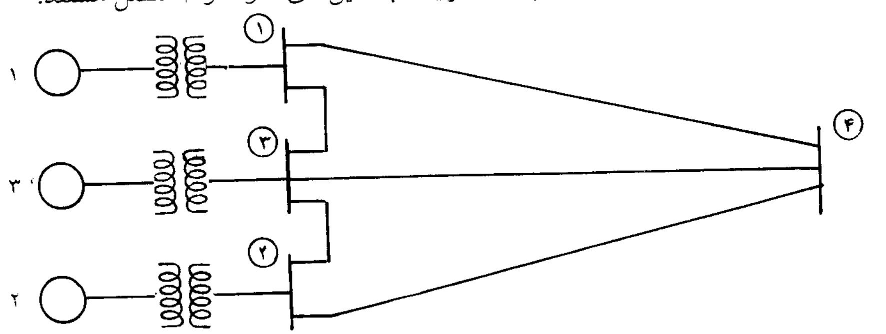
ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شبکه

۱-۳ مقدمه

امروزه یک سیستم قدرت شامل تعداد زیادی از ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و شین‌ها می‌باشد و لذا استفاده از کامپیوتر در محاسبات مختلف سیستم‌ها امری اجتناب ناپذیر است. برای تهیه برنامه‌های کامپیوتری باید معادلات شبکه با توجه به عملکرد عناصر سیستم و مدار معادل آنها بررسی و آماده گردد. در این فصل، ماتریس‌های اصلی ادمیتانس و امپدانس شبکه که نشان دهنده نقش امپدانس‌های عناصر سیستم است معرفی شده و بعضی از کاربردهای آنها مورد بحث قرار می‌گیرد. در فصول بعدی از این ماتریس‌ها در تشکیل معادلات مورد نیاز برای محاسبات مختلف سیستم استفاده خواهدشد.

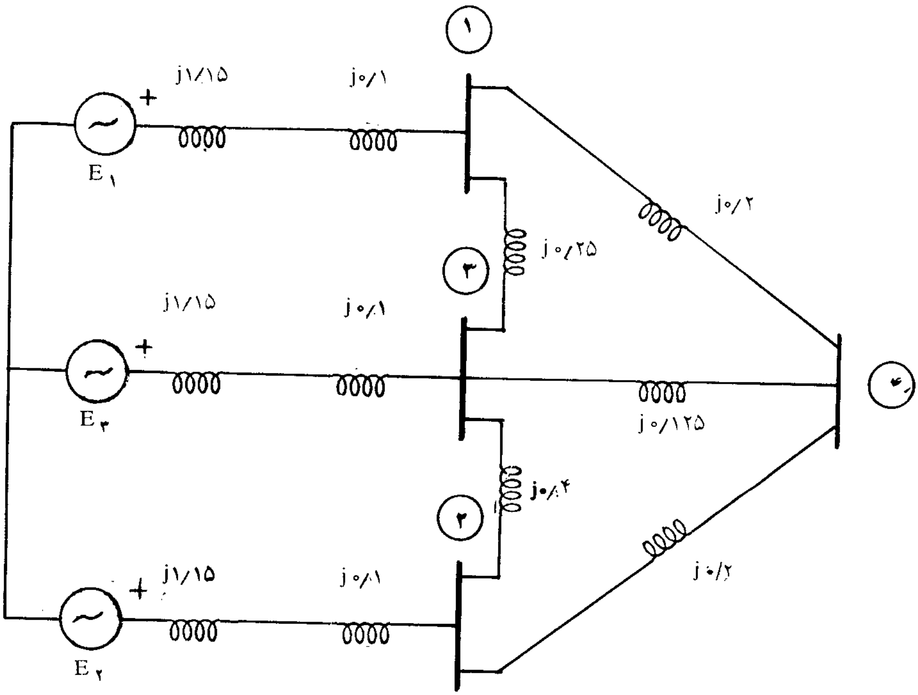
۲-۳ ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شین

شکل (۱-۳) دیاگرام تک‌خطی یک‌سیستم قدرت‌با چهار شین را نشان‌می‌دهد. ژنراتورهای G_1 و G_2 و G_3 از طریق ترانسفورماتورهای افزاینده به شین‌های ۱ و ۲ و ۳ متصل هستند.



