{0/1137 \times 7} = 0/2821 \text{ m}$$

$$GMR_c = \sqrt{D_s D_{3v}} = \sqrt{0/1137 \times \sqrt{149}} = 0/3725 \text{ m}$$

$$GMR = \sqrt[3]{0/3725 \times 0/3725 \times 0/2821} = 0/3395 \text{ m}$$

برای تعیین GMD خط دوپل داریم:

$$D_{s0} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times \sqrt{74} \times \sqrt{74}} = 6/56 \text{ m}$$

$$D_{s0} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times \sqrt{74} \times \sqrt{74}} = 6/56 \text{ m}$$

$$D_{s0} = \sqrt[3]{10 \times 10 \times 7 \times 7} = 8/367 \text{ m}$$

$$GMD = D_{eq} = \sqrt[3]{\frac{2}{39} \times \frac{2}{39} \times \frac{3}{24}} = 2/645 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-3} \ln \frac{GMD}{GMR} = 2 \times 10^{-3} \ln \frac{2/645}{0/465} = 3/47 \times 10^{-3} \text{ H/m}$$

۳-۱۵ خلاصه محاسبه اندوکتانس خطوط انتقال

رابطه اصلی تعیین اندوکتانس خطوط انتقال در حالت های مختلف بصورت زیر

نوشته می شود:

$$L = 2 \times 10^{-3} \ln \frac{GMD}{GMR} = 2 \times 10^{-3} \ln \frac{D}{D_s} \quad (3-66)$$

راکتانس القائی بر حسب Ω/Km در فرکانس 50 Hz نیز از ضرب کردن مقدار اندوکتانس در $2\pi 50 \times 1000$ بدست می آید:

$$X_L = 0/0628 \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \quad (3-67)$$

برای استفاده از روابط (۳-۶۶) و (۳-۶۷) حالت های مختلف زیر را در نظر می گیریم:

الف: خط انتقال یک فاز. در این صورت D_{eq} فاصله بین دو هادی خط بوده، D_s نیز

شعاع متوسط هندسی هادی است که از جدول (۳-۱) بدست می آید. اگر هادی توپر باشد در اینصورت بجای D_s از r' استفاده می شود. اندوکتانس بدست آمده، اندوکتانس یک هادی از خط یک فاز می باشد.

ب: خط انتقال سه فاز. در این حالت D_{eq} از رابطه زیر بدست می آید:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{13}} \quad (3-68)$$

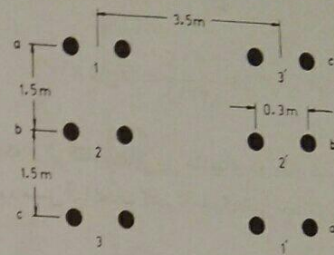
ج: خط سه فاز با هادیهای باندل. در اینصورت بجای D_s از D_s^b استفاده می شود و

D_{eq} نیز از رابطه (۳-۶۸) بدست می آید، در اینجا D_{12} و D_{23} و D_{13} مراکز باندلها از یکدیگر

می باشد.

د: خط انتقال سه فاز دو مداره. در اینصورت با تقریب قابل قبولی می توان

مثال ۳-۶ اندوکتانس خط سه فاز دو مداره را که در شکل (۳-۲۲) نشان داده شده است آورید. هادیها از نوع Hawk هستند.



شکل ۳-۲۲ خط انتقال سه فاز دو مداره با هادیهای باندل دو رشته ای

حل: برای هادی Hawk از جدول (۳-۱) شعاع متوسط هندسی هادی را بدست می آوریم:

$$D_s = 0/0289 \text{ ft} = 0/0088 \text{ m}$$

$$D_s^b = \sqrt{D_s d} = \sqrt{0/0088 \times 0/3} = 0/0514 \text{ m}$$

$$D_{s_{eq}} = D_{s_c} = \sqrt{D_s D_{12}} = \sqrt{0/0514 \times \sqrt{2/25}} = 0/487 \text{ m}$$

$$D_{s_{eq}} = \sqrt{D_s D_{23}} = \sqrt{0/0514 \times 3/5} = 0/424 \text{ m}$$

$$D_{s_{eq}} = GMR = \sqrt[3]{0/487 \times 0/487 \times 0/424} = 0/465 \text{ m}$$

در تعیین GMD باید دقت نمود که مقصود از فاصله بین فازها، فاصله از مراکز باندل ها می باشد. لذا داریم:

$$D_{ab_{eq}} = \sqrt[3]{1/5 \times 1/5 \times \sqrt{1/5} \times \sqrt{1/5}} = 2/39 \text{ m}$$

$$D_{bc_{eq}} = \sqrt[3]{1/5 \times 1/5 \times \sqrt{1/5} \times \sqrt{1/5}} = 2/39 \text{ m}$$

$$D_{ac_{eq}} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3/5 \times 3/5} = 3/24 \text{ m}$$

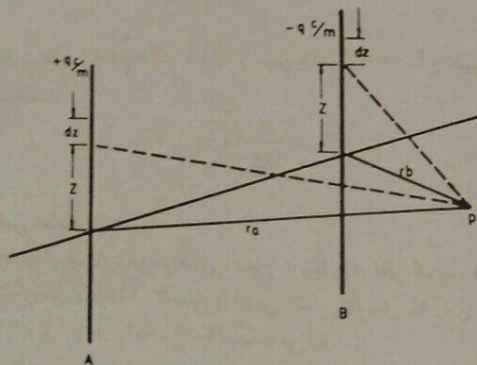
جریان کاپاسیتیو موسوم است. جریان های کاپاسیتیو حتی در شرایط بی باری خط نیز وجود دارند. کاپاسیتانس یک خط در افت ولتاژ، بهره و ضریب قدرت خط و همچنین در پایداری کل سیستم نقش مهمی را بازی می کند. در خطوط کمتر از ۸۰ Km اثر کاپاسیتانس قابل ملاحظه نبوده و از آن صرف نظر می شود، لیکن در خطوط طولانی تر باید در محاسبات وارد شود.

۳-۱۷ پتانسیل الکتریکی یک نقطه در نزدیکی دو هادی موازی

دو هادی موازی با طول بسیار زیاد را که بار الکتریکی یکتواخت $\pm q$ کلمب بر متر روی هر یک از آنها وجود دارد در نظر بگیرید (شکل ۳-۲۳). در بررسی اولیه این هادیها بسیار نازک فرض می شوند. می خواهیم پتانسیل الکتریکی در نقطه دلخواهی مانند P به فواصل r_a و r_b از دو هادی را تعیین کنیم. باید دقت نمود که در حالت کلی نقطه P در صفحه شامل دو سیم قرار ندارد.

قسمت بسیار کوچکی از دو هادی را با طول dz در نظر بگیرید. هر یک از دو قسمت با طول dz می تواند بعنوان نقطه ای با بار الکتریکی $+qdz$ یا $-qdz$ محسوب گردد.

پتانسیل الکتریکی v در نقطه ای با فاصله r از بار الکتریکی q برابر است با:

$$v = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (3-70)$$


شکل ۳-۲۳ تعیین پتانسیل در نزدیکی دو هادی موازی

اندوکتانس خط یک مداره را نصف نمود و برای محاسبه دقیق تر، باید D_{eq} یا GMD را از رابطه زیر بدست آورد:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}} \quad (3-69)$$

همچنین باید GMR خط دو مداره را با استفاده از روابط (۳-۶۴) و (۳-۶۵) محاسبه نمود تا بتوان از رابطه (۳-۶۶) اندوکتانس خط دو مداره را بدست آورد.

ه: خط انتقال سه فاز دو مداره با هادیهای باتدل. محاسبه اندوکتانس مانند حالت (د) است و تنها باید بجای D_1 هادی D_1^b را جایگزین نمود و توسط D_1^b شعاع متوسط هندسی معادل یعنی GMR را تعیین و در رابطه (۳-۶۶) قرار داد.

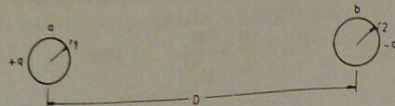
۳-۱۶ کاپاسیتانس خطوط انتقال

تا اینجا دو پارامتر خط انتقال شامل مقاومت و اندوکتانس که جمعاً امپدانس سری خط را تشکیل می دهند مورد بحث قرار گرفته اند. اندوکتانس خط قسمت اعظم امپدانس سری را تشکیل داده و در تعیین میزان ظرفیت انتقال قدرت خط نقش اساسی را بازی می کند. دو پارامتر دیگر خط انتقال که جمعاً ادمیتانس موازی را تشکیل می دهند عبارتند از کندوکتانس و کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی).

مقدار کندوکتانس یک خط کاملاً متغیر است و به جریان نشی روی مقره ها، تغییرات شرایط جوی و تغییر خواص هدایتی جرم های جمع شده روی مقره هابستگی دارد و لذا محاسبه آن بسیار مشکل می باشد. خوشبختانه از آنجائی که نقش کندوکتانس در تشکیل ادمیتانس موازی خط در مقایسه با کاپاسیتانس ناچیز می باشد از بررسی و تاثیر آن صرف نظر کرده و بحث ادمیتانس موازی خطوط را روی کاپاسیتانس متمرکز می کنیم.

کاپاسیتانس یک خط انتقال نتیجه وجود اختلاف پتانسیل بین هادیها از یک طرف و بین هادیها و زمین از طرف دیگر می باشد. چون ولتاژ اعمال شده روی خط انتقال ولتاژ متناوب AC است لذا بار الکتریکی روی هادیها نیز AC بوده و با افزایش و کاهش اختلاف پتانسیل بین هادیها افزایش و کاهش می یابد. در نتیجه جریانی از مسیر کاپاسیتانس خط عبور می کند که بطور متناوب باعث شارژ و دشارژ خط می گردد. این جریان به جریان شارژ کننده خط^۱ یا

1. Line Charging Current



شکل ۳-۲۴ خط یک فاز دو سیمه

بهین ترتیب برای هادی b با شعاع r_b داریم:

$$V_b = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{D} \quad (3-74)$$

اختلاف پتانسیل بین دو هادی برابر است با:

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{\sqrt{r_a r_b}} \quad V \quad (3-75)$$

کاپاسیتانس بین دو هادی طبق تعریف برابر است با نسبت بار الکتریکی روی یک هادی به اختلاف پتانسیل بین دو هادی. بنابراین:

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{\sqrt{r_a r_b}}} \quad F/m \quad (3-76)$$

اگر $r_a = r_b = r$ باشد داریم:

$$C_{ab} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} \quad F/m \quad (3-77)$$

رابطه (۳-۷۷) کاپاسیتانس دو هادی را نسبت یکدیگر نشان می دهد. کاپاسیتانس هادی a نسبت به نقطه خنثی (زمین) طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$C_{aa} = \frac{q}{V_a} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r_a}} \quad F/m \quad (3-78)$$

در این رابطه $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ ضریب نفوذ الکتریکی هوا می باشد. در این رابطه qdz و $-qdz$ روی دو هادی بوده و برابر است با:

$$dv_p = \frac{qdz}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{r_a^2 + z^2}} - \frac{qdz}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{r_b^2 + z^2}}$$

پتانسیل نقطه p از انتگرال dv_p در طول هادی بدست می آید. اگر طول هر هادی را با $2L$ نشان دهیم انتگرال را می توان در فاصله $-L$ تا L تعیین نمود و سپس با قرار دادن $L \rightarrow \infty$ پتانسیل الکتریکی نقطه p را بدست آورد:

$$V_p = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \left(\frac{1}{\sqrt{r_a^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_b^2 + z^2}} \right) dz$$

$$V_p = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r_a}{L}\right)^2}}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r_b}{L}\right)^2}} \right) \left(-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r_b}{L}\right)^2} \right) \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r_a}{L}\right)^2} \right) \right) \quad (3-79)$$

پس از بسط جملات نظیر $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x + \dots$ و سپس با اعمال $L \rightarrow \infty$ و تعیین حد رابطه (۳-۷۹) خواهیم داشت:

$$V_p = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{r_a} \quad V \quad (3-80)$$

۳-۱۸ کاپاسیتانس خط یک فاز

یک خط انتقال یک فاز شامل دو هادی با شعاع r_a و r_b را در نظر بگیرید. فاصله مراکز دو هادی از یکدیگر طبق شکل (۳-۲۴) مساوی D می باشد. پتانسیل V_a روی هادی a با قرار دادن $r_b = D$ و $r_a = r_a$ در رابطه (۳-۷۲) بدست می آید:

$$V_a = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r_a} \quad (3-81)$$

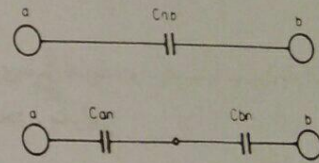
بهترین ترتیب کاپاسیتانس هادی b با در نظر گرفتن بار q- نسبت به نقطه خشی

$$C_{bn} = \frac{-q}{V_b} = \frac{\gamma \pi \epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} \quad F/m \quad (3-79)$$

برای $r_1 = r_2 = r$ داریم:

$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{\gamma \pi \epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} \quad (3-80)$$

این نتیجه با شکل (3-25) تطابق دارد که نشان می دهد کاپاسیتانس بین دو هادی C_{ab} از سری شدن C_{bn} و C_{an} بدست می آید. کاپاسیتانس بین دو هادی نصف کاپاسیتانس هر یک از هادیا نسبت به نقطه خشی می باشد.



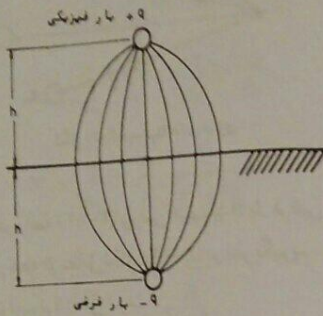
شکل 3-25 کاپاسیتانس بین دو هادی و کاپاسیتانس هر هادی با نقطه خشی

رابطه (3-80) قابل مقایسه با رابطه (3-66) می باشد. یک فرق اساسی بین معادلات بدست آمده برای محاسبه کاپاسیتانس و اندوکتانس در این است که شعاع r برای محاسبه کاپاسیتانس، شعاع خارجی هادی است، در صورتیکه در محاسبه اندوکتانس از GMR هادی استفاده می شود. شعاع خارجی هادی بر حسب اینج از جدول (3-1) برای انواع هادیهای ACSR بدست می آید.

3-19 اثر زمین بر کاپاسیتانس خطوط

در رابطه (3-80) از تاثیر زمین بر روی کاپاسیتانس صرف نظر کرده ایم. در صورتیکه ارتفاع هادیا از سطح زمین خیلی زیاد نباشد حضور زمین باید تاثیر داده شود. اگر بار الکتریکی q به ارتفاع h از سطح زمین قرار گرفته باشد تصویر فرضی آن با بار الکتریکی $-q$ در ارتفاع $-h$

از سطح زمین مطابق شکل (3-26) در نظر گرفته می شود. سطح پتانسیل صفر در وسط بارهای $+q$ و $-q$ قرار خواهد گرفت و در حقیقت زمین بعنوان صفحه هادی به ابعاد بی نهایت عمل می کند.



شکل 3-26 بار الکتریکی q و تاثیر زمین

بنابراین برای تاثیر زمین در تعیین کاپاسیتانس خطوط برای هر بار فیزیکی $+q$ بار فرضی $-q$ را بصورت قرینه $+q$ نسبت به زمین در نظر گرفته و در محاسبات وارد می کنیم.

