فصل ششم

بهره‌برداری اقتصادی از سیستم‌های قدرت

۱-۶ مقدمه

بهره‌برداری اقتصادی از یک سیستم قدرت به پارامترهای متعددی نظیر سوخت، تعمیر و نگهداری تجهیزات، هزینه‌های پرسنلی و ... بستگی دارد. در این فصل در مورد چگونگی بهره‌برداری از یک سیستم قدرت، بطریقی که همه بارها از لحاظ هزینه سوخت، با حداقل هزینه تأمین شوند بحث خواهیم کرد. در اینجا فرض بر آن است که ظرفیت تولید ژنراتورهای شبکه بیشتر از قدرت مورد نیاز بارها می‌باشد و لذا امکان تنظیم و انتخاب قدرت تولیدی هر ژنراتور وجود دارد.

تعیین قدرت تولیدی ژنراتورها بطوریکه هزینه تولید انرژی در کل سیستم حداقل باشد بحث عمده‌ای تحت عنوان "توزیع اقتصادی" (۱) بار بین ژنراتورها را مطرح می‌نماید که به آن خواهیم پرداخت.

روش‌های "پخش بار اقتصادی" (۲) باید بتوانند جوابگوی هر دو مسأله زیر باشند:

الف) توزیع اقتصادی بار بین واحدهای یک نیروگاه

ب) توزیع اقتصادی بار بین نیروگاهها

در نیروگاههای آبی با تغییر قدرت تولیدی ژنراتورها، هزینه تولید (۳) تغییر نمی‌نماید و معمولاً در بهره‌برداری بهینه از واحدهای آبی، حجم مجاز آب که در مدت زمان مشخصی باید رها گردد تعیین می‌شود. در حالیکه در نیروگاههای حرارتی افزایش قدرت تولیدی ژنراتورها نیاز به افزایش سوخت (۴) مصرفی و در نتیجه افزایش هزینه دارد. بنابراین در این فصل فقط به

1- Economic Dispatch   2- Economic Load Flow   3- Production Cost   4- Fuel

بهره‌برداری اقتصادی از نیروگاههای حرارتی می‌پردازیم. ابتدا از تلفات سیستم صرفنظر کرده و توزیع اقتصادی بار بین نیروگاهها را بدست می‌آوریم. روش‌های ارائه شده در این زمینه، کاملاً برای توزیع اقتصادی بار بین واحدهای یک نیروگاه قابل استفاده می‌باشد. سپس بهره‌برداری اقتصادی از شبکه را با توجه به تلفات سیستم مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

۶-۲ تابع هزینه

عامل اصلی در مطالعه توزیع اقتصادی بار، تابع هزینه [1] ژنراتورها می‌باشد. این تابع نشان دهنده تغییرات هزینه سوخت برحسب قدرت خروجی یک ژنراتور می‌باشد. بدیهی است که تابع هزینه فقط برای نیروگاههای حرارتی مفهوم دارد. ورودی یک نیروگاه حرارتی، میزان سوخت مصرفی در واحد زمان برحسب مگاژول بر ساعت (MJ/h) و یا مگابی‌تی‌یو بر ساعت (MBtu/h) است، و خروجی آن قدرت اکتیو تولیدی برحسب MW می‌باشد.

معمولاً هزینه‌های دیگر بصورت درصد ثابتی از هزینه سوخت در نظر گرفته و در تابع هزینه تأثیر داده می‌شوند. در شکل (۶-۱) تابع هزینه یک واحد حرارتی نشان داده شده‌است. محور افقی آن قدرت خروجی برحسب MW، و محور عمودی آن میزان سوخت مصرفی برحسب MJ/h و یا MBtu/h می‌باشند. واحدهای ژول (J) و بی‌تی‌یو (Btu) از رابطه زیر بیکدیگر قابل تبدیل هستند:

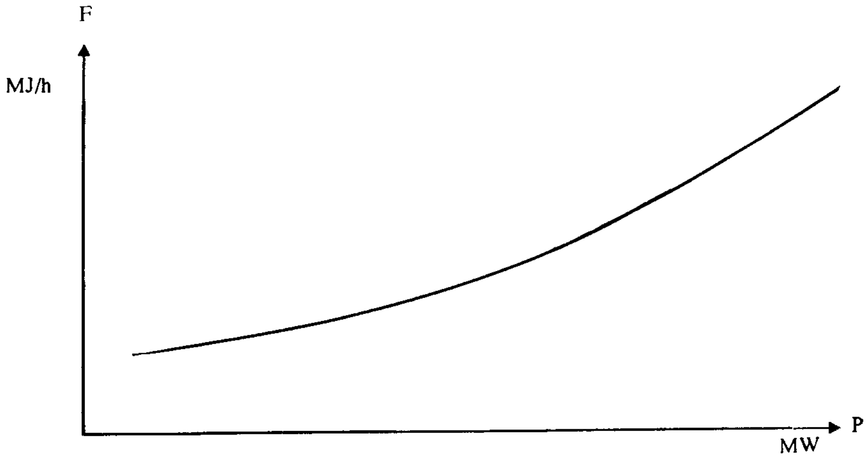
$$1\ \text{Btu} = 1054\ \text{J} \qquad (6-1)$$

اگر مقادیر محور عمودی را در قیمت سوخت یعنی [ریال/MJ] و یا [ریال/MBtu] ضرب کنیم، ورودی تابع هزینه برحسب ریال بر ساعت (ریال / h) بدست می‌آید. در حالت کلی منحنی هزینه سوخت برحسب قدرت خروجی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$C = \alpha + \beta P + \gamma P^2 + \eta P^3 + \dots \quad \text{ریال}/h \qquad (6-2)$$

با داشتن نقاط منحنی هزینه برحسب قدرت، C(P)، واستفاده از الگوریتم تخمین مینیمم مربعات می‌توانیم α و β و γ و η و ... را بدست آوریم. اگر n نقطه برای هزینه C و قدرت P معلوم باشد، J از معادله زیر برحسب α و β و γ باید مینیمم شود:

1- Cost Function



شکل ۱-۶: تابع هزینه یک واحد حرارتی

$$J = \sum_{i=1}^{n} \left[\alpha + \beta P_i + \gamma P_i^2 - C_i \right]^2$$

البته در اینجا از ضرایب η و ضرائب بعدی بعلت کوچک بودن صرفنظر کرده و تابع هزینه را برحسب قدرت، یک تابع درجه ۲ فرض کرده‌ایم. برای اینکه J مینیمم شود، مشتق آن را برحسب α و β و γ برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{n} 2 \left[\alpha + \beta P_i + \gamma P_i^2 - C_i \right] = 0$$

$$\frac{\partial J}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n} 2P_i \left[\alpha + \beta P_i + \gamma P_i^2 - C_i \right] = 0$$

$$\frac{\partial J}{\partial \gamma} = \sum_{i=1}^{n} 2P_i^2 \left[\alpha + \beta P_i + \gamma P_i^2 - C_i \right] = 0$$

این معادلات را برای α و β و γ مرتب می‌نمائیم:

$$n\alpha + \beta \sum_{i=1}^{n} P_i + \gamma \sum_{i=1}^{n} P_i^2 = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (۶-۳)$$

$$\alpha\sum_{i=1}^{n} P_i + \beta\sum_{i=1}^{n} P_i^2 + \gamma\sum_{i=1}^{n} P_i^3 = \sum_{i=1}^{n} P_i C_i \qquad (۶-۴)$$

$$\alpha\sum_{i=1}^{n} P_i^2 + \beta\sum_{i=1}^{n} P_i^3 + \gamma\sum_{i=1}^{n} P_i^4 = \sum_{i=1}^{n} P_i^2 C_i \qquad (۶-۵)$$

با حل سه معادله فوق α و β و γ بدست می‌آیند.