شکل ۱-۳: دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

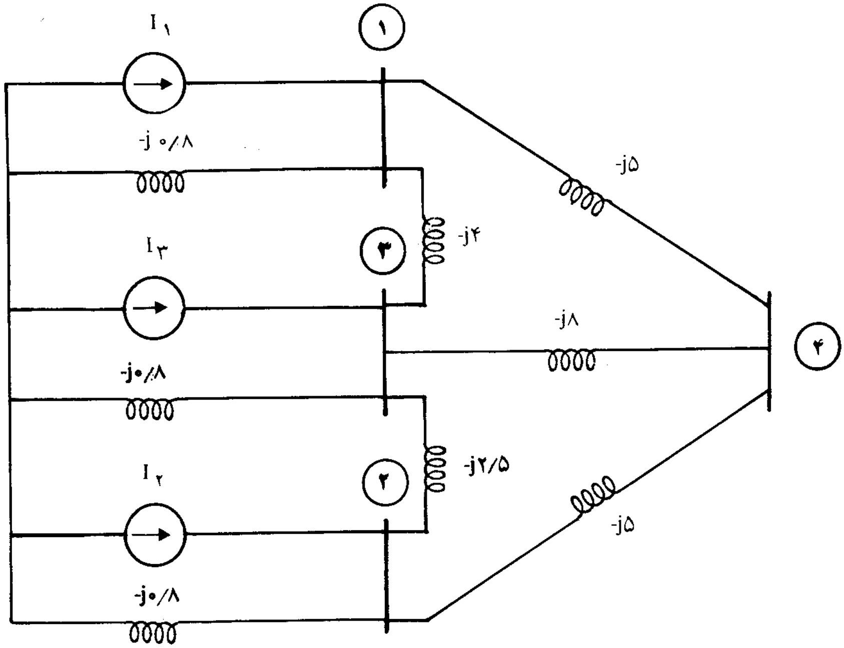
دیاگرام امپدانس این سیستم در شکل (۲-۳) رسم شده‌است. در این دیاگرام هر ژنراتور با نیروی محرکه و راکتانس سری، هر ترانسفورماتور با راکتانس پراکندگی و هر خط انتقال با راکتانس سری آن مشخص شده‌است. همه مقادیر راکتانس‌ها در این شکل برحسب PU هستند. ولتاژ مبنا در خطوط انتقال ۱۳۲KV و قدرت مبنای سیستم ۱۰۰MVA است. روش معمول در محاسبات سیستم‌های قدرت روش تحلیل نقطه‌ای[1] می‌باشد.



شکل ۲-۳: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۱-۳)

در شکل (۲-۳) می‌توان مدار معادل شامل نیروی محرکه ژنراتور و امپدانس سری با آن را به یک منبع جریان و ادمیتانس موازی با آن جایگزین نمود. شکل (۳-۳) دیاگرام امپدانس مذکور را با این جایگزینی نشان می‌دهد. در این شکل عناصر سیستم با مقادیر ادمیتانس برحسب PU مشخص شده‌اند. جریانهای I_1 و I_2 و I_3 از روابط زیر بدست می‌آیند:

1- Node Analysis



شکل ۳-۳: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۱-۳) برحسب مقادیر ادمیتانس

$$I_۱ = \frac{E_۱}{j(۱/۱۵ + ۰/۱)} = \frac{E_۱}{j۱/۲۵}$$

$$I_۲ = \frac{E_۲}{j(۱/۱۵ + ۰/۱)} = \frac{E_۲}{j۱/۲۵}$$

$$I_۳ = \frac{E_۳}{j(۱/۱۵ + ۰/۱)} = \frac{E_۳}{j۱/۲۵}$$

حال می‌توان معادلات گره را برای شین‌های ۱و۲و۳و۴ بترتیب زیر نوشت:

$$I_۱ = V_۱(-j۰/۸) + (V_۱ - V_۳)(-j۴) + (V_۱ - V_۴)(-j۵)$$

$$I_۲ = V_۲(-j۰/۸) + (V_۲ - V_۳)(-j۲/۵) + (V_۲ - V_۴)(-j۵)$$

$$I_۳ = (V_۳ - V_۱)(-j۴) + (V_۳ - V_۲)(-j۲/۵) + V_۳(-j۰/۸) + (V_۳ - V_۴)(-j۸)$$

$$۰ = (V_۴ - V_۱)(-j۵) + (V_۴ - V_۲)(-j۵) + (V_۴ - V_۳)(-j۸)$$

این معادلات را مرتب کرده وبه صورت ماتریس می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \\ I_۳ \\ ۰ \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -۹/۸ & ۰ & ۴ & ۵ \\ ۰ & -۸/۳ & ۲/۵ & ۵ \\ ۴ & ۲/۵ & -۱۵/۳ & ۸ \\ ۵ & ۵ & ۸ & -۱۸ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_۱ \\ V_۲ \\ V_۳ \\ V_۴ \end{bmatrix} \qquad (۳\text{-}۱)$$