3-20 پتانسیل یک نقطه در نزدیکی چند هادی موازی

همانطوریکه در قسمت (3-17) دیدیم پتانسیل الکتریکی نقطه p که به فواصل r_1 و r_2 از هادیهای موازی 1 و 2 قرار دارد به این ترتیب محاسبه می شود:

$$V_p = \frac{q}{\gamma \pi \epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{q}{\gamma \pi \epsilon_0} \ln \frac{1}{r_1} + \frac{-q}{\gamma \pi \epsilon_0} \ln \frac{1}{r_2} \quad (3-81)$$

شکل (3-27) یک سیستم با n هادی موازی بسیار بلند را نشان می دهد. بار الکتریکی این هادیا به ترتیب برابر q_1, q_2, \dots, q_n می باشد. پتانسیل الکتریکی نقطه ای مانند p که در فاصله r_1, r_2, \dots, r_n از هادیا قرار دارد برابر است با:

$$V_p = \frac{q_1}{\gamma \pi \epsilon_0} \ln \frac{1}{r_1} + \frac{q_2}{\gamma \pi \epsilon_0} \ln \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{\gamma \pi \epsilon_0} \ln \frac{1}{r_n} \quad (3-82)$$

خط یک فاز شامل دو هادی موازی a و b در شکل (۳-۲۹) نشان داده شده است. برای تاثیر دادن نقش زمین در کاپاسیتانس خط، هادیهای فرضی a' و b' را در فاصله h از زمین در نظر می گیریم. ولتاژ فاز a طبق رابطه (۳-۸۴) برابر است با:

$$V_a = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{r} + \frac{-q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{ab'}}{D}$$

$$V_a = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{r} \frac{D}{\sqrt{D^2 + 4h^2}}$$

$$V_a = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r \sqrt{1 + \frac{D^2}{4h^2}}} \quad (3-85)$$

و از آنجا کاپاسیتانس C_n از رابطه زیر محاسبه می شود:

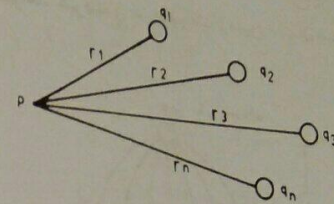
$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r'}} \quad F/m \quad (3-86)$$

مقایسه این رابطه با رابطه (۳-۸۰) نشان می دهد که r' جایگزین شعاع هادی r شده است. مقدار r' از این رابطه تعیین می شود:

$$r' = r \sqrt{1 + \frac{D^2}{4h^2}} \quad (3-87)$$

بنابراین اثر زمین شعاع r را به r' تبدیل می نماید. اگر ارتفاع هادی در مقایسه با فاصله دو هادی خیلی زیاد باشد از D^2 در مقایسه با $4h^2$ صرف نظر شده و $r' = r$ خواهد شد. کاپاسیتانس بین دو هادی خط یک فاز نیز با در نظر گرفتن اثر زمین این چنین محاسبه می شود:

$$C_{ab} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r'}} \quad F/m \quad (3-88)$$

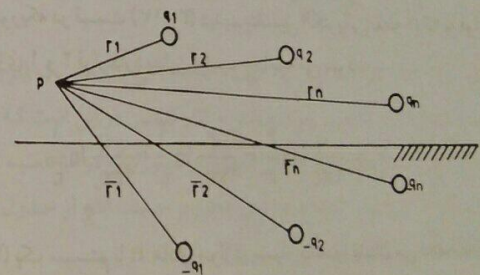


شکل ۳-۲۷ سیستم n هادی موازی

اگر بخواهیم اثر زمین را در رابطه (۳-۸۲) بررسی کنیم باید بار فرضی $-q_1, -q_2, \dots, -q_n$ را در فواصل $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n$ از نقطه P مطابق شکل (۳-۲۸) در نظر بگیریم. در اینصورت پتانسیل الکتریکی نقطه P به این ترتیب نوشته می شود:

$$V_p = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_n} \quad (3-83)$$

$$+ \frac{-q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{\bar{r}_1} + \frac{-q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{\bar{r}_2} + \dots + \frac{-q_n}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{\bar{r}_n}$$



شکل ۳-۲۸ سیستم n هادی موازی و تاثیر زمین

$$V_p = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\bar{r}_1}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\bar{r}_2}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\bar{r}_n}{r_n} \quad (3-84)$$

$$\frac{9/852 - 9/838}{9/852} = 0.00142 = 0.142\%$$

۳-۲۲ کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز

کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز را در حالت کلی که فاصله فازها از یکدیگر مساوی نبوده و جابجائی فازها در سه طول مساوی در خط انجام شده است مورد بررسی قرار می دهیم. با استفاده از شکل (۳-۱۴) پتانسیل الکتریکی فاز a را می نویسیم:

$$V_{a1} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$V_{a2} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$V_{a3} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

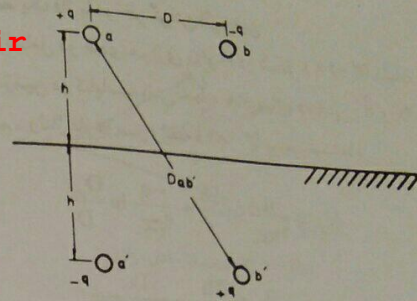
در این روابط r شعاع هادیها و q_a و q_b و q_c نیز بار الکتریکی هادیهای فازهای a و b و c می باشند. پتانسیل V_a به این ترتیب محاسبه می شود:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{a1} + V_{a2} + V_{a3})$$

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{r} + (q_b + q_c) \ln \frac{1}{\sqrt{D_{1r} D_{1r} D_{1r}}} \right)$$

با توجه به اینکه $q_b + q_c = -q_a$ می باشد داریم:

$$V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{D_{1r} D_{1r} D_{1r}}}{r} \quad (3-89)$$



شکل ۳-۲۹ خط یک فاز با در نظر گرفتن تاثیر زمین

مثال ۳-۷ کاپاسیتانس یک فاز نسبت به نقطه خنثی را برای یک خط یک فاز با هادیهای Pheasant حساب کنید. فاصله دو هادی از یکدیگر ۵m و ارتفاع آنها از زمین ۲۰m می باشد.

حل: ابتدا با توجه به جدول (۳-۱) قطر خارجی هادی را بدست آورده و از آنجا شعاع هادی را محاسبه می کنیم:

$$r = 1/382 \times \frac{1}{4} \times 0.254 = 0.01755 \text{ m}$$

$$r' = r \sqrt{1 + \frac{D^2}{4h^2}} = 0.01755 \sqrt{1 + \frac{5^2}{4 \times 20^2}} = 0.01769 \text{ m}$$

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r'}} = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5}{0.01769}} = 9.852 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

اگر اثر زمین را در نظر نگیریم داریم:

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5}{0.01755}} = 9.838 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_a}$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{r}} \quad F/m \quad (3-90)$$

در این رابطه D_{eq} بترتیب زیر بدست می آید:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{1r} D_{1r} D_{1r}} \quad (3-91)$$

و این همان فاصله متوسط هندسی (GMD) است که در محاسبه اندوکتانس نیز داریم بدیهی است در صورتیکه فاصله فازها با یکدیگر برابر باشد، بجای D_{eq} از فاصله فازها D استفاده می شود.

۳-۲۳ کاپاسیتانس خط سه فاز با در نظر گرفتن اثر زمین

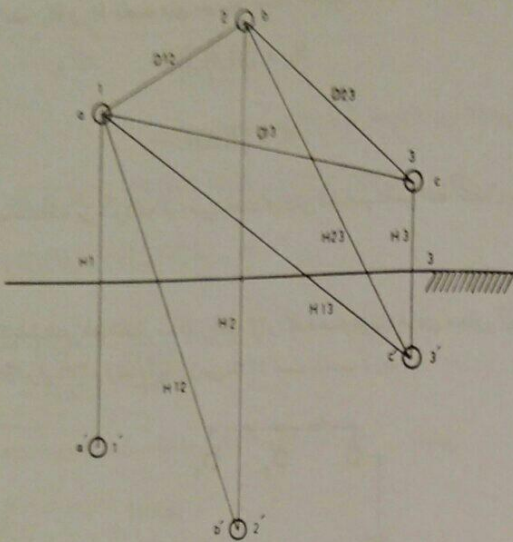
با استفاده از تصاویر بارهای الکتریکی می توان اثر زمین را در تعیین کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز بررسی نمود. شکل (۳-۳۰) هادیهای خط انتقال سه فاز را در قسمت I از سیکل جابجائی فازها نشان می دهد. تصاویر آینه ای بارهای q_a و q_b و q_c بترتیب با $-q_a$ ، $-q_b$ و $-q_c$ - نشان داده شده اند. با توجه به رابطه (۳-۸۴) ولتاژ فاز a را می توان به این ترتیب نوشت:

$$V_{a1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{H_1}{r} + q_b \ln \frac{H_{1r}}{D_{1r}} + q_c \ln \frac{H_{1r}}{D_{1r}} \right)$$

در قسمت II و III از جابجائی خواهیم داشت:

$$V_{aII} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{H_r}{r} + q_b \ln \frac{H_{rr}}{D_{rr}} + q_c \ln \frac{H_{rr}}{D_{rr}} \right)$$

$$V_{aIII} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{H_r}{r} + q_b \ln \frac{H_{1r}}{D_{1r}} + q_c \ln \frac{H_{rr}}{D_{rr}} \right)$$



شکل ۳-۳۰ خط سه فاز با در نظر گرفتن اثر زمین

ولتاژ متوسط فاز a برابر است با:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{a1} + V_{aII} + V_{aIII})$$

با جایگزین کردن $q_b + q_c = -q_a$ خواهیم داشت:

$$V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D_{eq}}{r} \sqrt{\frac{H_1 H_r H_{1r}}{H_{1r} H_{1r} H_{1r}}} \right) \quad (3-92)$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{D_{eq}}{r} \sqrt{\frac{H_1 H_r H_{1r}}{H_{1r} H_{1r} H_{1r}}} \right)} \quad F/m \quad (3-93)$$

این رابطه را می توان بصورت زیر نوشت:

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{r} - \ln \frac{H_m}{H_s}} \quad F/m \quad (3-94)$$

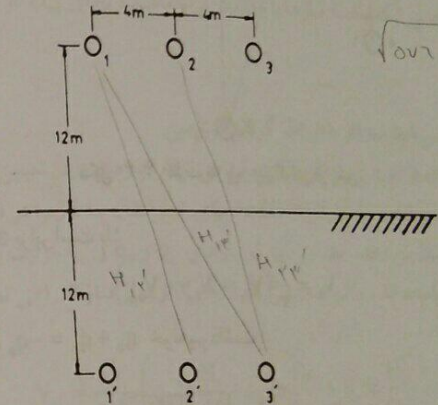
در این رابطه H_m و H_s فاصله های متوسط هستند که باین ترتیب محاسبه می گردند:

$$H_m = \sqrt[3]{H_{1r}H_{2r}H_{3r}}$$

$$H_s = \sqrt[3]{H_1H_2H_3} \quad (3-95)$$

به این ترتیب مشاهده می شود که اثر زمین باعث افزایش کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز می گردد.

مثال ۸-۳ کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز ۲۳۰ KV را که فاصله هر دو هادی مجاور آن مطابق شکل (۳-۳۱) برابر ۴m و ارتفاع آنها از زمین ۱۲m است بدست آورید.



شکل ۳-۳۱ مربوط به مثال (۳-۸)

شعاع هادیها از نوع Pheasant برابر ۱/۷۵۵ cm می باشد. جریان کاپاسیتیو خط را نیز محاسبه کنید.

حل: ابتدا کاپاسیتانس خط را بدون در نظر گرفتن اثر زمین محاسبه می کنیم:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 8} = 5/24 \text{ m}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{r}} = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5/24}{0.01755}} = 9/824 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

حال کاپاسیتانس را با در نظر گرفتن اثر زمین بدست می آوریم:

$$H_m = \sqrt[3]{H_{1r}H_{2r}H_{3r}} = \sqrt[3]{24/33 \times 24/33 \times 25/3} = 24/65 \text{ m}$$

$$H_s = \sqrt[3]{H_1H_2H_3} = \sqrt[3]{24 \times 24 \times 24} = 24 \text{ m}$$

$$C = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5/24}{0.01755} - \ln \frac{24/65}{24}} = 9/871 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$Y_c = j\omega C = j \times 2\pi \times 50 \times 9/871 \times 10^{-12} = j3/101 \times 10^{-9} \text{ S/m}$$

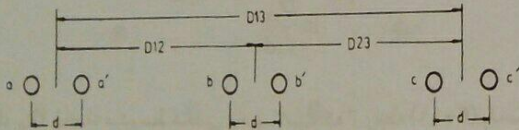
$$Y_c = j3/101 \times 10^{-9} \text{ S/Km}$$

$$I_a = j\omega C V_{an} = Y_c V_{an} = j3/101 \times 10^{-9} \times \frac{230}{\sqrt{3}} \times 10^3 = j/4118 \text{ A/Km}$$

به این ترتیب جریان خازنی (کاپاسیتیو) خط ۰/۴۱۱۸ A/Km است. برای تعیین جریان کاپاسیتیو کل خط، این مقدار باید در طول خط بر حسب Km ضرب شود.

۳-۲۴ کاپاسیتانس خطوط با هادیهای باندل

شکل (۳-۳۲) خطی با هادیهای گروهی (باندل) را نشان می دهد که هر باندل آن دارای دو رشته هادی می باشد. با محاسبه V_a (ولتاژ فاز a) می توان کاپاسیتانس هر فاز چنین خطی را محاسبه نمود. اگر بار الکتریکی در فاز a را با q_a نشان دهیم، هادی های a و a' هر



شکل ۳-۳۲ خط سه فاز با هادی های باندل دو رشته ای

کدام دارای باری معادل $\frac{q_a}{2}$ خواهند بود. این ترتیب را در فازهای b و c نیز خواهیم دید. ولتاژ فاز a نسبت به نقطه خشی در سه قسمت I و II و III از سیکل جابجایی فازها داریم:

$$V_{a1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{d} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$V_{a1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{\sqrt{rd}} + q_b \ln \frac{1}{D_{1r}} + q_c \ln \frac{1}{D_{1r}} \right)$$

$$V_{a2} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{\sqrt{rd}} + q_b \ln \frac{1}{D_{1r}} + q_c \ln \frac{1}{D_{1r}} \right)$$

$$V_{a3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{\sqrt{rd}} + q_b \ln \frac{1}{D_{1r}} + q_c \ln \frac{1}{D_{1r}} \right)$$

با توجه به روابط $q_b + q_c = -q_a$ و $V_a = \frac{1}{3}(V_{a1} + V_{a2} + V_{a3})$ داریم:

$$V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}} \quad (3-96)$$

ولذا کاپاسیتانس فاز a نسبت به نقطه خشی برابر است با:

$$C_a = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}} \quad F/m \quad (3-97)$$

در این رابطه D_{eq} فاصله متوسط هندسی هادیها است که از رابطه (3-91) بدست می آید. مقایسه رابطه (3-97) با رابطه (3-90) نشان می دهد که \sqrt{rd} جانشین r شده است.

\sqrt{rd} را می توان D_{eq}^b خط بانندل برای محاسبه کاپاسیتانس نامید. تفاوت D_{eq}^b در این حالت با D_{eq}^b که برای محاسبه اندوکتانس بکار می رود این است که در محاسبه کاپاسیتانس برای تعیین D_{eq}^b (شعاع متوسط هندسی) بجای D_{eq} هادی از r استفاده می شود که r در اینجا شعاع خارجی هادی است. بنابراین معادله تعیین کاپاسیتانس خط سه فاز به این صورت نوشته می شود:

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{D_{eq}^b}} \quad F/m \quad (3-98)$$

شعاع متوسط هندسی (GMR) برای تعیین کاپاسیتانس خطوط انتقال سه فاز با هادیهای بانندل بترتیب زیر محاسبه می شود.

$$D_{eq}^b = \sqrt{rd} \quad \text{هادی بانندل دو رشته ای}$$

$$D_{eq}^b = \sqrt[3]{rd^2} \quad \text{هادی بانندل سه رشته ای} \quad (3-99)$$

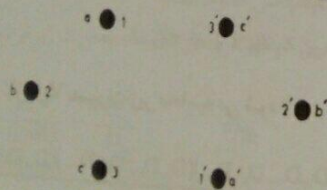
$$D_{eq}^b = 1/0.9 \sqrt[4]{rd^3} \quad \text{هادی بانندل چهار رشته ای}$$

۳-۲۵ کاپاسیتانس خطوط سه فاز دو مداره

در یک خط سه فاز دو مداره می توان کاپاسیتانس هر فاز یک مدار را بدست آورد و با تقریب نسبتاً قابل قبول آنرا دو برابر نمود تا کاپاسیتانس خط دوبل بدست آید. در هر صورت اگر دو مدار خط انتقال روی یک دکل قرار گرفته باشند بهتر است برای دقت بیشتر تاثیر مدارها را بر یکدیگر بررسی نمود.