مثال ۱-۶: در یک نیروگاه حرارتی، چهار نقطه از تابع هزینه بشرح زیر می‌باشند:

P	۷۰	۷۵	۱۱۲/۵	۱۵۰	MW
C	۷۴۶۲۰	۷۹۴۳۰	۱۱۶۴۸۰	۱۵۴۷۰۰	ریال /h

معادله تابع هزینه، C(P)، را بدست آورید.

حلّ: به ازاء n=۴ مقادیر زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$\sum P_i = ۴۰۷/۵$$

$$\sum P_i^2 = ۴۵/۶۸ \times ۱۰^3$$

$$\sum P_i^3 = ۵/۵۶ \times ۱۰^6$$

$$\sum P_i^4 = ۷/۲۲ \times ۱۰^8$$

$$\sum C_i = ۴۲۵/۲ \times ۱۰^3$$

$$\sum P_i C_i = ۴/۷۵ \times ۱۰^3$$

$$\sum P_i^2 C_i = ۵/۷۶۷ \times ۱۰^9$$

حال معادله زیر را برای α و β و γ تشکیل داده و آنرا حل می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} ۴ & ۴۰۷/۵ & ۴۵/۶۸\times ۱۰^{۳} \\ ۴۰۷/۵ & ۴۵/۶۸\times ۱۰^{۳} & ۵/۵۶\times ۱۰^{۶} \\ ۴۵/۶۸\times ۱۰^{۳} & ۵/۵۶\times ۱۰^{۶} & ۷/۲۲\times ۱۰^{۸} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴۲۵/۲\times ۱۰^{۳} \\ ۴/۷۵\times ۱۰^{۷} \\ ۵/۷۶۷\times ۱۰^{۹} \end{bmatrix}$$

$\alpha = ۹۰۰۰$ ریال / h

$\beta = ۹۰۷/۴$ ریال / MWh

$\gamma = ۰/۴۲۷$ ریال / $(MW)^{۲}h$

بنابراین معادله هزینه سوخت برحسب قدرت خروجی بصورت زیر خواهدبود.

$$C = ۹۰۰۰ + ۹۰۷/۴P + ۰/۴۲۷P^{۲} \text{ MWh}$$

که در آن P برحسب MW می‌باشد.

۳-۶ توزیع اقتصادی بار با صرفنظر از تلفات سیستم

فرض کنید m ژنراتور در یک نیروگاه حرارتی وجود داشته باشند و مجموعاً بار P_D را تغذیه نمایند. می‌خواهیم قدرت تولیدی هر یک از ژنراتورها ($P_{G۱}$ ، $P_{G۲}$ ،... و P_{Gm}) را طوری تعیین کنیم که ضمن تأمین بار P_D، هزینه تولید انرژی الکتریکی در نیروگاه حداقل باشد. روشی که ارائه می‌شود برای یک سیستم قدرت با m نیروگاه حرارتی که در آن از تلفات خطوط انتقال انرژی صرفنظر شده‌باشد نیز صادق است. در این حالت $P_{G۱}$ ، $P_{G۲}$ ،... و P_{Gm} قدرت‌های تولیدی هریک از نیروگاهها خواهند بود.

از آنجائیکه کنترل قدرت راکتیو با تنظیم مدار تحریک ژنراتور انجام می‌شود و تأثیری در هزینه ندارد، لذا هزینه تولید انرژی ژنراتور ۱ ($C_۱$) فقط تابعی از قدرت اکتیو تولیدی آن ($P_{G۱}$) می‌باشد بنابراین:

$$C_۱ = C_۱ (P_{G۱})$$

بهمین ترتیب‌برای سایر ژنراتورها داریم:

$$C_۲ = C_۲\,(P_{G۲})$$
$$\vdots$$
$$C_m = C_m\,(P_{Gm})$$

و یا بطور کلی:

$$C_i = C_i\,(P_{Gi}) \qquad i = ۱, ۲, \ldots, m \qquad (۶-۶)$$

هزینه کل تولید انرژی در m ژنراتور برابر است با:

$$C = C_۱ + C_۲ + \ldots + C_m = C_۱(P_{G۱}) + C_۲(P_{G۲}) + \ldots + C_m(P_{Gm})$$
$$= \sum_{i=۱}^{m} C_i(P_{Gi}) \qquad (۶-۷)$$

بنابر این هزینه‌کل تابعی از قدرت‌های تولیدی همه ژنراتورها ($P_{G۱}$، $P_{G۲}$،... و P_{Gm}) می‌باشد:

$$C = C\,(P_{G۱}, P_{G۲}, \ldots, P_{Gm}) \qquad (۶\text{-}۸)$$

برای اینکه هزینه تولید انرژی (C) مینی‌موم باشد، داریم:

$$dC = ۰$$

$$dC = \frac{\partial C}{\partial P_{G۱}}\,dP_{G۱} + \frac{\partial C}{\partial P_{G۲}}\,dP_{G۲} + \ldots + \frac{\partial C}{\partial P_{Gm}}\,dP_{Gm} = ۰ \qquad (۶-۹)$$

با توجه به رابطه (۷-۶) داریم:

$$\frac{\partial C}{\partial P_{G۱}} = \frac{\partial C_۱}{\partial P_{G۲}}$$
$$\frac{\partial C}{\partial P_{G۲}} = \frac{\partial C_۲}{\partial P_{G۲}}$$
$$\vdots$$
$$\frac{\partial C}{\partial P_{Gm}} = \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}}$$

و لذا معادله (۹-۶) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} dP_{G1} + \frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} dP_{G2} + ... + \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} dP_{Gm} = 0 \qquad (۶-۱۰)$$

از طرف دیگر رابطه توازن قدرت بصورت زیر بیان می‌شود:

$$P_{G1} + P_{G2} + ... + P_{Gm} = P_D \qquad (۶-۱۱)$$

چون P_D ثابت است، $dP_D = 0$ بوده و داریم:

$$dP_D = dP_{G1} + dP_{G2} + ... + dP_{Gm} = 0 \qquad (۶-۱۲)$$

طرفین رابطه (۱۲-۶) را در λ ضرب کرده و معادله بدست آمده را از معادله (۱۰-۶) کم می‌کنیم:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} - \lambda\right)dP_{G1} + \left(\frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} - \lambda\right)dP_{G2} + ... + \left(\frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} - \lambda\right)dP_{Gm} = 0$$

این معادله فقط در صورتی صادق است که هریک از جملات آن برابر صفر باشد، یعنی:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} = \lambda \quad , \quad \frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} = \lambda \quad , \quad ... \quad \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} = \lambda$$

و یا:

$$\lambda = \frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} = \frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} = ... = \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} \qquad (۶-۱۳)$$

مشتق هزینه تولید انرژی در هر ژنراتور نسبت به قدرت تولیدی آن که شیب تابع هزینه ژنراتور در نقطه کار می‌باشد، "هزینه افزونی تولید" [1] ژنراتور نامیده می‌شود و آنرا با (IC) نشان می‌دهیم. برای ژنراتور شماره i داریم:

$$(IC)_i = \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} \qquad (۶-۱۴)$$

1- Incremental Cost of Generation

اگر تابع هزینه را تابعی درجه ۲ از قدرت خروجی ژنراتور در نظر بگیریم:

$$C_i = \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^{۲} \qquad (۶-۱۵)$$

در اینصورت هزینه افزونی (نموی) تولید $(IC)_i$ برای ژنراتور i یک معادله خطی از P_{Gi} خواهد بود:

$$(IC)_i = \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} = \beta_i + ۲\gamma_i P_{Gi} \qquad (۶-۱۶)$$