این معادله را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \\ I_۳ \\ I_۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{۱۱} & Y_{۱۲} & Y_{۱۳} & Y_{۱۴} \\ Y_{۲۱} & Y_{۲۲} & Y_{۲۳} & Y_{۲۴} \\ Y_{۳۱} & Y_{۳۲} & Y_{۳۳} & Y_{۳۴} \\ Y_{۴۱} & Y_{۴۲} & Y_{۴۳} & Y_{۴۴} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_۱ \\ V_۲ \\ V_۳ \\ V_۴ \end{bmatrix} \qquad (۳\text{-}۲)$$

و یا می‌توان نوشت:

$$I = Y_{bus} V \qquad (۳\text{-}۳)$$

که در آن داریم:

$$I = \begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \\ I_۳ \\ I_۴ \end{bmatrix} \qquad V = \begin{bmatrix} V_۱ \\ V_۲ \\ V_۳ \\ V_۴ \end{bmatrix} \qquad Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{۱۱} & Y_{۱۲} & Y_{۱۳} & Y_{۱۴} \\ Y_{۲۱} & Y_{۲۲} & Y_{۲۳} & Y_{۲۴} \\ Y_{۳۱} & Y_{۳۲} & Y_{۳۳} & Y_{۳۴} \\ Y_{۴۱} & Y_{۴۲} & Y_{۴۳} & Y_{۴۴} \end{bmatrix}$$

در اینجا I بردار جریانهای تزریق شده به شین‌ها است که آنرا بردار جریان شین می‌نامیم. V نیز

بردار ولتاژ شین می‌باشد. ماتریس Y_{bus} که ارتباط بردار جریان شین و بردار ولتاژ شین را نشان می‌دهد به ماتریس ادمیتانس شین[۱] موسوم است. با کمی دقت ملاحظه می‌شود که در یک سیستم قدرت که دارای n شین می‌باشد، عناصر ماتریس Y_{bus} بصورت زیر قابل محاسبه هستند:

Y_{ii} = جمع مقادیر ادمیتانس‌های عناصری که مستقیماً به شین i متصل هستند.

Y_{ij} = جمع مقادیر ادمیتانس‌های عناصری که بین دو شین i و j قرار دارند در علامت منفی.

هریک از عناصر Y_{ii} به سلف ادمیتانس[۲] و هر یک از عناصر Y_{ij} به‌ادمیتانس‌متقابل[۳] معروف هستند. همانطوریکه در رابطه (۱-۳) دیده می‌شود ماتریس Y_{bus} نسبت به قطر اصلی خود متقارن می‌باشد.

رابطه (۳-۳) را می‌توان بصورت زیر نیز بیان نمود:

$$V = Y_{bus}^{-1} I$$

$$V = Z_{bus} I \qquad (۳-۴)$$

در این رابطه داریم:

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} \qquad (۳-۵)$$

رابطه (۳-۳) بردار جریان شین را برحسب بردار ولتاژ شین و رابطه (۳-۴) بردار ولتاژ شین را برحسب بردار جریان شین نشان می‌دهند. ماتریس Z_{bus} را که از معکوس کردن ماتریس Y_{bus} بدست می‌آید، ماتریس امپدانس شین[۴] می‌نامیم. از آنجائیکه ماتریس Y_{bus} متقارن است، ماتریس Z_{bus} نیز نسبت به قطر اصلی خود متقارن خواهدبود.

مثال ۱-۳: در شکل (۲-۳) ماتریس‌های Y_{bus} و Z_{bus} را بدست آورید و چنانچه مقادیر نیروهای محرکه بترتیب زیر داده شده‌باشند ولتاژ شین‌ها را محاسبه کنید.

1- Bus Admittance Matrix 2- Self Admittance 3- Mutual Admittance

4- Bus Impedance Matrix

$$E_1 = ۱/۵ \angle \underline{۰^\circ} \quad PU$$

$$E_2 = ۱/۵ \angle \underline{-۳۶/۸۷^\circ} \quad PU$$

$$E_3 = ۱/۵ \angle \underline{۰^\circ} \quad PU$$

حلّ: ابتدا ماتریس‌های Y_{bus} و Z_{bus} را تشکیل می‌دهیم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -۹/۸ & ۰ & ۴ & ۵ \\ ۰ & -۸/۳ & ۲/۵ & ۵ \\ ۴ & ۲/۵ & -۱۵/۳ & ۸ \\ ۵ & ۵ & ۸ & -۱۸ \end{bmatrix} \quad PU$$

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = j \begin{bmatrix} ۰/۴۷۷۴ & ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۰۲۰ & ۰/۴۱۴۲ \\ ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۸۷۲ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۱۲۶ \\ ۰/۴۰۲۰ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۵۵۸ & ۰/۴۲۳۲ \\ ۰/۴۱۴۲ & ۰/۴۱۲۶ & ۰/۴۲۳۲ & ۰/۴۷۳۳ \end{bmatrix} \quad PU$$