در شکل (۳-۳۳) یک خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت I از سیکل جابجایی

فازها نشان داده شده است.



شکل ۳-۳۳ خط سه فاز دو مداره در قسمت I از جابجایی فازها

ولتاژ فازهای a و a' را می توان به این صورت نوشت:

$$V_{a_i} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''''}}$$

$$V_{a_i'} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''''}}$$

$$V_{a_i''} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''''''}}$$

$$V_{a_i'''} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''''''}}$$

$$V_{a_i''''} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r'''''''}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r''''''''}}$$

به همین ترتیب با توجه به قسمت های II و III از سیکل جابجائی فازها (شکل های ۱۹-۳ و ۲۰-۳) می توان V_{a_i} و $V_{a_i'}$ و $V_{a_i''}$ و $V_{a_i'''}$ و $V_{a_i''''}$ را محاسبه نمود:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{a_i} + V_{a_i'} + V_{a_i''})$$

$$V_{a'} = \frac{1}{3} (V_{a_i'} + V_{a_i''} + V_{a_i'''})$$

$$V_{an} = \frac{1}{3} (V_a + V_{a'})$$

$$q_b + q_c = -q_a$$

پس از انجام عملیات لازم V_{an} بصورت زیر محاسبه می شود:

$$V_{an} = \frac{q_a}{12(2\pi\epsilon_0)} \ln \frac{(D_{1r} D_{1r'} D_{1r''} D_{1r'''} D_{1r''''} D_{1r'''''})}{r^2 (D_{1r} D_{1r'} D_{1r''} D_{1r'''} D_{1r''''} D_{1r'''''})} \quad (3-100)$$

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}} \quad F/m \quad (3-101)$$

فاصله متوسط هندسی (GMD) خط سه فاز دو مداره بترتیب زیر تعریف می شود:

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab_{eq}} D_{bc_{eq}} D_{ac_{eq}}} \quad (3-102)$$

$$D_{ab_{eq}} = \sqrt[3]{D_{1r} D_{1r'} D_{1r''} D_{1r'''} D_{1r''''} D_{1r'''''}} \quad (3-103)$$

$$D_{bc_{eq}} = \sqrt[3]{D_{1r'} D_{1r''} D_{1r'''} D_{1r''''} D_{1r'''''} D_{1r''''''}} \quad (3-104)$$

$$D_{ac_{eq}} = \sqrt[3]{D_{1r} D_{1r''} D_{1r'''} D_{1r''''} D_{1r'''''} D_{1r''''''}} \quad (3-105)$$

شعاع متوسط هندسی GMR نیز مطابق زیر محاسبه می شود:

$$GMR = \sqrt[3]{r_a r_b r_c} \quad (3-106)$$

$$r_a = \sqrt{r D_{1r}} \quad (3-107)$$

$$r_b = \sqrt{r D_{1r'}} \quad (3-108)$$

$$r_c = \sqrt{r D_{1r''}} \quad (3-109)$$

۳-۲۶ خلاصه محاسبه کاپاسیتانس خطوط انتقال

رابطه اصلی تعیین کاپاسیتانس خطوط انتقال بصورت زیر نوشته می شود:

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{D_s}} \quad F/m \quad (3-110)$$

مکاپاسیتانس خازنی B_c بر حسب $\mu F/Km$ در فرکانس ۵۰Hz نیز از ضرب کردن مقدار

کاپاسیتانس در $\omega = 2\pi \times 50$ و متعاقباً در ۱۰۰۰ بدست می آید:

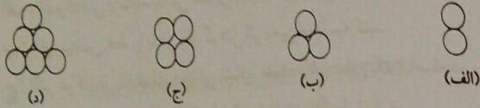
$$B_c = \frac{1/747 \times 10^{-5}}{\ln \frac{D_{eq}}{D_{sc}}} \quad \Omega/\text{Km} \quad (3-111)$$

راکتانس خازنی X_c نیز بر حسب Ω/Km به این ترتیب محاسبه می شود:

$$X_c = \frac{1}{B_c} = 5/747 \times 10^5 \ln \frac{D_{eq}}{D_{sc}} \quad \Omega/\text{Km} \quad (3-112)$$

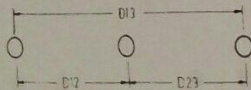
مسائل فصل سوم

۳-۱ برای هر یک از هادیهای رشته ای شکل (۳-۳۴) شعاع متوسط هندسی (GMR) را بر حسب شعاع هر رشته r بدست آورید.



شکل ۳-۳۴ مربوط به مساله (۳-۱)

۳-۲ در یک خط انتقال سه فاز فاصله هادیهای سه فاز با یکدیگر مساوی بوده و مقدار آن $D = 5 \text{ m}$ می باشد. اگر بخواهیم خط انتقال را بصورت افقی مطابق شکل (۳-۳۵) طراحی نماییم، فاصله هادیهای مجاور چقدر باشد تا اندوکتانس حاصله با اندوکتانس خط سه فاز اولیه برابر باشد. ($D_{12} = D_{23}$)



شکل ۳-۳۵ مربوط به مساله (۳-۲)

۳-۳ در خط سه فاز 765 KV مطابق شکل (۳-۳۶) از هادیهای باندل از نوع Pheasant استفاده شده است. اندوکتانس، کاپاسیتانس و جریان خازنی خط را در فرکانس 60 Hz بدست آورید.

برای استفاده از روابط (۳-۱۱۰) تا (۳-۱۱۲) حالت های مختلف زیر را در نظر می گیریم:

الف: خط انتقال یک فاز. در این صورت D_{eq} فاصله بین دو هادی خط بوده و D_{sc} نیز شعاع خارجی هادی یعنی r می باشد. کاپاسیتانس بدست آمده، کاپاسیتانس هر یک از هادیهها نسبت به نقطه خنثی می باشد و کاپاسیتانس بین دو هادی نصف کاپاسیتانس هر هادی نسبت به نقطه خنثی است.

ب: خط انتقال سه فاز. در این حالت D_{eq} فاصله متوسط هندسی از رابطه زیر بدست

می آید:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{13}} \quad (3-113)$$

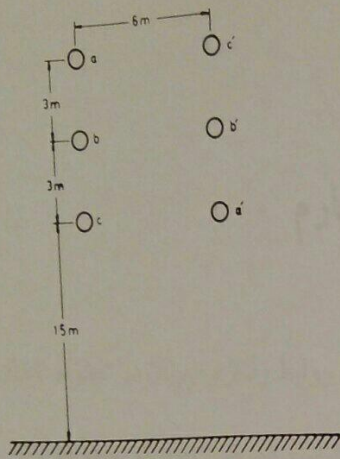
ج: خط سه فاز با هادیهای باندل. در این صورت بجای D_{sc} باید از D_{sc}^b استفاده نمود و D_{eq} نیز از رابطه (۳-۱۱۳) بدست می آید که در اینجا D_{12} و D_{23} فاصله مراکز باندلها از یکدیگر می باشند.

د: خط انتقال سه فاز دو مداره. در این صورت با تقریب قابل قبولی می توان

کاپاسیتانس خط یک مداره را دو برابر کرد و برای محاسبه دقیق تر باید $D_{ac_{eq}}$ و $D_{bc_{eq}}$ را با استفاده از روابط (۳-۱۰۳) تا (۳-۱۰۵) تعیین نمود و سپس D_{eq} یا GMD را به این ترتیب محاسبه نمود:

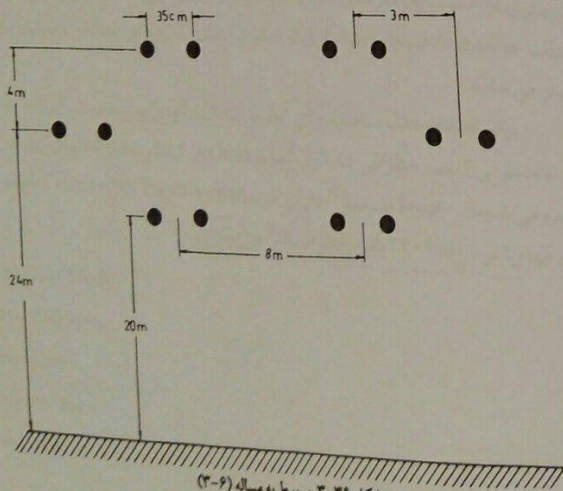
$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab_{eq}} D_{bc_{eq}} D_{ac_{eq}}} \quad (3-114)$$

همچنین باید GMR خط دو مداره را با استفاده از روابط (۳-۱۰۶) تا (۳-۱۰۹) محاسبه نمود تا بتوان از رابطه (۳-۱۱۰) کاپاسیتانس خط دو مداره را بدست آورد. در خطوط سه فاز دو مداره باندل نیز مطابق فوق عمل می کنیم و تنها باید بجای r از D_{sc}^b استفاده نمود.

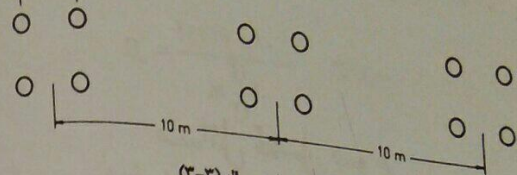


شکل ۳-۳۸ مربوط به مساله (۳-۵)

۳-۶ یک خط انتقال سه فاز دو مداره باندل که هر باندل آن دارای دو رشته است در شکل (۳-۳۹) نشان داده شده است. هادیاها از نوع Pheasant هستند. اندوکتانس و کاپاسیتانس خط را محاسبه کنید (از اثر زمین صرف نظر کنید).

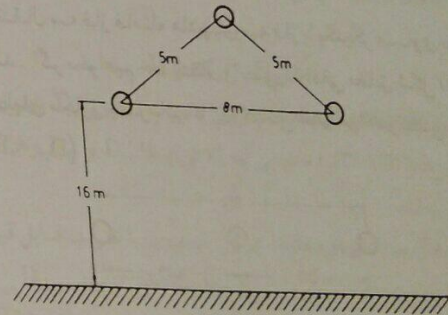


شکل ۳-۳۹ مربوط به مساله (۳-۶)



شکل ۳-۳۶ مربوط به مساله (۳-۳)

۳-۴ خط انتقال سه فاز مطابق شکل (۳-۳۷) دارای آرایش هادیهای بصورت مثلث می باشد. هادیاها از نوع Cardinal می باشند.
الف: اندوکتانس و کاپاسیتانس خط را بدون تاثیر زمین بدست آورید.
ب: کاپاسیتانس خط را با در نظر گرفتن اثر زمین محاسبه کنید.
ج: اگر هر فاز از باندهای دوتایی تشکیل شده باشد بطوریکه فاصله دو رشته در هر باندل $d = 30 \text{ cm}$ باشد قسمت های (الف) و (ب) را مجدداً حل نمایید.



شکل ۳-۳۷ مربوط به مساله (۳-۴)

۳-۵ در یک خط سه فاز دو مداره از هادیهای Drake استفاده شده است. فاصله بین هادیها و ارتفاع آنها مطابق شکل (۳-۳۸) مشخص شده است.
الف: اندوکتانس و راکتانس القایی خط را محاسبه کنید.
ب: کاپاسیتانس و ساسپیتانس خط را محاسبه نمایید.

$$L = \gamma \lambda_0^{-1} \ln \frac{G_{MD}}{G_{MR}} \quad (11)$$

$$G_{MD} = D_{eq}$$

$$G_{MR} = D_s = r' = e^{-\frac{1}{4}} r$$

$$\lambda L = \omega L = \gamma n F L \quad (\Omega)$$

اندکس:

ساعت روز

کاپاسیتانس:

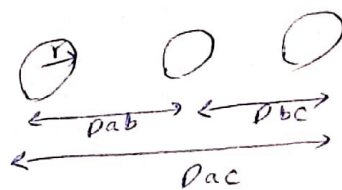
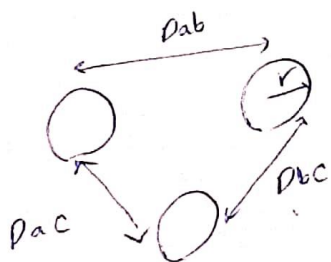
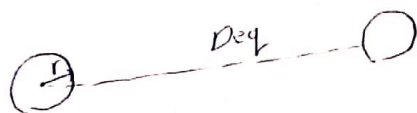
$$C = \frac{\gamma n \epsilon_0}{(F) \ln \frac{G_{MD}}{G_{MR}}}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$$

$$G_{MR} = r$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\gamma n F C} \quad (\Omega)$$

در ضا تلفات:



ضای تلفات:

$$P_{eq} = \sqrt[3]{P_{ab} \times P_{bc} \times P_{ac}} \quad (I)$$

مقدور باندل: G_{MR} ؛ صورت زیر بقیه ی کتب: L و r و C از (۱۲) است
 ی کتب ۱ - باندل بد کاسی L و R و از این باندل یون ضا

$$G_{MR} = \begin{cases} \sqrt{P_s d} & \text{باندل دایمی} \\ \sqrt[3]{P_s d^2} & \text{باندل دایمی} \\ 1.1091 \sqrt[3]{P_s d^3} & \text{باندل دایمی} \end{cases}$$

مقدور دوداره: اندکس تلفات کاپاسیتانس در برابر

دوداره دوداره باندل: G_{MR} از (II)؛ G_{MD} از (I)
 حساب L ← $\times \frac{1}{4}$
 حساب C ← $\times 2$

۵-۴-۲ باندل کردن خطوط

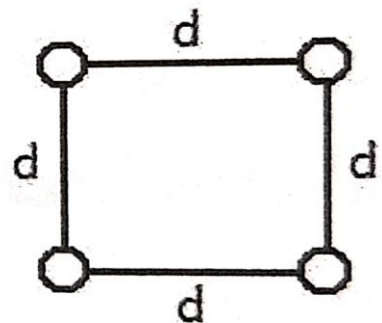
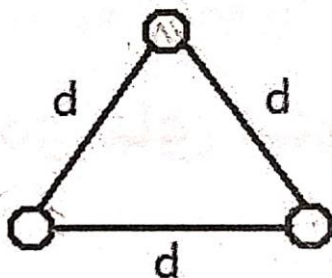
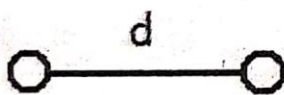
معمولاً برای خطوط با ولتاژ بسیار بالا (EHV) در هر فاز بیشتر از یک هادی استفاده شده که این روش باندل کردن (گروهی کردن) خطوط نامیده می‌شود. این کار شدت میدان الکتریکی در سطح هادی را کاهش داده و سبب کاهش یا حذف پدیده کرونا می‌شود. نتایج کرونا تلفات نامطلوب توان، تداخل ارتباطی و نویز شنوایی می‌باشد. هم‌چنین در باندل کردن با افزایش GMR هادی‌ها مطابق رابطه ۳۹ راکتانس سری خط کاهش یافته و در نتیجه بارپذیری خط انتقال افزایش می‌یابد.