بطور خلاصه، با توجه به معادله (۱۳-۶)، برای بهره‌برداری بهینه از لحاظ اقتصادی باید هزینه افزونی تولید ژنراتورها با هم برابر باشند، یعنی:

$$(IC)_۱ = (IC)_۲ = \dots = (IC)_m = \lambda \qquad (۶-۱۷)$$

و یا:

$$(IC)_i = \lambda \qquad i = ۱, ۲, \dots, m \qquad (۶-۱۸)$$

λ را ضریب لاگرانژ [1] می‌نامند. واحد λ و (IC) ریال بر مگاوات ساعت (ریال / MWh) می‌باشد. معادله (۱۷-۶) همراه با قیود معادله‌ای و نامعادله‌ای زیر اساس محاسبات توزیع اقتصادی بار بین m ژنراتور را تشکیل می‌دهد:

$$\sum_{i=۱}^{m} P_{Gi} - P_D = ۰ \qquad (۶-۱۹)$$

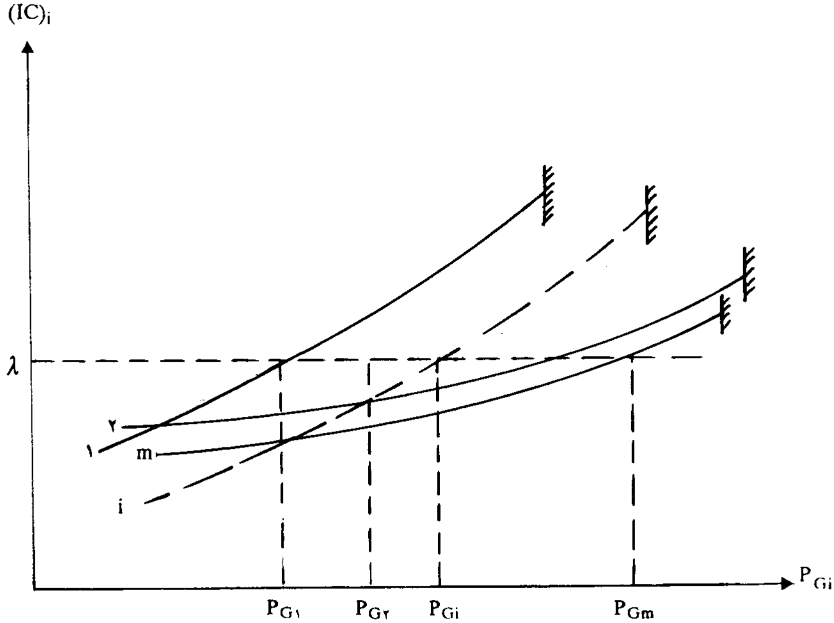
$$P_{Gi_{min}} \le P_{Gi} \le P_{Gi_{max}} \qquad i = ۱,۲,\dots,m \qquad (۶-۲۰)$$

قیود نامعادله‌ای (۲۰-۶) به این دلیل باید رعایت شوند که قدرت تولیدی هیچ ژنراتوری نباید از مقدار نامی آن تجاوز نماید و یا از مقدار معینی کمتر گردد. شکل (۲-۶) منحنی تغییرات هزینه

1. Lagrange Multiplier

افزونی تولید هر یک از ژنراتورها را برحسب قدرت خروجی آنها نشان می‌دهد.

برای بهره‌برداری اقتصادی، به ازاء $\lambda = (IC)_i$ ، $(i = ۱ , ۲ , ... , m)$، که در شکل نشان داده شده‌است، جمع قدرت‌های تولیدی $P_{G۱}$ ، $P_{G۲}$ ،... و P_{Gm} باید برابر P_D باشد تا همزمان تساوی (IC)ها و توازن قدرت برقرار باشند.



شکل ۲-۶: تعیین ضریب لاگرانژ برای بهره‌برداری اقتصادی

اگر تابع هزینه ژنراتورها را تابع درجه ۲ در نظر بگیریم، می‌توان از روش تحلیلی مقدار λ و همچنین $P_{G۱}$ ، $P_{G۲}$ ،... و P_{Gm} را بدست آورد. برای هر یک از ژنراتورها داریم:

$$(IC)_۱ = \frac{\partial C_۱}{\partial P_{G۱}} = \beta_۱ + ۲\gamma_۱ P_{G۱}$$

$$(IC)_۲ = \frac{\partial C_۲}{\partial P_{G۲}} = \beta_۲ + ۲\gamma_۲ P_{G۲}$$

$$\vdots$$

$$(IC)_m = \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}} = \beta_m + ۲\gamma_m P_{Gm}$$

در شرایط بهره‌برداری اقتصادی که $(IC)_m = ... = (IC)_۲ = (IC)_۱ = \lambda$ می‌باشد، بطور کلی داریم:

$$(IC)_i = \lambda \qquad i=۱,۲,...,m$$

و یا:

$$\beta_i + ۲\gamma_i P_{Gi} = \lambda \qquad i=۱,۲,...,m$$

و از آنجا:

$$P_{Gi} = \frac{\lambda - \beta_i}{۲\gamma_i} \qquad i=۱,۲,...,m \qquad (۶-۲۱)$$

با توجه به رابطه توازن قدرت، معادله (۱۹-۶)، می‌توان نوشت:

$$\sum_{i=۱}^{m}\left(\frac{\lambda-\beta_i}{۲\gamma_i}\right)=P_D$$

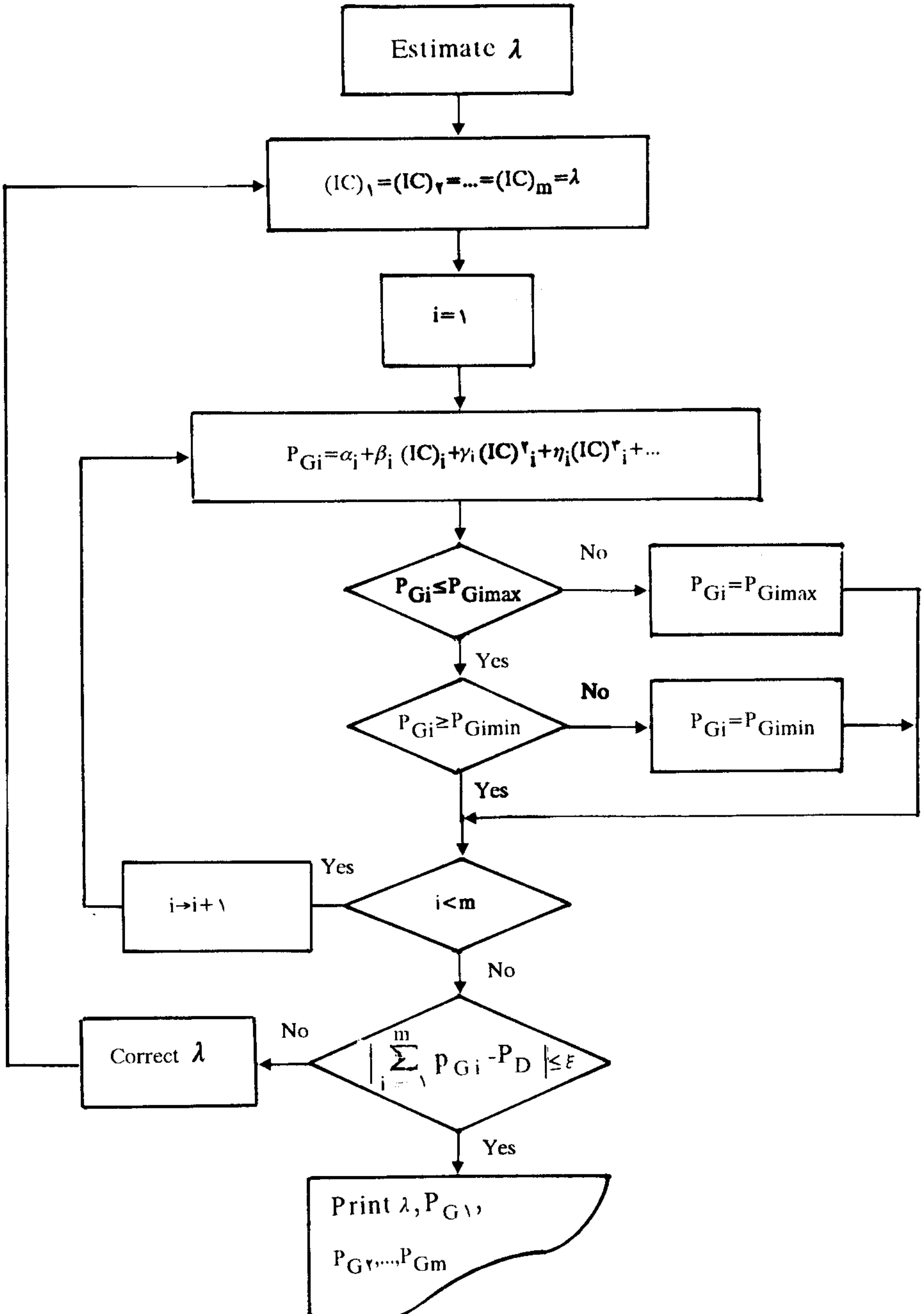
این رابطه را برای تعیین λ حل می‌کنیم:

$$\lambda\sum_{i=۱}^{m}\frac{۱}{\gamma_i}-\sum_{i=۱}^{m}\frac{\beta_i}{\gamma_i}=۲P_D$$

$$\lambda=\frac{۲P_D+\sum_{i=۱}^{m}\frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum_{i=۱}^{m}\frac{۱}{\gamma_i}} \qquad (۶-۲۲)$$

بنابراین ضریب لاگرانژ را می‌توان از معادله (۲۲-۶) بدست آورد. بعد از تعیین λ، می‌توان قدرت تولیدی هر ژنراتور P_{Gi} را از رابطه (۲۱-۶) محاسبه نمود.

روش تحلیلی ارائه شده به دو دلیل نمی‌تواند جوابگوی کامل مسأله توزیع اقتصادی بار باشد. اولاً قدرت‌های تولیدی بدست آمده از معادله (۲۱-۶) معلوم نیست در نامعادله $P_{Gi_{min}} \le P_{Gi} \le P_{Gi_{max}}$ صدق نمایند. ثانیاً تغییرات $(IC)_i$ برحسب P_{Gi} عموماً خطی نیست و نمی‌توان از معادله ساده (۲۲-۶) λ را بدست آورد. در اینجا تنها روش مناسب، استفاده از روش‌های مبتنی بر تکرار است. با استفاده از کامپیوتر می‌توان توزیع اقتصادی بار بین m ژنراتور را با محدودیت‌های فوق الذکر محاسبه نمود. در شکل (۳-۶) فلوچارت عملیات کامپیوتری بهره‌برداری اقتصادی با صرفنظر از تلفات سیستم نشان داده شده‌است.



شکل ۳-۶: فلوچارت توزیع بار اقتصادی با صرفنظر از تلفات سیستم

همانطوریکه در فلوچارت شکل (۳-۶) دیده می‌شود، ابتدا مقدار مناسبی برای λ تخمین می‌زنیم. سپس هزینه نموی تولید $(IC)_i$ هر ژنراتور را برابر λ قرار میدهیم. آنگاه قدرت تولیدی هر ژنراتور را از رابطه زیر بدست می‌آوریم:

$$P_{Gi} = \alpha_i + \beta_i(IC)_i + \gamma_i(IC)^{۲}_i + \eta_i(IC)^{۳}_i + \dots \qquad (۶-۲۳)$$

در اینجا باید دقت نمود که ضرائب α_i، β_i، γ_i و η_i و واحد آنها با همین پارامترها در معادله (۱۵-۶) متفاوت هستند. این ضرائب را در معادله (۲۳-۶) می‌توان با داشتن نقاط منحنی $IC(P_G)$ و استفاده از الگوریتم مینی‌موم مربعات (مشابه مثال ۱-۶) بدست آورد. پس از تعیین قدرت‌های تولیدی ژنراتورها P_{Gi}، $i=۱,۲,...,m$، قدرت هر ژنراتور را در محدوده مجاز $P_{Gi_{min}}$ و $P_{Gi_{max}}$ کنترل می‌کنیم. آنگاه توازن قدرت را بررسی می‌کنیم. اگر توازن قدرت برقرار نباشد λ را تغییر داده و با λ جدید مراحل محاسبات را تکرار می‌کنیم. اگر در بررسی توازن قدرت، جمع قدرت‌های تولیدی $\sum P_{Gi}$ از P_D بیشتر باشد باید λ جدید را کوچکتر از λ قبلی انتخاب کنیم و بالعکس.

در روش ذکر شده، قدرت مصرفی بارها P_D ثابت فرض شده است. در عمل این قدرت در ساعات مختلف، متغیر است. بنابراین لازم است قدرت خروجی ژنراتورها در فواصل زمانی مشخصی با این روش تعیین و تنظیم گردند. **معمولاً این فواصل زمانی بین ۲ تا ۵ دقیقه در نظر گرفته می‌شوند.**

مثال ۲-۶: معادلات هزینه افزونی تولید انرژی الکتریکی دو ژنراتور در یک نیروگاه برحسب ریال بر مگاوات ساعت بصورت زیر مشخص می‌باشند:

$$(IC)_۱ = ۷۵۰ + ۰/۸P_۱$$

$$(IC)_۲ = ۶۰۰ + P_۲$$

بار کل نیروگاه از ۲۰۰ تا ۱۱۵۰ مگاوات متغیر است. قدرت‌های تولیدی مینی‌موم و ماکزیمم هر ژنراتور بترتیب ۸۰MW و ۵۷۵MW می‌باشند.

الف) توزیع اقتصادی بار بین دو ژنراتور و ضریب لاگرانژ را در بارهای مختلف بدست آورید.

ب) اگر در بار $P_D = ۶۹۰\ MW$ مقادیر $P_۱$ و $P_۲$ را بترتیب ۴۴۰ و ۲۵۰ مگاوات انتخاب کنیم، هزینه اضافی سالانه را در مقایسه با بهره‌برداری اقتصادی تأمین بار ۶۹۰ مگاوات بدست آورید.

حلّ:

الف) کمترین میزان بار نیروگاه ۲۰۰ مگاوات است. اگر بخواهیم برای تأمین این بار در شرایط بهره‌برداری اقتصادی، قدرت هر ژنراتور را بدست آوریم با توجه به روابط (۱۷-۶) و (۱۹-۶) داریم:

$$(IC)_1 = (IC)_2$$
$$P_1 + P_2 = P_D$$

با جایگزینی مقادیر داده شده، خواهیم داشت:

$$750 + 0/8P_1 = 600 + P_2$$
$$P_1 + P_2 = 200$$

با حل این دو معادله P_1 و P_2 بدست می‌آیند:

$$P_1 = 27/78\ MW$$
$$P_2 = 172/22\ MW$$

چون $P_{min} = 80\ MW$ و $P_1 < P_{min}$ است لذا:

$$P_1 = P_{min} = 80\ MW$$
$$P_2 = P_D - P_1 = 200 - 80 = 120\ MW$$

این وضعیت تولید، بهره‌برداری اقتصادی ایده‌آل نیست، ولی نزدیکترین حالت به بهره‌برداری اقتصادی است. با افزایش P_D تا زمانی که در محاسبات اقتصادی $P_1 = 80\ MW$ بدست آید همواره P_1 را برابر $80MW$ منظور می‌نمائیم و بقیه قدرت بار توسط P_2 تأمین می‌شود. برای بدست آوردن اولین نقطه بهره‌برداری اقتصادی باید P_1 را بر $80MW$ قرار دهیم، در اینصورت داریم:

$$P_1 = 80\ MW$$

$$(IC)_1 = \lambda = 750 + (0/8 \times 80) = 814\ \text{ریال} / MWh$$

$$P_2 = \lambda - 600 = 814 - 600 = 214\ MW$$

برای تعیین نقاط بعدی، P_1 را بترتیب ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰ و ۵۰۰ مگاوات انتخاب می‌کنیم و به ازاء آن P_2 و $P_D = P_1 + P_2$ را محاسبه می‌کنیم. نتایج در جدول (۱-۶) نشان داده شده‌است.