با تعیین مقادیر I_1 ، I_2 و I_3 ولتاژ شین‌ها را بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$I_1 = \frac{E_1}{j\,۱/۲۵} = \frac{۱/۵ \angle \underline{۰^\circ}}{j\,۱/۲۵} = -j\,۱/۲ \ PU$$

$$I_2 = \frac{E_2}{j\,۱/۲۵} = \frac{۱/۵ \angle \underline{-۳۶/۸۷^\circ}}{j\,۱/۲۵} = ۱/۲ \angle \underline{-۱۲۶/۸۷^\circ} = -۰/۷۲ - j\,۰/۹۶ \ PU$$

$$I_3 = \frac{E_3}{j\,۱/۲۵} = \frac{۱/۵ \angle \underline{۰^\circ}}{j\,۱/۲۵} = -j\,۱/۲ \ PU$$

$$I_4 = ۰$$

$$V = Z_{bus}\, I$$

$$\begin{bmatrix} V_{۱} \\ V_{۲} \\ V_{۳} \\ V_{۴} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} ۰/۴۷۷۴ & ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۰۲۰ & ۰/۴۱۴۲ \\ ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۸۷۲ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۱۲۶ \\ ۰/۴۰۲۰ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۵۵۸ & ۰/۴۲۳۲ \\ ۰/۴۱۴۲ & ۰/۴۱۲۶ & ۰/۴۲۳۲ & ۰/۴۷۳۳ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j۱/۲ \\ -۰/۷۲-j۰/۹۶ \\ -j۱/۲ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$V_{۱} = ۱/۴۳۶ \angle \underline{-۱۰/۷۱^{\circ}} \quad PU$$
$$V_{۲} = ۱/۴۲۷ \angle \underline{-۱۴/۲۴^{\circ}} \quad PU$$
$$V_{۳} = ۱/۴۳۴ \angle \underline{-۱۱/۳۶^{\circ}} \quad PU$$
$$V_{۴} = ۱/۴۳۲ \angle \underline{-۱۱/۹۷^{\circ}} \quad PU$$

مقدمه مطالعات پخش بار

مطالعه پخش بار

۱–۷ مقدمه

هدف از طراحی و بهره برداری از یک سیستم قدرت، تامین بارهای مورد نیاز شبکه می باشد. همانطوریکه قبلاً گفته شد بارها را بصورت متمرکز روی شین ها در نظر می گیریم. در اینصورت مشخصات بارها را با توان اکتیو و توان راکتیو مصرفی آنها نشان می دهیم. مطالعه پخش بار [1] به محاسبه کمیت های الکتریکی سیستم قدرت در حالت ماندگار [2] به ازاء بارهای مشخص و معلوم می پردازد. این کمیت ها شامل ولتاژ شین ها، قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتورها و قدرت های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال می باشد. بنابراین بطور خلاصه می توان گفت که محاسبه پخش بار بطور کلی حل یک سیستم قدرت در حالت ماندگار و متقارن است.

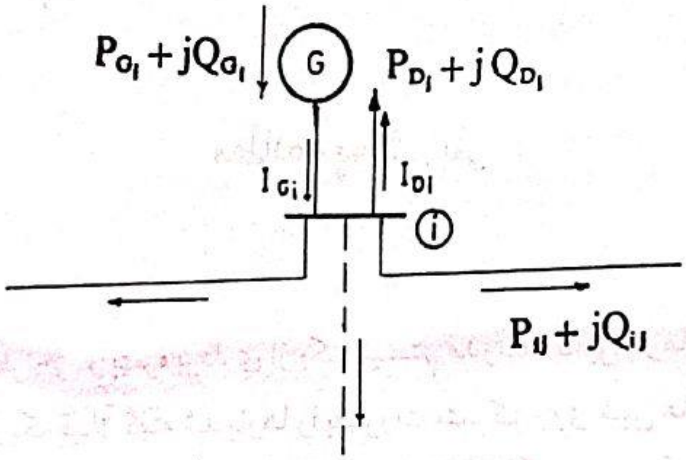
در حقیقت طراحی و توسعه آینده سیستم با توجه به رشد بار و لزوم اضافه کردن ژنراتورها، ترانسفورماتورها و خطوط جدید در سیستم بدون مطالعه پخش بار امکان پذیر نمی باشد. همچنین مطالعه پخش بار نقش اساسی را در بررسی وضعیت فعلی یک سیستم و تصمیم گیری در مورد بهترین شرایط بهره برداری از آن را بعهده دارد. در این فصل ابتدا به تشریح مساله پخش بار پرداخته و پس از تعیین معادلات مربوطه، روش های عددی برای حل این معادلات را مورد بررسی قرار می دهیم و در نهایت چگونگی استفاده از کامپیوتر در حل مساله پخش بار را مطالعه خواهیم نمود.