شکل ۱۰-۲ خطوط باندل شده متداول را نشان می‌دهد. فرض کنید GMR هر هادی فرعی برابر D_S باشد، در این صورت برای کل هادی باندل شده با توجه به رابطه (۴۱) می‌توانیم شعاع متوسط هندسی را به صورت $GMR = D_{SL}$ تعریف کنیم. برای چند فرم باندل کردن، در ادامه محاسبه شده است.

$$D_{SL} = \sqrt[4]{(D_S \times d)^2} = \sqrt{D_S d} \quad (m) \quad (49)$$

$$D_{SL} = \sqrt[9]{(D_S \times d \times d)^3} = \sqrt[3]{D_S d^2} \quad (m) \quad (50)$$

$$D_{SL} = \sqrt[16]{(D_S \times d \times d \times d \sqrt{2})^4} = 1.091 \sqrt[4]{D_S d^3} \quad (m) \quad (51)$$



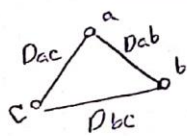
مثال: اگر اندک ناسازگاری در طول یک هادی در سیمای e^f متر خارج آن برابر $\frac{1}{m}$ باشد با $\frac{2\mu_0}{\pi}$

سیمای هادی فقط راست است.

$$\frac{2\mu_0}{\pi} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{e^f}{e^{-\frac{1}{f}} r} \rightarrow r = ?$$

$$\frac{2 \times 2\pi \times 10^{-7}}{\pi} = 2 \times 10^{-7} x \rightarrow x = f \quad \ln a = u$$

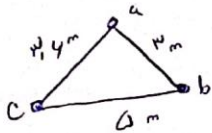
$$\Rightarrow \frac{e^f}{e^{-\frac{1}{f}} r} = e^f \Rightarrow r = \frac{e^f}{e^f \times e^{-\frac{1}{f}}} = e^{\frac{1}{f}}$$



$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} \times D_{bc} \times D_{ac}}$$

در خط سیمای:

مثال: دالتا ناسازگاری در سیمای هادی 0.118 در میان سیمای هادی (رنگی) و فاصله بین هادی ها مطابق شکل زیر است. راه دست آورید.

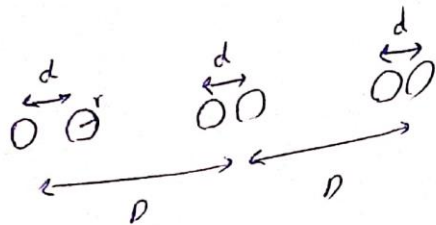


$$D_{eq} = \sqrt[3]{1 \times 0.5 \times 1.4} = 0.878 \quad r' = \sqrt[3]{1.18 \times 10^{-3}} = 1.18 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{1 \times 0.5 \times 1.4} = 0.878$$

$$l = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{r'} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{0.878}{1.18 \times 10^{-3}}$$

$$x_L = 2\pi f l = 0.384 \frac{\Omega}{\text{km}}$$



مثال: $l=1$
خط سرباز با باندل دو تایی

$$D = e^{1/3} r$$

$$d = \sqrt[3]{r} e^{1/3}$$

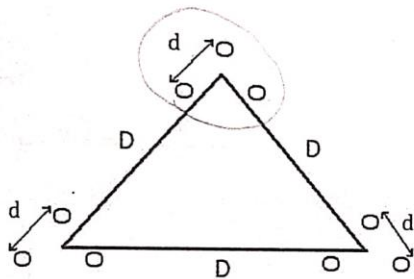
$$r = \sqrt[3]{r} e^{-1/3}$$

$$D = r' = e^{-1/3} r$$

$$GMR \perp r' = \sqrt{D d} = \sqrt{\sqrt[3]{r} e^{1/3} \times \sqrt[3]{r} e^{-1/3}} = e^{1/3} \sqrt[3]{r}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D D D} = D \sqrt[3]{r} = e^{1/3} \sqrt[3]{r}$$

$$\Rightarrow l = 2 \times 10^{-3} \ln \frac{e^{1/3} \sqrt[3]{r}}{e^{-1/3} \sqrt[3]{r}} = 2 \times 10^{-3} \ln e^{2/3} = 2 \times 10^{-3} \times \frac{2}{3}$$



مثال: در خط انتقال نشان داده شده در شکل، نسبت $\frac{GMR_L}{GMR_C}$ برابر است با:

(1) 0.75

(2) 0.34

(3) 0.92

(4) 0.56

حل: هادی‌های خط دارای باندل 3 تایی می‌باشند و داریم:

$$\frac{GMR_L}{GMR_C} = \frac{\sqrt[3]{r' d^2}}{\sqrt[3]{r d^2}} = \sqrt[3]{\frac{e^{-1/3} r d^2}{r d^2}} = \sqrt[3]{e^{-1/3}} = e^{-1/9}$$

می‌دانیم که $e^{-1/9} \approx 0.7788$ و ریشه سوم یک عدد کوچکتر از یک، از خود آن عدد بزرگتر می‌باشد. لذا گزینه‌ای که در جواب صدق می‌کند گزینه ۳ است.

مثال : هادی‌های یک خط انتقال سه فاز بر روی رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع به اضلاع re^{10} متر قرار دارند. شعاع هادی‌ها r می‌باشد نسبت ادمیتانس خازنی به راکتانس سلفی خط چقدر می‌باشد؟

$$\frac{\pi^2 \epsilon_0}{100 \mu_0} \quad (۱) \qquad \frac{8 \epsilon_0}{\pi \mu_0} \quad (۲) \qquad \frac{22 \pi^2 \epsilon_0}{74 \mu_0} \quad (۳) \qquad \frac{8 \pi^2 \epsilon_0}{205 \mu_0} \quad (۴)$$

حل : اندازه ادمیتانس خازنی و راکتانس سلفی عبارتند از:

$$\begin{aligned} X_L &= \omega L \\ Y_C &= \omega C \end{aligned}$$

که C, L به ترتیب اندوکتانس و ظرفیت خازنی فاز می‌باشد.

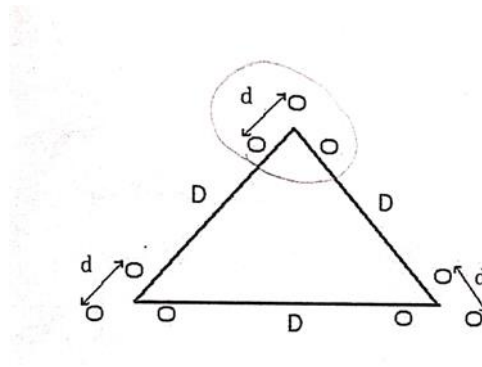
$$\begin{aligned} \frac{Y_C}{X_L} &= \frac{C}{L} = \frac{\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)}}{\frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{r'}\right)} = \frac{4\pi^2\epsilon_0}{\mu_0} \times \frac{1}{\ln\left(\frac{re^{10}}{r}\right) \ln\left(\frac{re^{10}}{re^{\frac{1}{4}}}\right)} = \\ &= \frac{4\pi^2\epsilon_0}{\mu_0} \times \frac{1}{10 \times \frac{41}{4}} = \frac{8\pi^2\epsilon_0}{205\mu_0} \end{aligned}$$

لذا گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

توجه شود که در محاسبه اندوکتانس از شعاع مؤثر $r' = e^{\frac{1}{4}} r$ و در محاسبه ظرفیت خازنی از شعاع واقعی r استفاده می‌شود.

تمرین ۷:

شبکه انتقال سه فاز با هادی های باندل سه رشته ای زیر را در نظر بگیرید:



که در آن $D=5\text{m}$ ، $d=35\text{cm}$ و شعاع هر رشته برابر 1cm است.

الف: اندوکتانس (L) و راکتانس سلفی (X_L) بدون باندل را حساب کنید. ($f=50\text{Hz}$)

ب: اندوکتانس با باندل سه رشته ای را حساب کنید.

ج: اندوکتانس با باندل سه رشته ای دو مداره را حساب کنید.

تمرین ۸:

در شبکه ی فوق:

الف: کاپاستانس (C) و راکتانس خازنی (X_C) بدون باندل را حساب کنید. ($f=50\text{Hz}$)

ب: C با باندل سه رشته ای را حساب کنید.

ج: C با باندل سه رشته ای دو مداره را حساب کنید.

تمرین ۹:

در شبکه ی فوق نسبت C/L و نسبت X_C/X_L را با صورت فرمولی بنویسید.

ارسال پاسخ به m.heshmati.znu@gmail.com

فصل ۳- ریاضیات و الفبا، زبان و منطق

مدل خرد
مدل خرد انتقال
مدل خرد

کوتاه
بلند

$L < 8 \text{ km}$
 $8 \text{ km} \leq L \leq 24 \text{ km}$
 $L > 24 \text{ km}$

مدل خرد و حق استنادی در ابعاد مدار نسبت به دایره مدج ضعیف کدیب بار

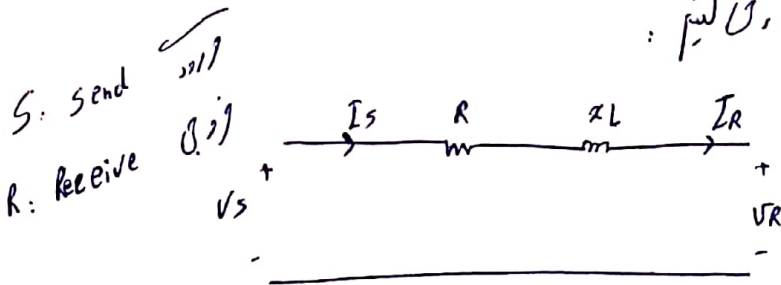
لر = 400 خلی کو پیر از 400 مین .

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{8 \times 10^8} = 0.375 \text{ m}$$
 : ضابطہ

مل: ضمير انقال :

G C L R
 قنات قنات قنات قنات
 حوضخانه ای از این قنات حوضخانه ای از این قنات حوضخانه ای از این قنات حوضخانه ای از این قنات

۱) ضا کوه : از سمت جنوب شرقی



$$Z_L = j\omega L$$

$$Z = R + j\omega L$$

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

هفت، استریم دایه، و لقا و ج بان و درین بر ص

دولت زور بمان خودی

رسائل محمدؐ خردی معلّم ، وروسی عجبیل

ما/ انتقال $T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_S = \sum \bar{I} R + \sqrt{V} R \\ I_S = \bar{I} R \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$A = D$$

$$T = \begin{bmatrix} \frac{6.12}{r} & \frac{2}{r} \\ \frac{7.16}{r} & \frac{1.21}{r} \end{bmatrix}$$

Diagram for Example 1: A transmission line with two segments. The first segment has resistance $\frac{R}{r}$ and inductance $\frac{2L}{r}$. The second segment has resistance $\frac{R}{r}$ and inductance $\frac{2L}{r}$. A shunt capacitor Y is connected between the midpoint and the ground line. The input voltage is V_s and the output voltage is V_R .

$$T_0 = \begin{bmatrix} 1 \cdot \frac{10}{r} & 8 \cdot 10 \cdot \frac{10}{r} \\ r & 1 \cdot \frac{10}{r} \end{bmatrix}$$

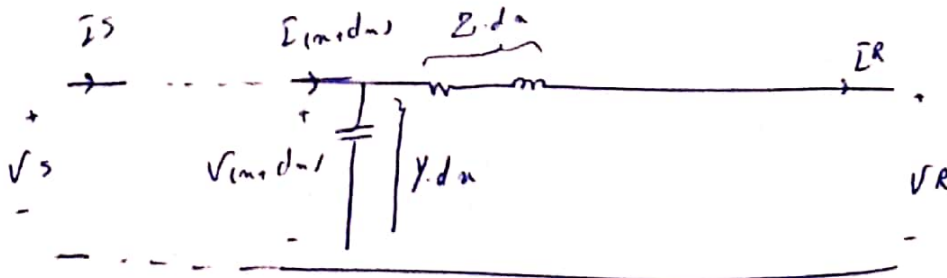
۱۱۵

$$\begin{cases} V_s = Z(\bar{I}_R + \frac{Y}{Z} V_R) + V_R \\ \bar{I}_S = \bar{I}_R + V_R \frac{Y}{Z} = V_S \frac{Y}{Z} \end{cases}$$

$$V = ZI$$
$$I = YV$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{F} & Z \\ Y & 1 + \frac{ZY}{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

٥٣) فاضل بن عبد



$$Z = R + j\omega L$$

$$Y = G + j\omega C$$

$\gamma = \sqrt{21}$ $\gamma = \sqrt{\frac{2}{\gamma}}$
 ثاب اهدان
 صفت

$$\Rightarrow T = \begin{bmatrix} \cosh YL & Z_0 \sinh YL \\ \frac{1}{Z_0} \sinh YL & \cosh YL \end{bmatrix} \quad \text{مفید}$$

وہابی "ہا" دینی

$$T = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z\gamma}{r} & Z(1 + \frac{Z\gamma}{r}) \\ \gamma(1 + \frac{Z\gamma}{r}) & 1 + \frac{Z\gamma}{r} \end{bmatrix}$$

قرسی

$$A = P$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

✓ قدرت خال معده لایر و ← شارژ ی

✓ --- مقادیر خردی

✓ حل بر حسب فاز

✓ یافته در دین از خردی

انتقال شاید (۱۶)	$\begin{cases} \bar{I}_L = \bar{I}_\phi \\ V_L = \sqrt{3} V_\phi \end{cases}$	انتقال مست (۱۵)	$\begin{cases} \bar{I}_L = \sqrt{3} \bar{I}_\phi \\ V_L = V_\phi \end{cases}$
------------------------	---	-----------------------	---

✓ درست دریافت :

$$S_{3\phi} = 3 V_\phi \bar{I}_\phi^* \Rightarrow \bar{I}_\phi = \frac{S_{3\phi}^*}{3 V_\phi^*} = \frac{|S_{3\phi}|}{3 V_\phi} \angle -\theta$$

مقدار
 $V_{R0} = 0$

$$S = |S| \angle \theta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = |S| \cos \theta \rightarrow \text{Real}(S) \\ Q = |S| \sin \theta \rightarrow \text{Imag}(S) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{PF} = \cos \theta \\ \theta = \text{Atan} \frac{Q}{P} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = 171 |I| \cos (\angle V - \angle I) \\ Q = 171 |I| \sin (\angle V - \angle I) \end{array} \right.$$

در حالت ۳، فریب ۳ اضافه می شود (۱۷۱، ۱۷۱)
P و P در مسافتی باشد، مقادیر ۱۷۱، ۱۷۱ را افزودن زیاد به بین
۱۷۱، ۱۷۱ همان است، اوراق می دهد.