هنگامی که $P_1 = 500\ MW$ است محاسبه مقدار P_2 بترتیب زیر انجام می‌شود :

جدول ۱-۶: توزیع اقتصادی بار و ضریب لاگرانژ در مثال (۲-۶)

λ ریال / MWh	P_1 MW	P_2 MW	P_D MW
–	۸۰	۱۲۰	۲۰۰
۸۱۴	۸۰	۲۱۴	۲۹۴
۹۱۰	۲۰۰	۳۱۰	۵۱۰
۹۹۰	۳۰۰	۳۹۰	۶۹۰
۱۰۷۰	۴۰۰	۴۷۰	۸۷۰
۱۱۵۰	۵۰۰	۵۵۰	۱۰۵۰
۱۱۷۵	۵۳۱	۵۷۵	۱۱۰۶
–	۵۷۵	۵۷۵	۱۱۵۰

$$P_1 = ۵۰۰ \text{ MW}$$

$$(IC)_1 = (IC)_2 = ۷۵۰ + (۰/۸ \times ۵۰۰) = ۱۱۵۰ \text{ ریال / MWh}$$

$$P_2 = (IC)_2 - ۶۰۰ = ۱۱۵۰ - ۶۰۰ = ۵۵۰ \text{ MW}$$

همانطوریکه ملاحظه می‌شود ژنراتور ۲ زودتر به مرز $P_{max} = ۵۷۵$ MW نزدیک می‌شود. برای پیدا کردن آخرین نقطه بهره‌برداری اقتصادی، چون P_2 زودتر به P_{max} نزدیکتر می‌شود، آنرا مساوی با $P_{max} = ۵۷۵$ MW قرار می‌دهیم. لذا داریم:

$$P_2 = P_{max} = ۵۷۵ \text{ MW}$$

$$(IC)_2 = (IC)_1 = ۶۰۰ + P_2 = ۶۰۰ + ۵۷۵ = ۱۱۷۵ \text{ ریال / MWh}$$

$$P_1 = \frac{(IC)_1 - ۷۵۰}{۰/۸} = \frac{۱۱۷۵ - ۷۵۰}{۰/۸} = ۵۳۱ \text{ MW}$$

$$P_D = P_1 + P_2 = ۱۱۰۶ \text{ MW}$$

بنابر این چنانچه بار نیروگاه از ۱۱۰۶ مگاوات تجاوز نماید، از این ببعد ژنراتور ۲ باید قدرت ۵۷۵ مگاوات تولید کرده و بقیه را ژنراتور ۱ تأمین نماید. این روند تا قدرت $P_D = ۱۱۵۰$ MW ادامه می‌یابد.

ب) برای تعیین هزینه تولید انرژی الکتریکی، معادله هزینه را در نظر می‌گیریم:

$$C = \alpha + \beta P + \gamma P^{۲}$$

با داشتن معادله هزینه افزونی تولید (IC)، و انتگرال‌گیری از آن، می‌توان تابع هزینه را بدست آورد. برای اینکار داریم:

$$C_{۱} = \int (IC)_{۱} dP_{۱} = \int (۷۵۰ + ۰/۸P_{۱}) dP_{۱} = \alpha_{۱} + ۷۵۰P_{۱} + ۰/۴P_{۱}^{۲}$$

$$C_{۲} = \int (IC)_{۲} dP_{۲} = \int (۶۰۰ + P_{۲}) dP_{۲} = \alpha_{۲} + ۶۰۰P_{۲} + ۰/۵P_{۲}^{۲}$$

که در آن‌ها $\alpha_{۱}$ و $\alpha_{۲}$ ضرائب ثابت انتگرال می‌باشند. هزینه کل تولید برابر است با:

$$C = C_{۱} + C_{۲} = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + ۷۵۰P_{۱} + ۶۰۰P_{۲} + ۰/۴P_{۱}^{۲} + ۰/۵P_{۲}^{۲}$$

هزینه تولید در شرایط بهره‌برداری اقتصادی برابر است با:

$$C_{opt} = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + (۷۵۰ \times ۳۰۰) + (۶۰۰ \times ۳۹۰) + (۰/۴ \times ۳۰۰^{۲})$$
$$+ (۰/۵ \times ۳۹۰^{۲}) = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + ۵۷۱۰۵۰ \ \text{ریال} / h$$

اگر $P_{۱} = ۴۴۰$ MW و $P_{۲} = ۲۵۰$ MW انتخاب شوند، هزینه تولید انرژی بترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$C = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + (۷۵۰ \times ۴۴۰) + (۶۰۰ \times ۲۵۰) + (۰/۴ \times ۴۴۰^{۲})$$
$$+ (۰/۵ \times ۲۵۰^{۲}) = (\alpha_{۱} + \alpha_{۲}) + ۵۸۸۶۹۰ \ \text{ریال} / h$$

هزینه اضافی برای این تولید در مقایسه با هزینه اقتصادی برابر است:

$$\Delta C = C - C_{opt} = ۵۸۸۶۹۰ - ۵۷۱۰۵۰ = ۱۷۶۴۰ \quad \text{ریال در ساعت}$$

$$\Delta C = ۱۷۶۴۰ \times ۲۴ \times ۳۶۰ = ۱/۵۲ \times ۱۰^{۸} \quad \text{ریال در سال}$$

مثال ۳-۶: مدل‌های هزینه سوخت سه ژنراتور در یک نیروگاه توسط معادلات زیر مشخص شده‌اند:

$$(IC)_۱ = ۹۳۰ + ۴/۱P_۱$$

$$(IC)_۲ = ۷۶۰ + ۳/۱P_۲$$

$$(IC)_۳ = ۸۱۰ + ۲/۹P_۳$$

که در آنها $(IC)_i$ و P_i بترتیب برحسب MWh / ریال و MW می‌باشند. بار کل نیروگاه $P_D=۵۰۰MW$ است. قدرت‌های بهینه [1] اقتصادی هر یک از ژنراتورها را محاسبه کنید.