---

1. Load Flow Study
2. Steady State

۲-۷ رابطه کمیت های الکتریکی در یک شین

در شکل (۱-۷) شین شماره i از یک سیستم قدرت در حالت کلی نشان داده شده است. در این شکل P_{Gi} و Q_{Gi} قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتور، P_{Di} و Q_{Di} قدرت های اکتیو و راکتیو مصرفی بار و V_i ولتاژ شین i می باشند. هر شین از سیستم قدرت در حالت کلی می تواند دارای ژنراتور و بار، فاقد هر دو و یا فاقد یکی از آن دو باشد.



شکل ۱-۷ قدرتهای تولیدی و مصرفی در یک شین

قدرت تولیدی این شین عبارتست از:

$$S_{G_i} = P_{G_i} + jQ_{G_i}$$

همچنین قدرت مختلط مصرفی این شین را به صورت زیر نشان می دهیم:

$$S_{D_i} = P_{D_i} + jQ_{D_i}$$

قدرت های اکتیو و راکتیو و مختلط شین i طبق روابط زیر تعریف می شوند:

$$P_i = P_{G_i} - P_{D_i}$$

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{D_i} \qquad (۷-۱)$$

$$S_i = P_i + jQ_i$$

جریان شین i نیز از رابطه زیر بدست می آید:

$$I_i = I_{G_i} - I_{D_i} \qquad (۷-۲)$$

که در آن I_{G_i} جریان تولیدی شین، I_{D_i} جریان مصرفی شین و I_i جریان شین i می باشند. بین P_i ، Q_i ، V_i و I_i معادله زیر برقرار است:

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^*$$

$$I_i^* = \frac{P_i + jQ_i}{V_i}$$

و از آنجا:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \qquad (۷-۳)$$

در این معادله $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ می باشد که در آن δ_i زاویه ولتاژ شین i نسبت به شین اصلی (مرجع) می باشد.

۷-۳ انواع شین ها از دید مساله پخش بار

برای شروع بررسی مساله پخش بار، شین های سیستم قدرت را به سه دسته تقسیم می کنیم.

الف - شین اصلی (شین اسلک): از آنجا که ولتاژ و جریان شین ها اعداد مختلط هستند لذا یکی از شین های سیستم را بعنوان مرجع در نظر گرفته و اختلاف زاویه بقیه کمیت ها را با آن می سنجیم. این شین را شین اصلی [1] یا اسلک [2] نامیده و معمولاً آنرا بعنوان شین شماره ۱ در نظر می گیریم.

زاویه ولتاژ شین اصلی (δ_1) برابر صفر منظور می گردد. از طرف دیگر با توجه به جمع بارهای مصرفی یک شبکه، قدرت تولیدی ژنراتورها (P_{G_i}) معلوم است. لیکن قبل از محاسبه پخش بار، تلفات سیستم مجهول بوده و لذا ضروری است که در یکی از شین ها قدرت های تولیدی P_{G_i} و Q_{G_i} نامعلوم فرض شوند تا پس از حل شبکه، کمبود تولید و تلفات سیستم برای ایجاد توازن قدرت توسط این شین که همان شین اصلی است جبران گردد. بنابراین شین اصلی باید یکی از شین های دارای ژنراتور در سیستم باشد. در یک ژنراتور P_{G_i} و $|V_i|$ قابل کنترل هستند (روش های کنترل در فصول بعدی مورد بررسی قرار

1. Main Bus
2. Slack Bus (or Swing Bus)

خواهد گرفت). در نتیجه با کنترل و تثبیت $|V_1|$ این کمیت برای شین اصلی معلوم است.

بطور خلاصه در شین اصلی دو کمیت $|V_1|$ و $\delta_1 = 0$ معلوم بوده و دو کمیت P_{G_1} و Q_{G_1} (و در نتیجه P_1 و Q_1) مجهول می باشند.

ب - شین های کنترل شده[1]: بجز شین اصلی بقیه شین هائی که دارای ژنراتور هستند به شین های کنترل شده یا شین های PV موسومند. در این شین ها P_{G_i} معلوم است. با توجه به اینکه P_{D_i} و Q_{D_i} برای کلیه شین ها معلوم بوده و از روش های پیش بینی بار[2] قابل دستیابی هستند لذا $P_i = P_{G_i} - P_{D_i}$ نیز معلوم می باشد. بنابراین در شین های کنترل شده دو کمیت $|V_i|$ و P_i معلوم بوده و دو کمیت δ_i و Q_i (و در نتیجه Q_{G_i}) مجهول می باشند.