✓ Voltage Regulation ولتاژ

ولتاژی است که برای تولید ولتاژ ثابت
نیاز داریم ولتاژ زیاد تغییر کند یعنی
VR بزرگ است.

$$V.R = \frac{|V_{RNL}| - |V_{RPL}|}{|V_{RPL}|}$$

کاهش
نیاز در
L و φ

$$\text{no load} \rightarrow \bar{I}_L = 0, \bar{I}_R = 0$$

فقدان اندازه خردی می دهد.

$$V.R = \frac{|V_S| - |V_R|}{|V_R|}$$

۱۷۱ فولت

$$V_S = A V_R + B \bar{I}_R = A V_R \Rightarrow V_R = \frac{V_S}{A}$$

$$V.R = \frac{\left| \frac{V_S}{A} \right| - |V_R|}{|V_R|}$$

۱۷۱ ولتاژ

$$V.R = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_R|}{|V_R|}$$

درست خال VR

$$S = \frac{P_{R \text{ ظر}}}{P_{S \text{ ظر}}} \times 100 = \frac{\text{real}(S_R)}{\text{real}(S_S)} \times 100$$

در صورتی که:

یا $\text{real}(S)$ نامی خاص

$$P_{R \text{ ظر}} = P_{S \text{ ظر}} \cos \phi$$

$$P_{R \text{ ظر}} \cos(\phi_R - \phi_S)$$

$$|S| \times \text{p.f.} = |S| \cos \phi$$

cos (اضافه یا کسینوس زاویه)

$$= \cos(\phi_R - \phi_S)$$

$$= \cos(\phi_S)$$

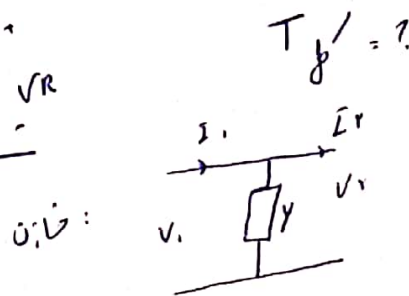
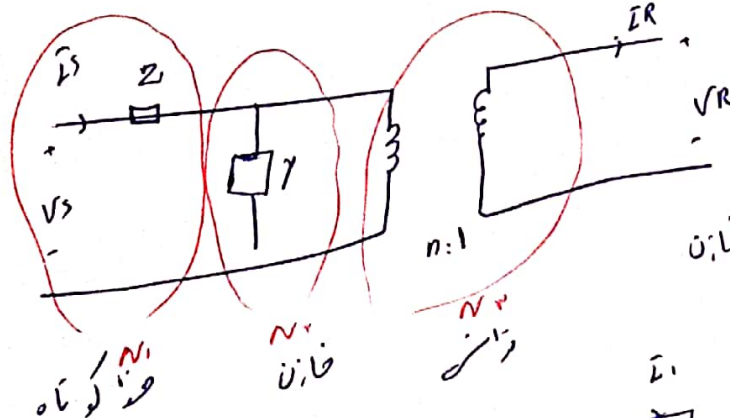
✓ اگر کسینوس زاویه باشد:



$$T_{\text{کل}} = T_1 \times T_2 \times T_3 \dots$$

T: ضرایب انتقال، ضریب بازتاب، ضریب تلفات، ضریب تلفات

مثال:



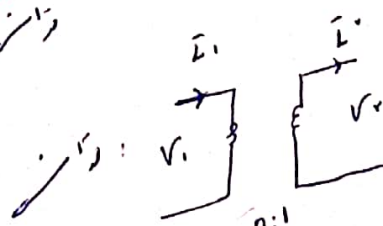
$$V_1 = V_2$$

$$I_1 = I_2 + Y V_2$$

$$\Rightarrow T_{Y1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow T_{n1} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$V_1 = n V_2$$

$$I_1 = \frac{1}{n} I_2$$

$$T_{\text{کل}} = T_1 \times T_{Y1} \times T_{n1} = \begin{bmatrix} n(1+YZ) & Z/n \\ ny & 1/n \end{bmatrix}$$

مثال خط کوتاه:

مثال : خط انتقال سه فاز 220^{KV} به طول 40^{Km} دارای مقاومت اهمی $0.15 \frac{\Omega}{phase}$ در هر کیلومتر و اندوکتانس $1.3263 \frac{mH}{phase}$ در

هر کیلومتر است. با صرف نظر از خاصیت خازنی خط انتقال، توان ابتدای خط، درصد تنظیم ولتاژ و راندمان خط را در حالات مختلف زیر بدست آورید:

الف) $V_R = 220^{KV}$, $pf = 0.8 \text{ lagging}$, $S_R = 381^{MVA}$ (frequency = 60 Hz)

ب) $V_R = 220^{KV}$, $pf = 0.8 \text{ leading}$, $S_R = 381^{MVA}$

حل : دقت کنید که در سیستم های سه فاز داده ها را برای خط به خط می دهند و اگر غیر از این باشد حتماً ذکر می گردد که داده ها مربوط به فاز هستند.

$$Z = z\ell = \left(0.15 + j2 \times \pi \times 60 \times 1.3263^{mH}\right) \times 40 = 6 + j20 \frac{\Omega}{phase}$$

الف) در اینجا زاویه ولتاژ گیرنده را به عنوان مرجع انتخاب می کنیم بنابراین:

$$V_R = \frac{220^{KV}}{\sqrt{3}} = 127^{KV} \angle 0, \quad pf = 0.8 \text{ lagging} \Rightarrow S_R = 381 \angle 36.87^{MVA} = 304.8^{MW} + j228.6^{MVAR}$$

$$S_R = 3 V_R I_R^* \Rightarrow I_R = \frac{381 \angle -36.89^{MVA}}{3 \times 127^{KV}} = 1000 \angle -36.87^{\circ} \Rightarrow V_S = V_R + Z I_R$$

$$\Rightarrow V_S = 127^{KV} \angle 0 + (6 + j20)(1000 \angle -36.87^{\circ}) = 144.33 \angle 4.93^{KV}$$

در صورت ثابت فرض کردن ولتاژ منبع تغذیه، ولتاژ گیرنده در حالت بی بار برابر با V_S بوده و در نتیجه درصد تنظیم ولتاژ به صورت زیر بدست می آید:

$$VR = \frac{144.33 - 127}{127} = 13.64\%$$

$$S_S = 3 V_S I_S^* = 3 V_S I_R^* = 322.8^{MW} + j288.6^{MVAR} \Rightarrow \eta_{line} = \frac{P_R}{P_S} = \frac{304.8^{MW}}{322.8^{MW}} = 0.944$$

ب) با انجام روش مشابه در این حالت اطلاعات زیر بدست خواهند آمد:

$$V_S = 121.39^{KV} \angle 9.3^{\circ}, \quad S_S = 322.8^{MW} - j168.6^{MVAR}$$

$$\Rightarrow VR = \frac{121.39 - 127}{127} = -4.43\%, \quad \eta_{line} = \frac{304.4}{322.8} = 0.944$$

از بررسی داده های بدست آمده می توان دریافت، وجود بار مصرف کننده توان راکتیو در انتهای خط سبب شده جریان عبوری از خط افزایش یافته و افت ولتاژ روی خط زیاد گردد ولی برعکس، وجود بار تولید کننده توان راکتیو در انتهای خط، تأمین کننده بخشی از توان راکتیو خود خط بوده و سبب می شود جریان انتقالی از طریق خط کاهش یافته و افت ولتاژ روی آن کمتر شود.

نکته : در خطوط انتقال بلند که اثر خازنی زیاد و قابل ملاحظه ای دارند در صورت قطع شدن ناگهانی بار متصل به انتهای خط، به دلیل وجود اثر خازنی ولتاژ سر انتهای نسبت به سر ابتدایی خط به شدت افزایش یافته و می تواند سبب سوختن بسیاری از تجهیزات در پست های انتهایی گردد که این اثر به اثر فرانتی مشهور است. برای رفع این مشکل در انتهای خطوط بلند از reactor های بزرگی استفاده می کنند که در چنین مواقعی بلافاصله وارد مدار شده و به دلیل مصرف توان راکتیو، ولتاژ انتهای خط را پایین می آورند.

مثال خط متوسط

خطی به طول ۱۳۰ km ، بار ۲۷۰ MVA ، ولت ولتاژ ۲۲۵ kV به فریب توان
۰.۸ lag ، ولتاژ رهنیال ارسالی ، توان قدرت ، ارسالی ، درصد تلفات ولتاژ
در ازمان ، با مسافت زیر حساب کنید .

در ادامه طول به اهم فاز

$$r = 0.34 \frac{\Omega}{km} \quad l = 0.18 \frac{mH}{km} \quad C = 0.0112 \frac{\mu F}{km}$$

$$f = 40 \text{ Hz}$$

حل: اهم Ω ، مقاومت ، رزیستانس r :
هانتی H ، خود القایی ، اندوکتانس L :
فاراد F ، ظرفیت خازنی ، کاپاسیتانس C :
دقت کنید

سیستم ST →

$m \rightarrow 1.3$	$\mu \rightarrow 1.4$	$n \rightarrow 1.4$	$p \rightarrow 1.2$
$k \rightarrow 1.3$	$m \rightarrow 1.3$		

$$Z = (r + j\omega l) L = (0.34 + j \times 2 \times 12 \times 40 \times 0.18 \times 10^{-3}) \times 130 = 4.48 + j 39.27 \frac{\Omega}{\text{phase}}$$

$$Y = (G + j\omega C) L = (22 \times 40 \times 0.0112 \times 10^{-6}) \times 130 = j 0.000849 \frac{\text{phase}}{\Omega}$$

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{r} & Z \\ Y(1 + \frac{ZY}{f}) & 1 + \frac{ZY}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.48 + j 39.27 & 4.48 + j 39.27 \\ -2.52 \times 10^{-4} + j 0.000849 & 4.48 + j 39.27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

ماتریس انتقال ، اعصابه کردم حال با V_R ، I_R ، ادایسته با V_S ، I_S

$$\begin{cases} V_S = A V_R + B I_R \\ I_S = C V_R + D I_R \end{cases}$$

$$V_{\phi} = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$$

V_R مرتبه اول، ابتدا به فاز V می‌کنیم.

$\cos \phi = \frac{P}{S} = \frac{100}{120} = 0.833$
 $\phi = \cos^{-1}(0.833) = 33.7^\circ$

$$\Rightarrow V_R = \frac{320}{\sqrt{3}} = 184.75 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

$$S_R = 3 V_{R\phi} \bar{I}_{R\phi}^*$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{R\phi} = \frac{S^*}{3 V_R} = \frac{2700 \angle -33.7^\circ}{3 \times 184.75}$$

$$S^* = |S| \angle -\phi$$

$$\phi < 0 \quad \angle^* \quad \phi > 0 \quad \leftarrow \text{lag}$$

$$S = |S| \angle \phi$$

$$\phi > 0 \quad \angle^* \quad \phi < 0 \quad \leftarrow \text{lead}$$

$$\rightarrow \bar{I}_{R\phi} = 479.44 \angle -33.7^\circ \text{ A}$$

$$A \times 184.75 \angle 0^\circ +$$

$$V_S = A V_R + B \bar{I}_R = 199.1188 \text{ kV} \angle 9.12^\circ$$

$$B \times 479.44 \angle -33.7^\circ$$

تذکره: در این رابطه هم V_R هم \bar{I}_R باید بر حسب k باشند
 تا V_S هم بر حسب k بدست آید.

یا هم در بر حسب A و V باشند تا V_S هم بر حسب V بدست آید.

$$V_{\phi R} = \frac{|V_{R_{nL}}| - |V_{R_{FL}}|}{|V_{R_{FL}}|} \times \dots = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_R|}{|V_R|} \times \dots$$

$$= \frac{\frac{199.1188}{|A|} - 184.75}{184.75} \times \dots = 7.31 \%$$

ماژن حساب گندمی داشته باشد.

اعداد محاسبه فائریس ...

Sharp EL-506W

$$\bar{I}_S = C V_R + D \bar{I}_R = 421.122 \text{ A} \angle -28.84^\circ$$

\downarrow
A

\downarrow
V

\downarrow
A

$$\rightarrow 184.75 \angle 0^\circ (V)$$

$$S_s = \underbrace{3V_s}_{\text{mVA}} \underbrace{I_s^*}_{\text{kV}} = 3 \times 199,111 \angle 71,123 \times 0,111132 \angle -20,091$$

$$\Rightarrow S_s = \underbrace{211,118}_{P} \text{ kW} + j \underbrace{124,228}_{R} \text{ kVAR}$$

$$S = P + jR$$

$$\text{mVA} = \text{MW} + j \text{MVAR}$$

$$P_s = 3 \times 199,111 \times 0,111132 \times \cos 6 = 211,118 + 124,228 =$$

$$211,118 \text{ MW}$$

$$E_{KA}, kV \rightarrow \bar{V}, V$$

$$\text{MW} \rightarrow P$$

$$P_R = \text{real}(S) = 2V \times 0,111 = 211 \Rightarrow \int = \frac{211}{211,118} \times 100 = 99,49\%$$

مقدار

فردی

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

یا داری

فردی و داری

$$Z = x + jy$$

$$Z = |r|e^{j\theta}$$

$$Z = |r| \angle \theta$$

$$j = \sqrt{-1}$$

$$x = \text{Re}(Z)$$

$$y = \text{Im}(Z)$$

$$|r| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \text{Atan} \frac{y}{x}$$

$$x = |r| \cos \theta$$

$$y = |r| \sin \theta$$

یا داری

$$Z^* = \bar{Z} = x - jy = re^{-j\theta} = r \angle -\theta$$

$$(a + bj)(c + dj) = ac + adj + bcj + bdj^2 = ac - bd + j(ad + bc)$$

$$(a + bj) + (c + dj) = a + c + j(b + d)$$

$$(r_1 \angle \theta_1)(r_2 \angle \theta_2) = r_1 r_2 \angle \theta_1 + \theta_2$$

تمرین ۳: مثال قبلی را به ازای داده های صورت مساله 50Hz 0.9lag 400Kv 250MVA 200km حل کنید.

ارسال پاسخ به m.heshmati.znu@gmail.com

مثال خط بلند:

مثال ۳-۴ در یک خط انتقال ۲۳۰ KV بطول ۴۰۰ Km، راکتانس سری خط $۰/۶۱ \Omega/Km$ ، مقاومت آن $۰/۱۱۳ \Omega/Km$ و ادمیتانس موازی $۳/۲ \times ۱۰^{-۶} S/Km$ است (از کندوکتانس صرف نظر شده است). بار انتهای خط قدرت ۲۰۰ MW را در ولتاژ ۲۳۰ KV و ضریب قدرت یک جذب می نماید. ولتاژ، جریان و قدرت در ابتدای خط را محاسبه کنید.

حل:

$$z = ۰/۱۱۳ + j۰/۶۱ = ۰/۶۲۰۴ \angle ۷۹/۵^\circ \Omega/Km$$

$$y = G + j\omega C = j۳/۲ \times ۱۰^{-۶} S/Km = ۳/۲ \times ۱۰^{-۶} \angle ۹۰^\circ S/Km$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{۰/۶۲۰۴}{۳/۲ \times ۱۰^{-۶}} \angle \frac{۷۹/۵^\circ - ۹۰^\circ}{۲}} = ۴۴۰/۳ \angle -۵/۲۵^\circ \Omega$$

$$\gamma = \sqrt{yz} = \sqrt{۰/۶۲۰۴ \times ۳/۲ \times ۱۰^{-۶}} \angle \frac{۷۹/۵^\circ + ۹۰^\circ}{۲}$$

$$\gamma = ۰/۰۰۱۴۱ \angle ۸۴/۷۵^\circ = ۰/۰۰۰۱۲۹ + j۰/۰۰۱۴$$

$$\gamma l = (۰/۰۰۰۱۲۹ + j۰/۰۰۱۴) \times ۴۰۰ = ۰/۰۵۱۶ + j۰/۵۶$$

$$I_r = \frac{۲۰۰ \times ۱۰^۳}{\sqrt{۳} \times ۲۳۰ \times ۱} = ۵۰۲ \angle ۰^\circ A$$

$$V_r = \frac{۲۳۰}{\sqrt{۳}} = ۱۳۲/۸ \angle ۰^\circ KV$$

$$\cosh \gamma l = \cosh ۰/۰۵۱۶ \cos ۰/۵۶ + j \sinh ۰/۰۵۱۶ \sin ۰/۵۶$$

$$= ۱/۰۰۱۳ \times ۰/۸۴۷ + j۰/۰۵۱۶ \times ۰/۵۳۱$$

$$= ۰/۸۴۸۱ + j۰/۰۲۷۴ = ۰/۸۴۸۵ \angle ۱/۸۵^\circ$$

$$\sinh \gamma l = \sinh ۰/۰۵۱۶ \cos ۰/۵۶ + j \cosh ۰/۰۵۱۶ \sin ۰/۵۶$$

$$= ۰/۰۵۱۶ \times ۰/۸۴۷ + j۱/۰۰۱۳ \times ۰/۵۳۱$$

$$= 0.437 \times j0.5317 = 0.5335 \angle 85/3^\circ$$

$$V_s = 132/8 \times 0.18485 \angle 1/85^\circ + 0.2 \times 440/3 \angle -5/25^\circ$$

$$\times 0.5335 \angle 85/3^\circ \times 10^{-2}$$

$$V_s = 179 \angle 42^\circ \text{ KV}$$

قدر مطلق ولتاژ خطی در ابتدای خط برابر است با:

$$|V_s| = 179\sqrt{3} = 310 \text{ KV}$$

$$I_s = 0.2 \times 0.18485 \angle 1/85^\circ + \frac{132/8 \times 10^2}{440/3 \angle -5/25^\circ} \times 0.5335 \angle 85/3^\circ$$

$$I_s = 461/6 \angle 22/2^\circ \text{ A}$$

با محاسبه ضریب قدرت PF در ابتدای خط، قدرت منتقله در ابتدای خط بدست می آید:

$$PF = \cos(42^\circ - 22/2^\circ) = 0.941$$

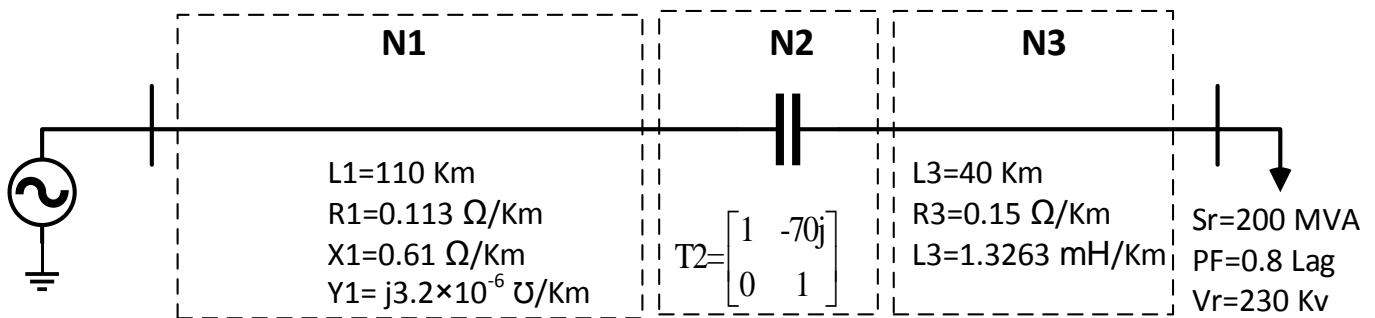
$$P = \sqrt{3} \times 310 \times 461/6 \times 0.941 \times 10^{-2} = 233 \text{ MW}$$

تمرین ۴: مثال قبلی را با روابط تقریبی ماتریس انتقال خط بلند حل کنید.