حلّ: تغییرات (IC)ها برحسب قدرت‌های تولیدی هر ژنراتور خطی فرض شده‌است. بنابراین می‌توانیم از معادله (۲۲-۶) برای تعیین λ استفاده کنیم. برای این منظور داریم:

$$\beta_۱ = ۹۳۰ \qquad \beta_۲ = ۷۶۰ \qquad \beta_۳ = ۸۱۰$$

$$\gamma_۱ = ۲/۰۵ \qquad \gamma_۲ = ۱/۵۵ \qquad \gamma_۳ = ۱/۴۵$$

$$\sum\frac{\beta_i}{\gamma_i} = \frac{۹۳۰}{۲/۰۵} + \frac{۷۶۰}{۱/۵۵} + \frac{۸۱۰}{۱/۴۵} = ۱۵۰۲/۶$$

$$\sum\frac{۱}{\gamma_i} = \frac{۱}{۲/۰۵} + \frac{۱}{۱/۵۵} + \frac{۱}{۱/۴۵} = ۱/۸۲۲۶$$

$$\lambda = \frac{۲P_D + \sum\frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum\frac{۱}{\gamma_i}} = \frac{(۲ \times ۵۰۰) + ۱۵۰۲/۶}{۱/۸۲۲۶} = ۱۳۷۳/۱ \qquad \text{ریال / MWh}$$

1- Optimum

حال با استفاده از رابطه (۲۱-۶) قدرت تولیدی هر ژنراتور را بدست می‌آوریم:

$$P_۱ = \frac{\lambda - \beta_۱}{۲\gamma_۱} = \frac{۱۳۷۳/۱ - ۹۳۰}{۲ \times ۲/۰۵} = ۱۰۸/۰۷\ MW$$

$$P_۲ = \frac{\lambda - \beta_۲}{۲\gamma_۲} = \frac{۱۳۷۳/۱ - ۷۶۰}{۲ \times ۱/۵۵} = ۱۹۷/۷۷\ MW$$

$$P_۳ = \frac{\lambda - \beta_۳}{۲\gamma_۳} = \frac{۱۳۷۳/۱ - ۸۱۰}{۱/۴۵} = ۱۹۴/۱۶\ MW$$

۴-۶ تابع هزینه یک نیروگاه شامل m ژنراتور

تا اینجا برای بدست آوردن قدرت‌های بهینه اقتصادی نیروگاهها از تلفات شبکه صرفنظر کردیم. اگر از تلفات خطوط انتقال صرفنظر نشود و بخواهیم قدرت تولیدی هر یک از نیروگاهها را برای بهره‌برداری اقتصادی بدست آوریم، باید تابع هزینه هر نیروگاه معلوم باشد. معمولاً در هر نیروگاه چند ژنراتور وجود دارند که تابع هزینه آنها در حالت کلی با هم متفاوت است. مدلسازی چند ژنراتور یک نیروگاه با توابع هزینه مختلف به یک ژنراتور معادل بسیار پیچیده است. ولی اگر تابع هزینه هر ژنراتور را یک معادله درجه ۲ از قدرت تولیدی آن در نظر بگیریم، با روش ساده و تحلیلی می‌توانیم تابع هزینه ژنراتور معادل (تابع هزینه نیروگاه) را بصورت یک معادله درجه ۲ از قدرت تولیدی کل نیروگاه بدست آوریم.

فرض کنید m ژنراتور در یک نیروگاه حرارتی بطور موازی کار می‌کنند. قدرت خروجی نیروگاه P_G از جمع قدرت‌های ژنراتورها بدست می‌آید:

$$P_G = P_{G۱} + P_{G۲} + \dots + P_{Gm}$$

اگر تابع هزینه ژنراتورها را بامعادله زیر نشان دهیم:

$$C_i = \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^۲ \qquad i = ۱,۲,\dots,m \qquad (۶-۲۴)$$

می‌خواهیم نیروگاه را با یک ژنراتور معادل جایگزین کنیم. برای این کار باید α و β و γ معادل و در نتیجه تابع هزینه کل نیروگاه را بدست آوریم. تابع هزینه نیروگاه، هزینه تولید انرژی برحسب قدرت خروجی کل P_G، بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$C = \alpha + \beta P_G + \gamma P_G^۲ \qquad (۶-۲۵)$$

هزینه کل تولید انرژی در نیروگاه برابر است با:

$$C = \sum_{i=1}^{m} C_i = \sum_{i=1}^{m} (\alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^2) \qquad (6-26)$$

معادله (۱۷-۶) را برای ژنراتور i و ژنراتور معادل می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\lambda = \beta + 2\gamma P_G = \beta_i + 2\gamma_i P_{Gi}$$

از این معادله P_{Gi} را بدست می‌آوریم:

$$P_{Gi} = \frac{\beta - \beta_i + \gamma P_G}{2\gamma_i}$$

و آنرا در رابطه (۲۶-۶) جایگزین می‌کنیم:

$$C = \sum_{i=1}^{m} \left[\alpha_i + \beta_i \frac{\beta - \beta_i + 2\gamma P_G}{2\gamma_i} + \gamma_i \left(\frac{\beta - \beta_i + 2\gamma P_G}{2\gamma_i} \right)^2 \right]$$

$$C = \sum \alpha_i + \beta \sum \frac{\beta_i}{2\gamma_i} - \sum \frac{\beta_i^2}{2\gamma_i} + \sum \frac{(\beta - \beta_i)^2}{4\gamma_i}$$

$$+ \left[\sum \frac{\beta_i \gamma}{\gamma_i} + \sum \frac{(\beta - \beta_i)\gamma}{\gamma_i} \right] P_G + \left[\sum \frac{\gamma^2}{\gamma_i} \right] P_G^2 \qquad (6-27)$$

با مقایسه معادلات (۲۵-۶) و (۲۷-۶) خواهیم داشت:

$$\alpha = \sum \alpha_i + \beta \sum \frac{\beta_i}{2\gamma_i} - \sum \frac{\beta_i^2}{2\gamma_i} + \sum \frac{(\beta - \beta_i)^2}{4\gamma_i} \qquad (6-28)$$

همچنین با مساوی قرار دادن ضرائب P_G^2 در دو معادله ذکر شده، داریم:

$$\sum \frac{\gamma^2}{\gamma_i} = \gamma$$

$$\gamma = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\gamma_i}} \qquad (6-29)$$

برای تعیین β معادل، رابطه (۲۲-۶) را یادآوری می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{2P_D + \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\gamma_i}} \qquad (۶-۳۰)$$

با توجه به معادله (۲۹-۶)، بجای مخرج رابطه (۳۰-۶) مقدار $\frac{1}{\gamma}$ را جایگزین می‌کنیم. از طرف دیگر بار نیروگاه (P_D) توسط قدرت تولیدی کل نیروگاه (P_G) تأمین میشود. لذا در رابطه (۳۰-۶) بجای P_D از مقدار مساوی آن یعنی P_G استفاده می‌کنیم. بنابراین:

$$\lambda = \frac{2P_G + \sum \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\frac{1}{\gamma}}$$

و یا:

$$\lambda = \gamma \sum \frac{\beta_i}{\gamma_i} + 2\gamma P_G \qquad (۶-۳۱)$$

ضریب لاگرانژ نیروگاه برحسب P_G از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\lambda = \beta + 2\gamma P_G \qquad (۶-۳۲)$$

مقایسه روابط (۳۱-۶) و (۳۲-۶) نشان می‌دهد که :

$$\beta = \gamma \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{\gamma_i} \qquad (۶-۳۳)$$

و یا:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\gamma_i}} \qquad (۶-۳۴)$$

معادلات (۳۴-۶) و (۲۹-۶) ضرائب β و γ معادل را برای کل نیروگاه برحسب β_i و γ_i ژنراتورها

بدست می‌دهند. پس از تعیین β در صورت نیاز می‌توان از معادله (۲۸-۶) ضریب α معادل را نیز بدست آورد.

مثال ۴-۶: در مثال (۳-۶) معادله هزینه افزونی تولید (IC) نیروگاه را برحسب قدرت کل تولیدی نیروگاه بدست آورید.