ج - شین های بار[3]: این شین ها که به شین های PQ نیز موسومند دارای ژنراتور نمی باشند. بنابراین:

$$P_{G_i} = Q_{G_i} = 0$$

با توجه به معلوم بودن قدرت های مصرفی P_{D_i} و Q_{D_i}، کمیت های P_i و Q_i در این شین ها بترتیب زیر معلوم می باشند:

$$P_i = P_{G_i} - P_{D_i} = 0 - P_{D_i} = -P_{D_i}$$

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{D_i} = 0 - Q_{D_i} = -Q_{D_i}$$

بنابراین در شین های بار P_i و Q_i معلوم و $|V_i|$ و δ_i مجهول هستند.

۴-۷ معادلات پخش بار[4]:

همانطوریکه در تقسیم بندی شین ها ملاحظه می شود، در هر شین چهارکمیت

1. Controlled Bus (or PV Bus)

2. Load Forecasting

3. Load Bus

4. Load Flow Equations

اصلی P_i ، Q_i ، $|V_i|$ و δ_i مورد نظر هستند. در هر یک از شین ها دو کمیت معلوم و دو کمیت مجهول می باشند. با توجه به تعداد شین ها (n)، تعداد معلومات ۲n و تعداد مجهولات نیز ۲n می باشد، و لذا برای بدست آوردن مجهولات باید ۲n معادله تشکیل گردد. مساله پخش بار، روش تشکیل و حل این معادلات است که منجر به تعیین مجهولات فوق الذکر می گردد. اطلاعاتی که پس از حل معادلات و محاسبه پخش بار بدست می آید شامل موارد زیر است:

الف) ولتاژ شین ها $|V_i|$

ب) زاویه ولتاژ شین ها δ_i

ج) قدرت های اکتیو و راکتیو شین ها P_i و Q_i

د) قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی در شین های کنترل شده و اصلی P_{G_i} و Q_{G_i}

هـ) قدرت های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال P_{ij} و Q_{ij}

و) تلفات هر خط و تلفات کل شبکه

برای تعیین معادلات پخش بار، ابتدا بردار جریان شین بر حسب بردار ولتاژ شین را براساس معادله (۳-۳) بصورت زیر می نویسیم:

$$I = Y_{bus} V$$

و یا:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & & & \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & & & \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

از این رابطه جریان شین i بدست می آید که عبارتست از:

$$I_i = Y_{i1}V_1 + Y_{i2}V_2 + \ldots + Y_{in}V_n = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}V_j \qquad (۷-۴)$$

از طرف دیگر طبق رابطه (۳-۷) جریان شین i بر حسب قدرت اکتیو و راکتیو این شین

عبارتست از:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \qquad (۷-۵)$$

با مقایسه روابط (۴-۷) و (۵-۷) داریم:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \qquad (۷-۶)$$

و یا:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \qquad (i = 1,2,...,n) \qquad (۷-۷)$$

با قرار دادن $(i = 1,2,...,n)$ می توان رابطه (۷-۷) را برای یک یک شین ها نوشت و به n معادله مختلط دست یافت. چون مقادیر V_i و Y_{ij} مختلط هستند، با تفکیک قسمت های حقیقی و موهومی رابطه (۷-۷) تعداد معادلات به ۲n می رسد و چون در هر شین دو مجهول وجود دارد، تعداد مجهولات این معادلات نیز ۲n می باشد.

معادله (۷-۷) شکل کلی معادله پخش بار را نشان می دهد. این معادلات را بصورت های دیگری نیز می توان بیان نمود. اگر کمیت های رابطه (۷-۷) را مطابق زیر بصورت قطبی نشان دهیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta i \quad , \quad Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \phi_{ij}$$

با جایگزینی این مقادیر در رابطه (۷-۷) شکل قطبی معادلات پخش بار را بصورت زیر خواهیم داشت:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}| \, |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \qquad (۷-۸)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}| \, |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \qquad (۷-۹)$$

اگر V_i و Y_{ij} را بر حسب قسمت های حقیقی و موهومی آنها (فرم دکارتی) بنویسیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = e_i + jf_i \qquad (۷-۱۰)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \qquad (۷-۱۱)$$

و این مقادیر را در رابطه (۷-۷) جایگزینی کنیم ، خواهیم داشت :

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^{n} \left(G_{ij} e_j - B_{ij} f_j\right) + f_i \sum_{j=1}^{n} \left(G_{ij} f_j + B_{ij} e_j\right)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^{n} \left(G_{ij} e_j - B_{ij} f_j\right) - e_i \sum_{j=1}^{n} \left(G_{ij} f_j + B_{ij} e_j\right)$$