ارسال پاسخ به m.heshmati.znu@gmail.com

تمرین ۵ (تشویقی، نمره اضافی):

یک بار سه فاز 200MVA با ضریب توان 0.8 lag در ولتاژ 230 KV و فرکانس 60Hz توسط شبکه ای متصل از دو خط انتقال سری به طول 110Km و 40Km مطابق شکل زیر تغذیه می شود. در محل اتصال دو خط عنصری (خازن سری) با ماتریس انتقال داده شده نصب شده است.



الف) ماتریس انتقال کل شبکه را بدست آورید. (راهنمایی: ضرب ماتریس های انتقال سری در هم)

ب) ولتاژ و جریان ابتدای خط را بدست آورید.

پ) درصد تنظیم ولتاژ را محاسبه کنید.

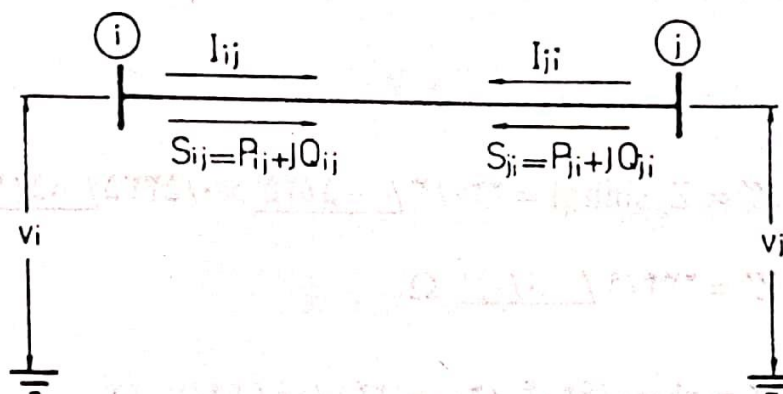
ت) راندمان خط انتقال و تلفات را محاسبه کنید.

ث) در توان مبنای $S=200 \text{ MVA}$ قدرت اکتیو و راکتیو ارسالی ابتدای خط چند پریونیت هستند؟

ارسال پاسخ به m.heshmati.znu@gmail.com

۴-۵ قدرت انتقالی در خط انتقال انرژی

دوشین i و j را که بترتیب ابتدا و انتهای یک خط انتقال هستند مطابق شکل (۴-۸) در نظر بگیرید. P_{ij} ، Q_{ij} و S_{ij} بترتیب قدرتهای اکتیو، راکتیو و مختلط جاری از شین i به طرف شین j باشند که از شین i جدا می شوند. همچنین P_{ji} ، Q_{ji} و S_{ji} بترتیب قدرتهای اکتیو، راکتیو و مختلط جدا شده از شین j هستند که بطرف شین i جاری می شوند.



شکل ۴-۸ قدرت های جاری در خط انتقال

اگر ولتاژ شین انتهائی را بعنوان مرجع در نظر بگیریم داریم:

$$V_j = |V_j| \angle 0^\circ$$

زاویه جلو افتادگی V_i نسبت به V_j را با δ نشان می دهیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta$$

V_i و V_j بترتیب ولتاژ مختلط شین های i و j می باشند. قدرت جاری شده در ابتدای خط به ترتیب زیر محاسبه می شود:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \quad (4-46)$$

حال رابطه (۴-۱۲) را برای خط انتقال می نویسیم:

$$V_s = AV_r + BI_r$$

$$I_s = CV_r + DI_r$$

$$D = A \quad AD - BC = 1$$

دو معادله اخیر را برای I_r و I_s بر حسب V_r و V_s حل می کنیم:

$$I_s = \frac{D}{B} V_s - \frac{1}{B} V_r \quad (4-47)$$

$$I_r = \frac{1}{B} V_s - \frac{A}{B} V_r \quad (4-48)$$

در رابطه (4-47) با جایگزینی I_{ij} برای I_s ، V_i برای V_s و V_j برای V_r داریم:

$$I_{ij} = \frac{D}{B} V_i - \frac{1}{B} V_j$$

ضرائب $A = D$ و B را بترتیب زیر تعریف می کنیم:

$$A = D = |D| \angle \alpha \quad \text{و} \quad B = |B| \angle \beta$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$I_{ij} = \frac{|D|}{|B|} |V_i| \angle \alpha + \delta + \beta - \frac{1}{|B|} |V_j| \angle -\beta$$

$$I_{ij}^* = \frac{|D|}{|B|} |V_i| \angle \beta - \alpha - \delta - \frac{1}{|B|} |V_j| \angle \beta$$

با جایگزینی این مقدار در رابطه (4-46) داریم:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = \frac{|D|}{|B|} |V_i|^2 \angle \beta - \alpha - \frac{1}{|B|} |V_i| |V_j| \angle \beta + \delta \quad (4-49)$$

در این رابطه اگر ولتاژها فازی باشند قدرت یکفاز انتقالی خط بدست می آید و اگر ولتاژها خطی باشند قدرت انتقالی سه فاز محاسبه خواهد شد. قسمت های حقیقی و موهومی رابطه (4-49) را جدا می کنیم:

$$P_{ij} = \frac{|D|}{|B|} |V_i|^2 \cos(\beta - \alpha) - \frac{|V_i| |V_j|}{|B|} \cos(\beta + \delta) \quad (4-50)$$

$$Q_{ij} = \frac{|D|}{|B|} |V_i|^2 \sin(\beta - \alpha) - \frac{|V_i||V_j|}{|B|} \sin(\beta + \delta) \quad (4-51)$$

روابط (4-50) و (4-51) پخش قدرتهای اکتیو راکتیو خط از شین i را مشخص می کنند. در خطوط انتقال کوتاه داریم:

$$A = D = 1 \quad \text{و} \quad B = Z$$

اگر از مقاومت اهمی خط در مقابل راکتانس القائی آن صرفنظر کنیم خواهیم داشت:

$$B = jX = X \angle 90^\circ$$

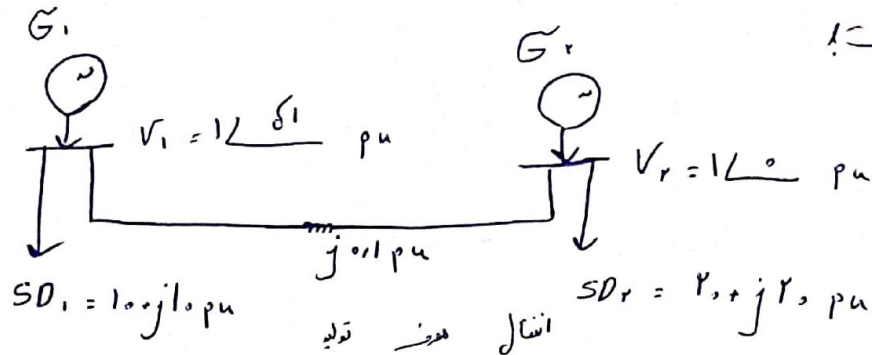
به این ترتیب روابط (4-50) و (4-51) برای خطوط کوتاه به این صورت نوشته می شوند:

$$P_{ij} = \frac{|V_i||V_j|}{X} \sin \delta \quad (4-52)$$

$$Q_{ij} = \frac{|V_i|}{X} (|V_i| - |V_j| \cos \delta) \quad (4-53)$$

مثال از قدرت انتقالی در خط انتقال از دو سر

(۱- درسته زیر، توان الکترو تولیدی مورد نیاز برابر است. توان واقعی تولیدی هر ژنراتور اول برابر



$$S = P + jQ \quad \left| \begin{array}{l} PG = PD + PT \\ QG = QD + QT \end{array} \right.$$

ارسال P ← از k به l
ارسال Q ← از k به l

$$R = 0 \rightarrow P_{loss} = 0 \rightarrow \sum PG = \sum PD$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 + P_2 = 10 + 2 \\ P_1 = P_2 \end{array} \right. \Rightarrow P_1 = P_2 = 15 \text{ pu} \quad \text{توان تولیدی هر ژنراتور}$$

محاسبه توان تلفات:

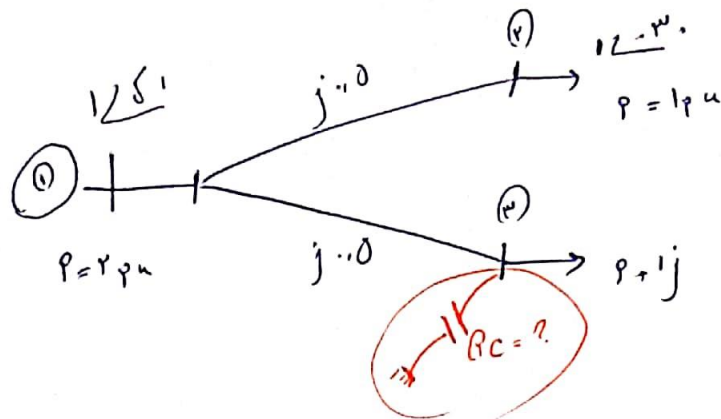
$$PG_1 = PD_1 + P_{12} \Rightarrow P_{12} = 5 \text{ pu}$$

$$P_{12} = \frac{|V_1| |V_2|}{x} \sin(\delta_1 - \delta_2) \quad \delta = \frac{1}{0.1} \sin(\delta_1) \rightarrow \delta_1 = 30^\circ$$

$$Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{x} - \frac{|V_1| |V_2|}{x} \cos(\delta_1 - \delta_2) = \frac{1}{0.1} - \frac{1 \times 1}{0.1} \cos(30^\circ - 0^\circ) = 10 - 10 \cos(30^\circ)$$

$$QG_1 = QD_1 + Q_{12} = 0 + 10 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 11.24 \text{ pu}$$

① در صورت زیر $1 \text{ pu} = 1 \text{ pu}$ است. اگر بخواهیم دانه و لایه را به ۳ برابر
 1 pu باشد، مقدار دانه را به چه ترتیب باید؟



$$P_{loss} = 0 \quad \sum P_G = \sum P_D \quad \gamma = 1 + P_{D_r} \Rightarrow P_{D_r} = 1 \text{ pu}$$

در این ۳

P_G

$$P_T = P_D$$

$$\Rightarrow \frac{V_1 V_2}{x_{12}} \sin(\delta_1 - \delta_2) \Rightarrow \sin(\delta_1 - \delta_2) = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \cos(\delta_1 - \delta_2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$$

$$P_C = P_{D_r} + P_{r1} = 1 \text{ pu} + \left[\frac{1^2}{0.5} - \frac{1}{0.5} \cos(\delta_2 - \delta_1) \right]$$

$$= 1 + 2 \left[1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = 2 - \sqrt{3} \text{ pu}$$

د) اثبات کنید توان واکنشی ورودی خازن، بهای تلف انرژی را میسر می‌کند.

$$V_1 \angle \delta_1 \quad V_2 \angle \delta_2 \quad \delta = \delta_1 - \delta_2 = \delta_1$$

$$S_{1\phi} = \frac{|V_1||V_2|}{n} \sin \delta + j \frac{|V_1|^2 - |V_1||V_2| \cos \delta}{n}$$

$$S_{1\phi} = V_{\phi} I_{\phi}^* \quad V_1 = |V_1| \angle \delta \quad V_2 = |V_2| \angle 0$$

$$I = \frac{V_1 - V_2}{Z} \Rightarrow S = V_1 \left(\frac{V_1 - V_2}{Z} \right)^* = V_1 \left(\frac{V_1^* - V_2^*}{Z^*} \right)$$

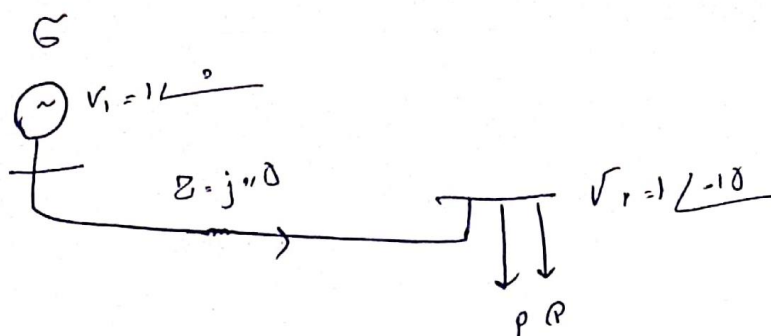
$$= \frac{V_1 V_1^* - V_1 V_2^*}{Z^*} = \frac{|V_1|^2 - |V_1||V_2| \cos \delta + j |V_1||V_2| \sin \delta}{R - jX}$$

$$= \frac{|V_1|^2 - |V_1||V_2| \cos \delta - j |V_1||V_2| \sin \delta}{-jX}$$

$$\frac{|V_1||V_2| \sin \delta}{X} + j \frac{|V_1|^2 - |V_1||V_2| \cos \delta}{X} = P + jQ$$

تمرین ۶: ارسال پاسخ به m.heshmati.znu@gmail.com

در کس مقابل مقادیر P و Q بر حسب pu محاسبه!



PART 5

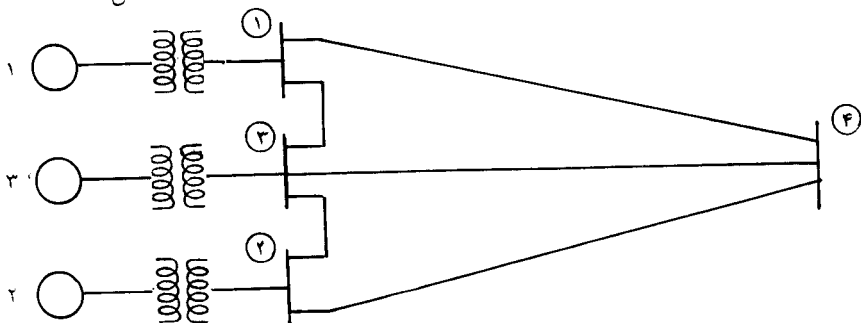
ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شبکه

۱-۳ مقدمه

امروزه یک سیستم قدرت شامل تعداد زیادی از ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و شین‌ها می‌باشد و لذا استفاده از کامپیوتر در محاسبات مختلف سیستم‌ها امری اجتناب ناپذیر است. برای تهیه برنامه‌های کامپیوتری باید معادلات شبکه با توجه به عملکرد عناصر سیستم و مدار معادل آنها بررسی و آماده گردد. در این فصل، ماتریس‌های اصلی ادمیتانس و امپدانس شبکه که نشان دهنده نقش امپدانس‌های عناصر سیستم است معرفی شده و بعضی از کاربردهای آنها مورد بحث قرار می‌گیرد. در فصول بعدی از این ماتریس‌ها در تشکیل معادلات مورد نیاز برای محاسبات مختلف سیستم استفاده خواهد شد.