حلّ: ابتدا γ معادل را محاسبه می‌کنیم:

$$\gamma = \frac{۱}{\sum \frac{۱}{\gamma_i}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲/۰۵} + \frac{۱}{۱/۵۵} + \frac{۱}{۱/۴۵}} = \frac{۱}{۱/۸۲۲۶}$$

$$\gamma = ۰/۵۴۸۷$$

سپس β معادله را از معادله (۳۳-۶) بدست می‌آوریم:

$$\sum \frac{\beta_i}{\gamma_i} = \frac{۹۳۰}{۲/۰۵} + \frac{۷۶۰}{۱/۵۵} + \frac{۸۱۰}{۱/۴۵} = ۱۵۰۲/۶$$

$$\beta = \gamma \sum \frac{\beta_i}{\gamma_i} = ۰/۵۴۸۷ \times ۱۵۰۲/۶ = ۸۲۴/۴۷$$

بنابراین معادله هزینه افزونی تولید نیروگاه عبارتست از:

$$(IC) = ۸۲۴/۴۷ + (۲ \times ۰/۵۴۸۷) P_G$$

$$(IC) = ۸۲۴/۴۷ + ۱/۰۹۷۴ P_G$$

۵-۶ توزیع اقتصادی بار بدون صرفنظر از تلفات سیستم

در بررسی توزیع اقتصادی بار در حالت کلی از تلفات خطوط انتقال صرفنظر نمی‌شود. هزینه تولید انرژی در کل سیستم برابر است با:

$$C = C_۱ + C_۲ + \dots + C_m = \sum_{i=۱}^{m} C_i$$

و یا:

$$C = C_۱(P_{G۱}) + C_۲(P_{G۲}) + \dots + C_m(P_{Gm})$$

$$= C(P_{G۱}, P_{G۲}, \dots, P_m) = \sum_{i=۱}^{m} C_i(P_{Gi})$$

برای اینکه هزینه تولید انرژی حداقل گردد، dc باید صفر باشد:

$$dc = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} = 0$$

با توجه به اینکه $\frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}$، خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} = 0 \qquad (۶-۳۵)$$

قدرت‌های تولیدی ژنراتورها باید قدرت مورد نیاز بارها و تلفات سیستم را تأمین نمایند. بنابراین رابطه توازن قدرت بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{m} P_{Gi} - P_D - P_L = 0 \qquad (۶-۳۶)$$

که در آن P_L تلفات خطوط انتقال می‌باشد. چون P_D ثابت است. $dP_D = 0$ بوده و داریم:

$$\sum_{i=1}^{m} dP_{Gi} - dP_L = 0 \qquad (۶-۳۷)$$

تلفات سیستم تابعی از قدرت‌های تولیدی ژنراتورها می‌باشد، یعنی:

$$P_L = P_L (P_{G1}, P_{G2}, \dots, P_{Gm})$$

و از آنجا:

$$dP_L = \frac{\partial P_L}{\partial P_{G1}} dP_{G1} + \frac{\partial P_L}{\partial P_{G2}} dP_{G2} + \dots + \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gm}} dP_{Gm}$$

و یا:

$$dP_L = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} \qquad (۶-۳۸)$$

این مقدار dP_L را در رابطه (۶-۳۷) جایگزین می‌کنیم:

$$\sum_{i=1}^{m} dP_{Gi} - \sum_{i=1}^{m} \frac{dP_L}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} = 0$$

و یا:

$$\sum_{i=1}^{m}\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}\right) dP_{Gi}=0 \qquad (۶-۳۹)$$

طرفین رابطه اخیر را در λ ضرب می‌کنیم و حاصل را از معادله (۶-۳۵) کم می‌کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}-\lambda\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}\right)\right] dP_{Gi}=0$$

حل این معادله با صفر کردن ضریب dP_{Gi} بدست می‌آید:

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}-\lambda\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}\right)=0$$

و از آنجا:

$$\lambda=\frac{\dfrac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}}{1-\dfrac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}} \qquad (۶-۴۰)$$

$\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}$ همان هزینه افزونی تولید $(IC)_i$ می‌باشد. مشتق تلفات سیستم نسبت به قدرت تولیدی هر ژنراتور $\left(\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}}\right)$ را تلفات افزونی انتقال [1] می‌نامیم. بنابراین :

$$(ITL)_i=\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} \qquad (۶-۴۱)$$

حال معادله (۶-۴۰) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\lambda=\frac{(IC)_i}{1-(ITL)_I} \qquad i=1,2,\ldots,m \qquad (۶-۴۲)$$

1- Incremental Transmission Loss

و یا:

$$\lambda = L_i\ (IC)_i \qquad i = ۱,۲,\ldots, m \qquad (۶-۴۳)$$

که در آن L_i ضریب پنالتی [1] ژنراتور i نامیده می‌شود و برابر است با:

$$L_i = \frac{۱}{۱-(ITL)_i} = \frac{۱}{۱-\dfrac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}} \qquad (۶-۴۴)$$

بنابراین هزینه سوخت هنگامی حداقل می‌شود که حاصلضرب هزینه افزونی تولید $(IC)_i$ و ضریب پنالتی L_i برای همه واحدها یکسان و برابر λ باشد. بطور خلاصه معادلات و نامعادلات زیر روش تعیین قدرت نیروگاهها در بهره‌برداری اقتصادی بدون صرفنظر از تلفات را نشان می‌دهند:

$$\lambda = \frac{(IC)_۱}{۱-(ITL)_۱} = \frac{(IC)_۲}{۱-(ITL)_۲} = \ldots = \frac{(IC)_m}{۱-(ITL)_m} \qquad (۶-۴۵)$$

$$\sum_{i=۱}^{m} P_{Gi} - P_D - P_L = ۰ \qquad (۶-۴۶)$$

$$P_{Gi_{min}} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi_{max}} \qquad i = ۱,۲,\ldots,m \qquad (۶-۴۷)$$

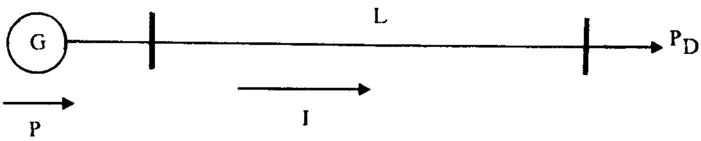
۶-۶ تابع تلفات سیستم

در اینجا می‌خواهیم مدلی برای تلفات سیستم در شرایط بهره‌برداری اقتصادی بدست آوریم. برای این منظور باید تابع تلفات سیستم (P_L) را برحسب قدرت‌های خروجی ژنراتورها $P_{G۱}$، $P_{G۲}$، ... و P_{Gm} و ضرائب مربوطه تعیین کنیم.

---

1. Penalty Factor

ابتدا سیستم قدرتی را در نظر می‌گیریم که دارای یک ژنراتور باشد. این ژنراتور مطابق شکل (۴-۶) بار P_D را از طریق خط انتقال L تغذیه می‌کند.



شکل ۴-۶: سیستم قدرت با یک خط انتقال و یک ژنراتور

اگر امپدانس خط انتقال را با $Z=R + jX$ نشان دهیم، تلفات خط انتقال برابر است با:

$$P_L = ۳\ |I|^۲\ R$$

که در آن $|I|$ جریان خط انتقال و ژنراتور از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$|I| = \frac{P_G}{\sqrt{۳}\ |V|\ (Pf)}$$

در این رابطه $|V|$ و Pf بترتیب ولتاژ و ضریب قدرت ژنراتور می‌باشند. با ترکیب دو رابطه اخیر خواهیم داشت:

$$P_L = \frac{R}{|V|^۲\ (Pf)^۲} P^۲$$

با فرض اینکه ولتاژ و ضریب قدرت ژنراتور مقادیر ثابتی هستند، می‌توان نوشت:

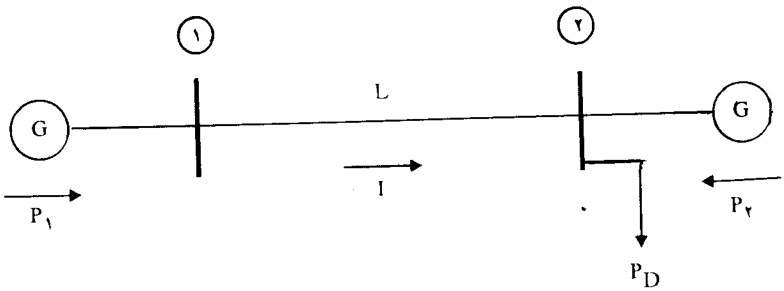
$$P_L = BP^۲ \qquad (۶-۴۸)$$

که در آن:

$$B = \frac{R}{|V|^۲\ (Pf)^۲} \qquad (۶-۴۹)$$

بنابر این تلفات خط انتقال یک تابع درجه ۲ از قدرت تولیدی ژنراتور می‌باشد.