این روابط را می توان بصورت زیر نوشت :

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} + f_i \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \qquad (۷-۱۲)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} - e_i \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \qquad (۷-۱۳)$$

در اینجا a_{ij} و b_{ij} طبق معادلات زیر تعریف می شوند :

$$a_{ij} = G_{ij} e_j - B_{ij} f_j \qquad (۷-۱۴)$$

$$b_{ij} = G_{ij} f_j + B_{ij} e_j \qquad (۷-۱۵)$$

روابط (۱۲-۷) و (۱۳-۷) شکل دیگری از معادلات پخش بار را نشان می دهند که در آنها از قسمت های حقیقی و موهومی ولتاژها و عناصر Y_{bus} استفاده شده است (فرم دکارتی معادلات پخش بار) . معادلات پخش بار غیر خطی بوده و لذا فقط از روش های آنالیز عددی قابل حل هستند . در ادامه بحث به حل این معادلات از روش های عددی می پردازیم .

معادلات پخش بار AC (AC Load Flow): ACLF

در فرمولبندی پخش بار، در هر باس مانند i، ۴ متغیر مجهول وجود دارد:

۱- P_i : توان اکتیو خالص تزریقی
۲- Q_i : توان راکتیو خالص تزریقی
۳- $|V_i|$: اندازه ولتاژ
۴- θ_i : زاویه ولتاژ

توانهای اکتیو و راکتیو خالص تزریقی بصورت زیر میباشند:

$$\begin{cases} P_i = P_{Gi} - P_{Di} \\ Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \end{cases}$$

P_{Gi} و Q_{Gi} : توانهای اکتیو و راکتیو تولیدی در باس i

P_{Di} و Q_{Di} : توانهای اکتیو و راکتیو مصرفی (بار) در باس i

قوانین کیرشهف را در هر باس میتوان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} I = YV & (1) \\ I_i = \dfrac{S_i^*}{V_i^*} = \dfrac{P_i - jQ_i}{|V_i|} e^{j\theta_i} & (2) \end{cases}$$

I بردار جریانهای تزریقی در باسها

V بردار ولتاژ باسها

V_i ولتاژ باس iام

I_i جریان خالص تزریقی در باس iام

Y ماتریس ادمیتانس شبکه که در آن عناصر قطری مانند Y_{ii} برابر مجموع ادمیتانسهای متصل به باس i ام و عناصر غیرقطری مانند Y_{ij} برابر با منفی ادمیتانس مشترک بین باس i و j میباشند.

عناصر Y، V، و I مقادیر مختلط هستند و ماتریس Y یک ماتریس متقارن است.

$$V_i = |V_i| e^{j\theta_i}$$

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| e^{j\delta_{ij}} = \underbrace{G_{ij}}_{\text{کندوکتانس (رسانایی)}} + j\underbrace{B_{ij}}_{\text{سوسپتانس}}$$

با جاگذاری رابطه (۲) در (۱) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P_i = \sum_{j=1}^{N} |Y_{ij}||V_i||V_j| cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) \\ Q_i = -\sum_{j=1}^{N} |Y_{ij}||V_i||V_j| sin(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) \end{cases}$$

که N تعداد باسها (شین ها) میباشد. همانطور که میبینیم در هر باس ۲ معادله حاکم بوده و ۴ مجهول داریم. در کل 2N معادله و 4N مجهول داریم. برای حل این دستگاه غیر خطی، باید در هر باس ۲ متغیر معلوم باشند طوریکه بتوانیم 2N معادله 2N مجهولی را حل کنیم. همانطور که قبلا در درس بررسی ۲ یاد گرفته ایم، بسته به اینکه در هر باس کدام دو متغیر معلوم باشند، ۳ نوع باس در معادلات پخش بار خواهیم داشت:

نوع باس	|V|	θ	P	Q
باس PQ	مجهول	مجهول	معلوم	معلوم
باس مرجع (Slack)	معلوم	معلوم	مجهول	مجهول
باس PV	معلوم	مجهول	معلوم	مجهول

پخش بار DC

پخش بار DC (DCLF):