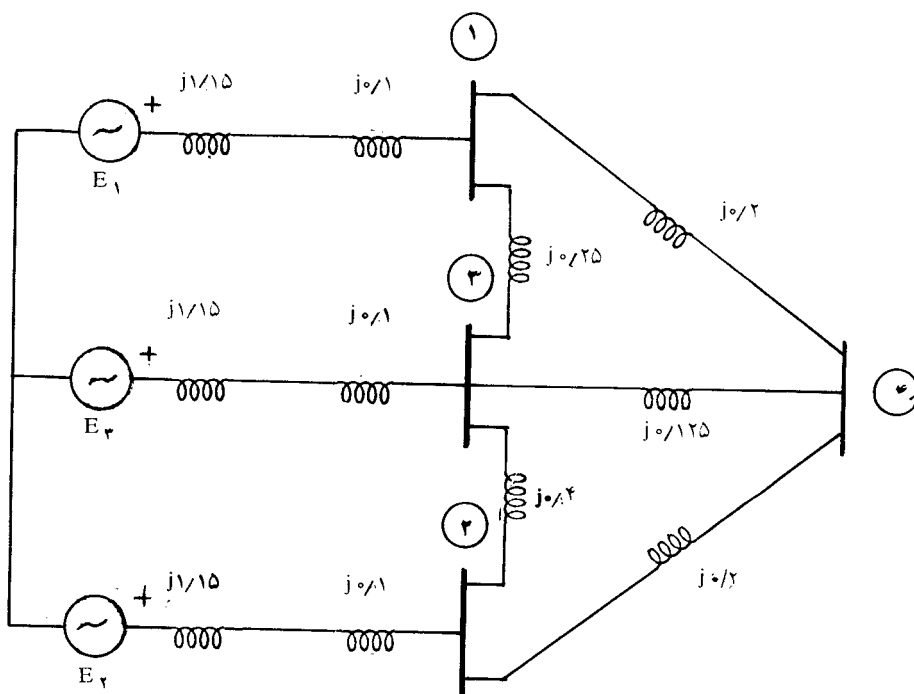
۲-۳ ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شین

شکل (۱-۳) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت با چهار شین را نشان می‌دهد. ژنراتورهای G_1 و G_2 و G_3 از طریق ترانسفورماتورهای افزاینده به شین‌های ۱ و ۲ و ۳ متصل هستند.



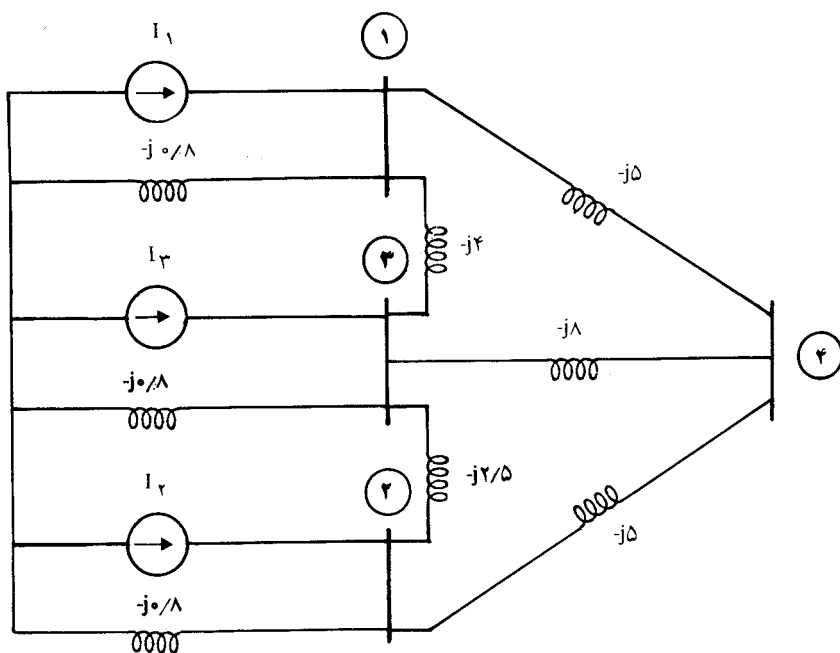
شکل ۱-۳: دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

دیاگرام امپدانس این سیستم در شکل (۳-۲) رسم شده است. در این دیاگرام هر ژنراتور با نیروی محرکه و راکتانس سری، هر ترانسفورماتور با راکتانس پراکندگی و هر خط انتقال با راکتانس سری آن مشخص شده است. همه مقادیر راکتانس‌ها در این شکل برحسب PU هستند. ولتاژ مبنا در خطوط انتقال ۱۳۲KV و قدرت مبنای سیستم ۱۰۰MVA است. روش معمول در محاسبات سیستم‌های قدرت روش تحلیل نقطه‌ای^(۱) می‌باشد.



شکل ۳-۲: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۳-۱)

در شکل (۳-۲) می‌توان مدار معادل شامل نیروی محرکه ژنراتور و امپدانس سری با آن را به یک منبع جریان و ادمیتانس موازی با آن جایگزین نمود. شکل (۳-۳) دیاگرام امپدانس مذکور را با این جایگزینی نشان می‌دهد. در این شکل عناصر سیستم با مقادیر ادمیتانس برحسب PU مشخص شده‌اند. جریانهای I_1 و I_2 و I_3 از روابط زیر بدست می‌آیند:



شکل ۳-۳: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۳-۱) برحسب مقادیر ادمیتانس

$$I_1 = \frac{E_1}{j(1/15 + 0/1)} = \frac{E_1}{j1/25}$$

$$I_3 = \frac{E_3}{j(1/15 + 0/1)} = \frac{E_3}{j1/25}$$

$$I_2 = \frac{E_2}{j(1/15 + 0/1)} = \frac{E_2}{j1/25}$$

حال می توان معادلات گره را برای شین های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ بترتیب زیر نوشت:

$$I_1 = V_1(-j0.8) + (V_1 - V_3)(-j4) + (V_1 - V_4)(-j5)$$

$$I_2 = V_2(-j0.8) + (V_2 - V_3)(-j2.5) + (V_2 - V_4)(-j5)$$

$$I_r = (V_r - V_1) (-j4) + (V_r - V_r) (-j2/5) + V_r(-j0/8) + (V_r - V_r) (-j8)$$

$$0 = (V_r - V_1) (-j5) + (V_r - V_r) (-j5) + (V_r - V_r) (-j8)$$

این معادلات را مرتب کرده و به صورت ماتریس می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ 0 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -9/8 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & -8/3 & 2/5 & 5 \\ 4 & 2/5 & -15/3 & 8 \\ 5 & 5 & 8 & -18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

این معادله را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{1r} & Y_{1r} & Y_{1r} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

و یا می‌توان نوشت:

$$I = Y_{bus} V \quad (3-3)$$

که در آن داریم:

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{1r} & Y_{1r} & Y_{1r} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \end{bmatrix}$$

در اینجا I بردار جریانهای تزریق شده به شین‌ها است که آنرا بردار جریان شین می‌نامیم. V نیز

بردار ولتاژ شین می‌باشد. ماتریس Y_{bus} که ارتباط بردار جریان شین و بردار ولتاژ شین را نشان می‌دهد به ماتریس ادمیتانس شین^(۱) موسوم است. با کمی دقت ملاحظه می‌شود که در یک سیستم قدرت که دارای n شین می‌باشد، عناصر ماتریس Y_{bus} بصورت زیر قابل محاسبه هستند:

Y_{ii} = جمع مقادیر ادمیتانس‌های عناصری که مستقیماً به شین i متصل هستند.
 Y_{ij} = جمع مقادیر ادمیتانس‌های عناصری که بین دو شین i و j قرار دارند در علامت منفی.
 هریک از عناصر Y_{ij} به سلف ادمیتانس^(۲) و هریک از عناصر Y_{ij} به ادمیتانس متقابل^(۳) معروف هستند. همانطوریکه در رابطه (۳-۱) دیده می‌شود ماتریس Y_{bus} نسبت به قطر اصلی خود متقارن می‌باشد.
 رابطه (۳-۳) را می‌توان بصورت زیر نیز بیان نمود:

$$V = Y_{bus}^{-1} I$$

$$V = Z_{bus} I \quad (3-4)$$

در این رابطه داریم:

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} \quad (3-5)$$

رابطه (۳-۳) بردار جریان شین را برحسب بردار ولتاژ شین و رابطه (۳-۴) بردار ولتاژ شین را برحسب بردار جریان شین نشان می‌دهند. ماتریس Z_{bus} را که از معکوس کردن ماتریس Y_{bus} بدست می‌آید، ماتریس امپدانس شین^(۴) می‌نامیم. از آنجائیکه ماتریس Y_{bus} متقارن است، ماتریس Z_{bus} نیز نسبت به قطر اصلی خود متقارن خواهد بود.

مثال ۳-۱: در شکل (۳-۲) ماتریس‌های Y_{bus} و Z_{bus} را بدست آورید و چنانچه مقادیر نیروهای محرکه بترتیب زیر داده شده باشند ولتاژ شین‌ها را محاسبه کنید.

$$E_1 = 1/5 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$E_r = 1/5 \angle -36/87^\circ \text{ PU}$$

$$E_r = 1/5 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

حل: ابتدا ماتریس‌های Y_{bus} و Z_{bus} را تشکیل می‌دهیم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -9/8 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & -8/3 & 2/5 & 5 \\ 4 & 2/5 & -15/3 & 8 \\ 5 & 5 & 8 & -18 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = j \begin{bmatrix} 0/4774 & 0/3706 & 0/4020 & 0/4142 \\ 0/3706 & 0/4872 & 0/3922 & 0/4126 \\ 0/4020 & 0/3922 & 0/4558 & 0/4232 \\ 0/4142 & 0/4126 & 0/4232 & 0/4733 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

با تعیین مقادیر I_1 ، I_r و I_r ولتاژ شین‌ها را بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$I_1 = \frac{E_1}{j \ 1/25} = \frac{1/5 \angle 0^\circ}{j \ 1/25} = -j \ 1/2 \text{ PU}$$

$$I_r = \frac{E_r}{j \ 1/25} = \frac{1/5 \angle -36/87^\circ}{j \ 1/25} = 1/2 \angle -126/87^\circ = -0/72 - j0/96 \text{ PU}$$

$$I_r = \frac{E_r}{j \ 1/25} = \frac{1/5 \angle 0^\circ}{j \ 1/25} = -j \ 1/2 \text{ PU}$$

$$I_r = 0$$

$$V = Z_{bus} I$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0.4774 & 0.3706 & 0.4020 & 0.4142 \\ 0.3706 & 0.4872 & 0.3922 & 0.4126 \\ 0.4020 & 0.3922 & 0.4558 & 0.4232 \\ 0.4142 & 0.4126 & 0.4232 & 0.4733 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j1/2 \\ -0.72-j0.96 \\ -j1/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = 1/436 \angle -10/71^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 1/427 \angle -14/24^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 1/434 \angle -11/36^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 1/432 \angle -11/97^\circ \text{ PU}$$

مطالعه پخش بار

۱-۷ مقدمه

هدف از طراحی و بهره برداری از یک سیستم قدرت، تامین بارهای مورد نیاز شبکه می باشد. همانطوریکه قبلاً گفته شد بارها را بصورت متمرکز روی شین ها در نظر می گیریم. در اینصورت مشخصات بارها را با توان اکتیو و توان راکتیو مصرفی آنها نشان می دهیم. مطالعه پخش بار^۱ به محاسبه کمیت های الکتریکی سیستم قدرت در حالت ماندگار^۲ به ازاء بارهای مشخص و معلوم می پردازد. این کمیت ها شامل ولتاژ شین ها، قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتورها و قدرت های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال می باشد. بنابراین بطور خلاصه می توان گفت که محاسبه پخش بار بطور کلی حل یک سیستم قدرت در حالت ماندگار و متقارن است.

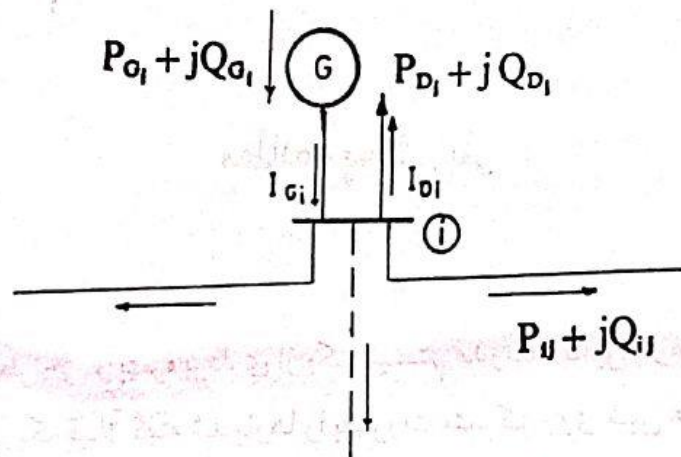
در حقیقت طراحی و توسعه آینده سیستم با توجه به رشد بار و لزوم اضافه کردن ژنراتورها، ترانسفورماتورها و خطوط جدید در سیستم بدون مطالعه پخش بار امکان پذیر نمی باشد. همچنین مطالعه پخش بار نقش اساسی را در بررسی وضعیت فعلی یک سیستم و تصمیم گیری در مورد بهترین شرایط بهره برداری از آن را بعهدہ دارد. در این فصل ابتدا به تشریح مساله پخش بار پرداخته و پس از تعیین معادلات مربوطه، روش های عددی برای حل این معادلات را مورد بررسی قرار می دهیم و در نهایت چگونگی استفاده از کامپیوتر در حل مساله پخش بار را مطالعه خواهیم نمود.

1. Load Flow Study

2. Steady State

۷-۲ رابطه کمیت های الکتریکی در یک شین

در شکل (۷-۱) شین شماره i از یک سیستم قدرت در حالت کلی نشان داده شده است. در این شکل P_{Gi} و Q_{Gi} قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتور، P_{Di} و Q_{Di} قدرت های اکتیو و راکتیو مصرفی بار و V_i ولتاژ شین i می باشند. هر شین از سیستم قدرت در حالت کلی می تواند دارای ژنراتور و بار، فاقد هر دو و یا فاقد یکی از آن دو باشد.



شکل ۷-۱ قدرتهای تولیدی و مصرفی در یک شین

قدرت تولیدی این شین عبارتست از:

$$S_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$$

همچنین قدرت مختلط مصرفی این شین را به صورت زیر نشان می دهیم:

$$S_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di}$$

قدرت های اکتیو و راکتیو و مختلط شین i طبق روابط زیر تعریف می شوند:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di}$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (۷-۱)$$

$$S_i = P_i + jQ_i$$

جریان شین i نیز از رابطه زیر بدست می آید:

$$I_i = I_{Gi} - I_{Di} \quad (۷-۲)$$

که در آن I_{G_i} جریان تولیدی شین، I_{D_i} جریان مصرفی شین و I_i جریان شین i می باشند. بین P_i ، Q_i ، V_i و I_i معادله زیر برقرار است:

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^*$$

$$I_i^* = \frac{P_i + jQ_i}{V_i}$$

و از آنجا:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (۷-۳)$$

در این معادله $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ می باشد که در آن δ_i زاویه ولتاژ شین i نسبت به شین اصلی (مرجع) می باشد.

۷-۳ انواع شین ها از دید مساله پخش بار

برای شروع بررسی مساله پخش بار، شین های سیستم قدرت را به سه دسته تقسیم می کنیم.

الف - شین اصلی (شین اسلک): از آنجا که ولتاژ و جریان شین ها اعداد مختلط هستند لذا یکی از شین های سیستم را بعنوان مرجع در نظر گرفته و اختلاف زاویه بقیه کمیت ها را با آن می سنجیم. این شین را شین اصلی^۱ یا اسلک^۲ نامیده و معمولاً آنرا بعنوان شین شماره ۱ در نظر می گیریم.