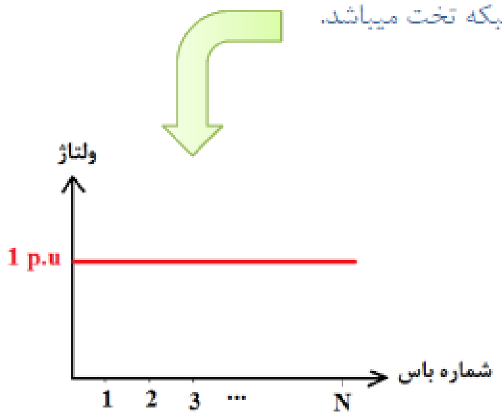
پخش بار DC توانهای جاری در خطوط را در یک سیستم قدرت AC بطور تقریبی محاسبه می نماید. این پخش بار فقط توانهای اکتیو (P) را در نظر گرفته و از توانهای راکتیو (Q) صرفنظر می نماید. برخلاف پخش بار AC که با استفاده از روشهای مبتنی بر تکرار مانند گوس-سایدل، نیوتن-رافسون و ... حل میشدند، پخش بار DC نیازی به تکرار نداشته و در یک مرحله جواب را بدست می آورد. اما جوابهای آن دارای دقت کمتری نسبت به ACLF میباشند. DCLF معمولا در مطالعاتی که نیاز به محاسبه سریع پخش بار دارند (از جمله مطالعات برنامه ریزی توسعه) کاربرد فراوان دارد. در پخش بار DC مدل غیر خطی سیستم AC با لحاظ کردن فرضیات زیر تبدیل به یک مدل خطی ساده میگردد:

۱- مقاومت (R) خطوط (یا بعبارتی تلفات اکتیو) خیلی ناچیز بوده و صفر فرض میشود. (R<<X) ← $\delta_{ij} = 90^\circ$

۲- اختلاف زاویه ولتاژ باسها ($\theta_i - \theta_j$) کوچک میباشد.

۳- اندازه ولتاژ تمامی باسها 1p.u میباشد. بعبارتی پروفیل ولتاژ شبکه تخت میباشد.

۴- تنظیمات تپ ترانسفورماتورها در نظر گرفته نمیشود.



با توجه به فرضیات بالا:

$$P_i = \sum_{j=1}^{N} |Y_{ij}||V_i||V_j| \underbrace{\cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij})}$$

$|V_i| \to 1$ ، $|V_j| \to 1$

$$\cos(\theta_i - \theta_j - \delta_{ij}) = \cos(\theta_i - \theta_j - \frac{\pi}{2}) = \sin(\theta_i - \theta_j) \simeq \theta_i - \theta_j$$

$$\Rightarrow P_i = \sum_{j=1}^{N} \underbrace{|Y_{ij}|}_{B_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \Rightarrow P_i = \sum_{j=1}^{N} B_{ij}(\theta_i - \theta_j)$$

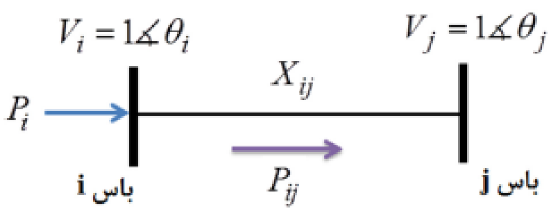
که در آن B_{ij} قسمت موهومی Y_{ij} میباشد (X_{ij}) .

با توجه به موارد بالا، زاویه ولتاژ باسها مجهولات DCLF میباشند. توانهای تزریقی باسها (P_i) معلوم میباشند.

بطور ماتریسی میتوان نوشت: $P = B\theta$ ⇐ $\theta = [B]^{-1}\, \mathrm{P}$

ماتریس B وارنپذیر نیست. برای وارنپذیر شدن، سطر و ستون مربوط به شین مرجع (Slack) از این ماتریس حذف میشود. بطور متناظر، سطر مربوط به شین Slack از ماتریس P نیز حذف میشود و زاویه θ برای شین Slack صفر در نظر گرفته میشود.

پس از بدست آمدن زوایا از معادله بالا، توانهای جاری در خطوط بصورت زیر بدست می آیند:



$$P_{ij} = \frac{1}{X_{ij}}(\theta_i\text{-}\theta_j)$$

خلاصه روند و فرمول‌های DCLF:

۱- تشکیل ماتریس خالص توان تزریقی:

$P_i=P_{Gi}-P_{Di}$

۲- تشکیل ماتریس ادمیتانس Y (که با صرف نظر از R ها ماتریس B می‌شود.)

$$Y_{ij}=B_{ij}=\left\{\right.$$

مجموع ادمیتانس‌های متصل به باس i اگر i=j باشد.

منفی مجموع ادمیتانس‌های بین باس i و j اگر $i\neq j$

Y=1/Z B=1/X

۳- تشکیل معادلات ماتریسی $P=B\theta$

۴- حذف سطر و ستون مربوط به باس اسلک

۵- محاسبه‌ی θ از رابطه‌ی $\theta=B^{-1}B$

۶- محاسبه‌ی توان‌های جاری در خطوط از رابطه‌ی $P_{ij}=(\theta_i-\theta_j)/X_{ij}$

۷- محاسبه یا چک صحت میزان توان تولیدی باس اسلک