زاویه ولتاژ شین اصلی (δ_1) برابر صفر منظور می گردد. از طرف دیگر با توجه به جمع بارهای مصرفی یک شبکه، قدرت تولیدی ژنراتورها (P_{G_i}) معلوم است. لیکن قبل از محاسبه پخش بار، تلفات سیستم مجهول بوده و لذا ضروری است که در یکی از شین ها قدرت های تولیدی P_{G_i} و Q_{G_i} نامعلوم فرض شوند تا پس از حل شبکه، کمبود تولید و تلفات سیستم برای ایجاد توازن قدرت توسط این شین که همان شین اصلی است جبران گردد. بنابراین شین اصلی باید یکی از شین های دارای ژنراتور در سیستم باشد. در یک ژنراتور P_{G_i} و $|V_i|$ قابل کنترل هستند (روش های کنترل در فصول بعدی مورد بررسی قرار

1. Main Bus

2. Slack Bus (or Swing Bus)

خواهد گرفت). در نتیجه با کنترل و تثبیت $|V_i|$ این کمیت برای شین اصلی معلوم است.
 بطور خلاصه در شین اصلی دو کمیت $|V_i|$ و $\delta_i = 0$ معلوم بوده و دو کمیت P_{G_i} و Q_{G_i} (و در نتیجه P_i و Q_i) مجهول می باشند.

ب- شین های کنترل شده¹: بجز شین اصلی بقیه شین هایی که دارای ژنراتور هستند به شین های کنترل شده یا شین های PV موسومند. در این شین ها P_{G_i} معلوم است. با توجه به اینکه P_{D_i} و Q_{D_i} برای کلیه شین ها معلوم بوده و از روش های پیش بینی بار² قابل دستیابی هستند لذا $P_i = P_{G_i} - P_{D_i}$ نیز معلوم می باشد. بنابراین در شین های کنترل شده دو کمیت $|V_i|$ و P_i معلوم بوده و دو کمیت δ_i و Q_i (و در نتیجه Q_{G_i}) مجهول می باشند.

ج- شین های بار³: این شین ها که به شین های PQ نیز موسومند دارای ژنراتور نمی باشند. بنابراین:

$$P_{G_i} = Q_{G_i} = 0$$

با توجه به معلوم بودن قدرت های مصرفی P_{D_i} و Q_{D_i} ، کمیت های P_i و Q_i در این شین ها بترتیب زیر معلوم می باشند:

$$P_i = P_{G_i} - P_{D_i} = 0 - P_{D_i} = -P_{D_i}$$

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{D_i} = 0 - Q_{D_i} = -Q_{D_i}$$

بنابراین در شین های بار P_i و Q_i معلوم و $|V_i|$ و δ_i مجهول هستند.

۴-۷ معادلات پخش بار⁴:

همانطوریکه در تقسیم بندی شین ها ملاحظه می شود، در هر شین چهار کمیت

1. Controlled Bus (or PV Bus)

2. Load Forecasting

3. Load Bus

4. Load Flow Equations

اصلی P_i ، Q_i ، $|V_i|$ و δ_i مورد نظر هستند. در هر یک از شین ها دو کمیت معلوم و دو کمیت مجهول می باشند. با توجه به تعداد شین ها (n)، تعداد معلومات $2n$ و تعداد مجهولات نیز $2n$ می باشد، و لذا برای بدست آوردن مجهولات باید $2n$ معادله تشکیل گردد. مساله پخش بار، روش تشکیل و حل این معادلات است که منجر به تعیین مجهولات فوق الذکر می گردد. اطلاعاتی که پس از حل معادلات و محاسبه پخش بار بدست می آید شامل موارد زیر است:

- (الف) ولتاژ شین ها $|V_i|$
 - (ب) زاویه ولتاژ شین ها δ_i
 - (ج) قدرت های اکتیو و راکتیو شین ها P_i و Q_i
 - (د) قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی در شین های کنترل شده و اصلی P_{Gi} و Q_{Gi}
 - (هـ) قدرت های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال P_{ij} و Q_{ij}
 - (و) تلفات هر خط و تلفات کل شبکه
- برای تعیین معادلات پخش بار، ابتدا بردار جریان شین بر حسب بردار ولتاژ شین را براساس معادله (۳-۳) بصورت زیر می نویسیم:

$$I = Y_{bus} V$$

و یا:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \dots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

از این رابطه جریان شین i بدست می آید که عبارتست از:

$$I_i = Y_{i1}V_1 + Y_{i2}V_2 + \dots + Y_{in}V_n = \sum_{j=1}^n Y_{ij}V_j \quad (۷-۴)$$

از طرف دیگر طبق رابطه (۷-۳) جریان شین i بر حسب قدرت اکتیو و راکتیو این شین

عبارتست از:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (7-5)$$

با مقایسه روابط (7-4) و (7-5) داریم:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (7-6)$$

و یا:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (7-7)$$

با قرار دادن $(i = 1, 2, \dots, n)$ می توان رابطه (7-7) را برای یک شین ها نوشت و به n معادله مختلط دست یافت. چون مقادیر V_i و Y_{ij} مختلط هستند، با تفکیک قسمت های حقیقی و موهومی رابطه (7-7) تعداد معادلات به $2n$ می رسد و چون در هر شین دو مجهول وجود دارد، تعداد مجهولات این معادلات نیز $2n$ می باشد.

معادله (7-7) شکل کلی معادله پخش بار را نشان می دهد. این معادلات را بصورت های دیگری نیز می توان بیان نمود. اگر کمیت های رابطه (7-7) را مطابق زیر بصورت قطبی نشان دهیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i, \quad Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \phi_{ij}$$

با جایگزینی این مقادیر در رابطه (7-7) شکل قطبی معادلات پخش بار را بصورت زیر خواهیم داشت:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (7-8)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (7-9)$$

اگر V_i و Y_{ij} را بر حسب قسمت های حقیقی و موهومی آنها (فرم دکارتی) بنویسیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = e_i + jf_i \quad (7-10)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (7-11)$$

و این مقادیر را در رابطه (۷-۷) جایگزینی کنیم، خواهیم داشت:

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)$$

این روابط را می توان بصورت زیر نوشت:

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^n a_{ij} + f_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (۷-۱۲)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n a_{ij} - e_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (۷-۱۳)$$

در اینجا a_{ij} و b_{ij} طبق معادلات زیر تعریف می شوند:

$$a_{ij} = G_{ij}e_j - B_{ij}f_j \quad (۷-۱۴)$$

$$b_{ij} = G_{ij}f_j + B_{ij}e_j \quad (۷-۱۵)$$

روابط (۷-۱۲) و (۷-۱۳) شکل دیگری از معادلات پخش بار را نشان می دهند که در آنها از قسمت های حقیقی و موهومی ولتاژها و عناصر Y_{bus} استفاده شده است (فرم دکارتی معادلات پخش بار). معادلات پخش بار غیر خطی بوده و لذا فقط از روش های آنالیز عددی قابل حل هستند. در ادامه بحث به حل این معادلات از روش های عددی می پردازیم.

معادلات پخش بار AC (AC Load Flow): ACLF


در فرمولبندی پخش بار، در هر باس مانند i ، ۴ متغیر مجهول وجود دارد:

۱- P_i : توان اکتیو خالص تزریقی

۲- Q_i : توان راکتیو خالص تزریقی

۳- $|V_i|$: اندازه ولتاژ

۴- θ_i : زاویه ولتاژ

توانهای اکتیو و راکتیو خالص تزریقی بصورت زیر میباشند: 

$$\begin{cases} P_i = P_{Gi} - P_{Di} \\ Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \end{cases}$$

$\left. \begin{array}{l} P_{Gi} \text{ و } Q_{Gi} : \text{ توانهای اکتیو و راکتیو تولیدی در باس } i \\ P_{Di} \text{ و } Q_{Di} : \text{ توانهای اکتیو و راکتیو مصرفی (بار) در باس } i \end{array} \right\}$

قوانین کیرشلف را در هر باس میتوان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} I = YV & (1) \\ I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{|V_i|} e^{j\theta_i} & (2) \end{cases}$$

I بردار جریانهای تزریقی در باسها

V بردار ولتاژ باسها

V_i ولتاژ باس i ام

I_i جریان خالص تزریقی در باس i ام

Y ماتریس ادمیتانس شبکه که در آن عناصر قطری مانند Y_{ii} برابر مجموع ادمیتانسهای متصل به باس i ام و عناصر غیرقطری مانند Y_{ij} برابر با منفی ادمیتانس مشترک بین باس i و j میباشند.

عناصر Y ، V ، و I مقادیر مختلط هستند و ماتریس Y یک ماتریس متقارن است.

$$V_i = |V_i| e^{j\theta_i}$$

کندوکتانس (رسانایی)

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| e^{j\delta_{ij}} = G_{ij} + jB_{ij} \rightarrow \text{سوسپتانس}$$

$$\begin{cases} P_i = \sum_{j=1}^N |Y_{ij}| |V_i| |V_j| \cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) \\ Q_i = -\sum_{j=1}^N |Y_{ij}| |V_i| |V_j| \sin(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) \end{cases}$$

با جاگذاری رابطه (۲) در (۱) خواهیم داشت:

که N تعداد باسها (شین ها) میباشد. همانطور که میبینیم در هر باس ۲ معادله حاکم بوده و ۴ مجهول داریم. در کل $2N$ معادله و $4N$ مجهول داریم. برای حل این دستگاه غیر خطی، باید در هر باس ۲ متغیر معلوم باشند طوریکه بتوانیم $2N$ معادله $2N$ مجهولی را حل کنیم. همانطور که قبلا در درس بررسی ۲ یاد گرفته ایم، بسته به اینکه در هر باس کدام دو متغیر معلوم باشند، ۳ نوع باس در معادلات پخش بار خواهیم داشت:

نوع باس	$ V $	θ	P	Q
باس PQ	مجهول	مجهول	معلوم	معلوم
باس مرجع (Slack)	معلوم	معلوم	مجهول	مجهول
باس PV	معلوم	مجهول	معلوم	مجهول

پخش بار DC

پخش بار DC (DCLF):

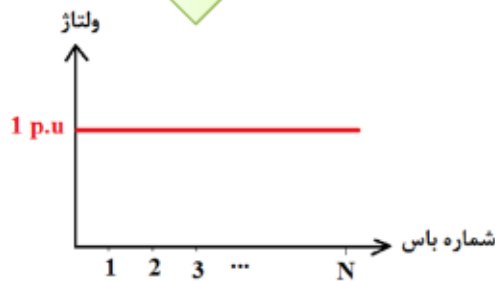
پخش بار DC توانهای جاری در خطوط را در یک سیستم قدرت AC بطور تقریبی محاسبه می نماید. این پخش بار فقط توانهای اکتیو (P) را در نظر گرفته و از توانهای راکتیو (Q) صرفنظر می نماید. برخلاف پخش بار AC که با استفاده از روشهای مبتنی بر تکرار مانند گوس-سایدل، نیوتن-رافسون و ... حل میشدند، پخش بار DC نیازی به تکرار نداشته و در یک مرحله جواب را بدست می آورد. اما جوابهای آن دارای دقت کمتری نسبت به ACLF میباشد. DCLF معمولا در مطالعاتی که نیاز به محاسبه سریع پخش بار دارند (از جمله مطالعات برنامه ریزی توسعه) کاربرد فراوان دارد. در پخش بار DC مدل غیر خطی سیستم AC با لحاظ کردن فرضیات زیر تبدیل به یک مدل خطی ساده میگردد:

۱- مقاومت (R) خطوط (یا عبارتی تلفات اکتیو) خیلی ناچیز بوده و صفر فرض میشود. $\delta_{ij} = 90^\circ \leftarrow (R \ll X)$

۲- اختلاف زاویه ولتاژ باسها ($\theta_i - \theta_j$) کوچک میباشد:

۳- اندازه ولتاژ تمامی باسها 1 p.u. میباشد. عبارتی پروفیل ولتاژ شبکه تخت میباشد.

۴- تنظیمات تپ ترانسفورماتورها در نظر گرفته نمیشود.



با توجه به فرضیات بالا:

$$P_i = \sum_{j=1}^N |Y_{ij}| |V_i| |V_j| \cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij})$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 1 1

$$\cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) = \cos(\theta_i - \theta_j - \frac{\pi}{2}) = \sin(\theta_i - \theta_j) \approx \theta_i - \theta_j$$

$$\Rightarrow P_i = \sum_{j=1}^N |Y_{ij}| (\theta_i - \theta_j) \Rightarrow P_i = \sum_{j=1}^N B_{ij} (\theta_i - \theta_j)$$

\downarrow
 B_{ij}

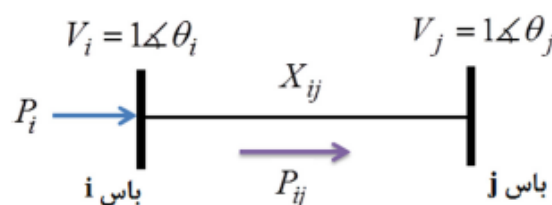
که در آن B_{ij} قسمت موهومی Y_{ij} میباشد (X_{ij}).

با توجه به موارد بالا، زاویه ولتاژ باسها مجهولات DCLF میباشد. توانهای تزریقی باسها (P_i) معلوم میباشد.

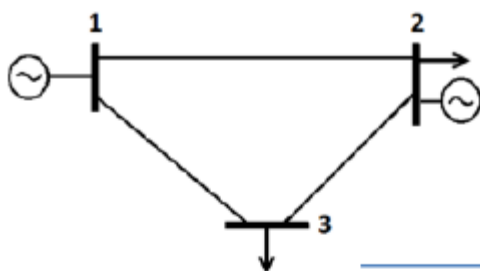
$$P = B\theta \quad \leftarrow \quad \theta = [B]^{-1} P$$

ماتریس B وارنپذیر نیست. برای وارنپذیر شدن، سطر و ستون مربوط به شین مرجع (Slack) از این ماتریس حذف میشود. بطور متناظر، سطر مربوط به شین Slack از ماتریس P نیز حذف میشود و زاویه θ برای شین Slack صفر در نظر گرفته میشود.

پس از بدست آمدن زوایا از معادله بالا، توانهای جاری در خطوط بصورت زیر بدست می آیند:



$$P_{ij} = \frac{1}{X_{ij}} (\theta_i - \theta_j)$$



مشخصات باسها

شماره باس	نوع باس	P_D (MW)	Q_D (MW)	P_G (MW)
1	Slack	0	0	مجهول
2	PV	10	5	63
3	PQ	90	30	0

$S_B = 100\text{MVA}$ توان مبنا

مشخصات خطوط

شماره خط	باس ابتدا	باس انتها	X (p.u)	ظرفیت (MVA)
1	1	2	0.0576	250
2	2	3	0.0920	250
3	1	3	0.1700	150

محاسبه عناصر ماتریس ادمیتانس (Y):

$$Y_{11} = \frac{1}{0.0576} + \frac{1}{0.17} = 23.24$$

$$Y_{22} = \frac{1}{0.0576} + \frac{1}{0.092} = 28.23$$

$$Y_{33} = \frac{1}{0.17} + \frac{1}{0.092} = 16.75$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -\frac{1}{0.0576} = -17.36$$

$$Y_{13} = Y_{31} = -\frac{1}{0.17} = -5.88$$

$$Y_{23} = Y_{32} = -\frac{1}{0.092} = -10.87$$



$$B = Y = \begin{bmatrix} 23.24 & -17.36 & -5.88 \\ -17.36 & 28.23 & -10.87 \\ -5.88 & -10.87 & 16.75 \end{bmatrix}$$

تمرین ۱۰:

در شبکه‌ی زیر ماتریس ادمیتانس و ماتریس امپدانس را محاسبه کنید. راکتانس تمامی خطوط برابر $X_{p.u}=0.25$ است. دقت کنید که خط بین باس ۱ و باس ۲، دومداره است.