حال سیستمی را در نظر می‌گیریم که مطابق شکل (۵-۶) دارای دو ژنراتور باشد و بار سیستم (P_D) روی شین ۲ قرار گرفته باشد.



شکل ۵-۶: سیستم قدرت با دو ژنراتور

مقداری از قدرت مورد نیاز بار در شین ۲ توسط P_2 و بقیه آن از طریق P_1 تأمین می‌شود. جریان $|I|$ توسط P_1 ایجاد می‌گردد و برابر است با:

$$|I| = \frac{P_1}{\sqrt{3}\ |V_1|\ (Pf_1)}$$

تلفات خط انتقال P_L نیز این‌چنین محاسبه می‌شود:

$$P_L = 3\ |I|^2\ R$$

که با جایگزینی $|I|$ در آن داریم:

$$P_L = \frac{R}{|V_1|^2\ (Pf_1)^2}\ P_1^2$$

و یا:

$$P_L = B_{11}\ P_1^2 \qquad (۶-۵۰)$$

که در آن:

$$B_{11} = \frac{R}{|V_1|^2 (Pf_1)^2} \qquad (۶-۵۱)$$

برای مثال بعدی شکل (۶-۶) را در نظر می‌گیریم. مقاومت اهمی خطوط L_1 و L_2 را بترتیب با R_1 و R_2 نشان می‌دهیم. برای تعیین تلفات سیستم، ابتدا معادلات تعیین $|I_1|$ و $|I_2|$ را نوشته و با جایگزین کردن آنها در P_L، رابطه تلفات سیستم را برحسب P_1 و P_2 بترتیب زیر بدست می‌آوریم:

$$|I_1| = \frac{P_1}{\sqrt{3}\,|V_1|\,(Pf_1)}$$

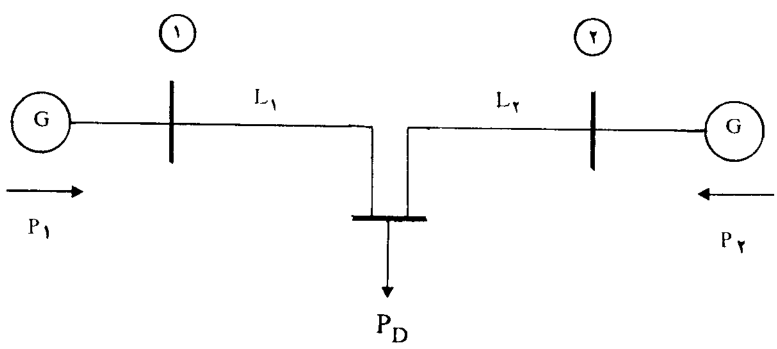
$$|I_2| = \frac{P_2}{\sqrt{3}\,|V_2|\,(Pf_2)}$$

$$P_L = 3\,|I_1|^2 R_1 + 3\,|I_2|^2 R_2$$

$$= \frac{R_1}{|V_1|^2 (Pf_1)^2} P_1^2 + \frac{R_2}{|V_2|^2 (Pf_2)^2} P_2^2$$

و در نتیجه می‌توان نوشت:

$$P_L = B_{11} P_1^2 + B_{22} P_2^2 \qquad (۶-۵۲)$$



شکل ۶-۶: دو خط انتقال که یک بار مشترک را تغذیه می‌کنند

آخرین حالت برای دو ژنراتور را مطابق شکل (۷-۶) در نظر می‌گیریم که در آن از طریق خط دیگری با مقاومت اهمی R_3، بار سیستم P_D تغذیه میشود. برای محاسبه تلفات خطوط انتقال با توجه به اینکه $P_D \approx P_1 + P_2$، خواهیم داشت:

$$|I_1| = \frac{P_1}{\sqrt{3}\,|V_1|\,(Pf_1)}$$

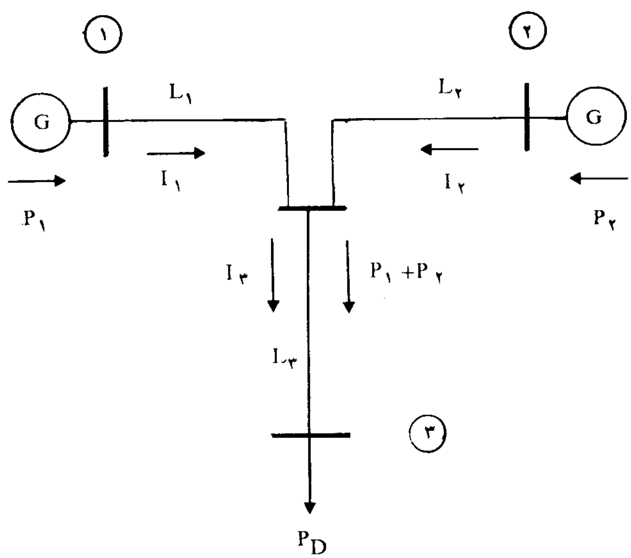
$$|I_2| = \frac{P_2}{\sqrt{3}\,|V_2|\,(Pf_2)}$$

$$|I_3| = \frac{P_D}{\sqrt{3}\,|V_3|\,(Pf_3)} \cong \frac{P_1 + P_2}{\sqrt{3}\,|V_3|\,(Pf_3)}$$

تلفات سیستم برابر است با:

$$P_L = 3\,(\,|I_1|^2 R_1 + |I_2|^2 R_2 + |I_3|^2 R_3)$$

$$P_L = \frac{R_1}{|V_1|^2\,(Pf_1)^2} P_1^2 + \frac{R_2}{|V_2|^2\,(Pf_2)^2} P_2^2 + \frac{R_3}{|V_3|^2\,(Pf_3)^2} (P_1 + P_2)^2$$



شکل ۷-۶: سیستم قدرت با سه خط انتقال و دو ژنراتور

بنابراین تلفات سیستم را می‌توان مطابق زیر بصورت تابعی از قدرت شین‌های تولیدی ($P_۱$ و $P_۲$) نشان داد:

$$P_L = B_{۱۱} P_۱^۲ + B_{۲۲} P_۲^۲ + B_{۱۲} P_۱ P_۲ \tag{۶-۵۳}$$

در این رابطه $B_{۱۱}$، $B_{۲۲}$ و $B_{۱۲}$ که ضرائب تلفات [1] نامیده می‌شوند، عبارتند از:

$$B_{۱۱} = \frac{R_۱}{|V_۱|^۲ (Pf_۱)^۲} + \frac{R_۳}{|V_۳|^۲ (Pf_۳)^۲} \tag{۶-۵۴}$$

$$B_{۲۲} = \frac{R_۲}{|V_۲|^۲ (Pf_۲)^۲} + \frac{R_۳}{|V_۳|^۲ (Pf_۳)^۲} \tag{۶-۵۵}$$

$$B_{۱۲} = \frac{R_۳}{|V_۳|^۲ (Pf_۳)^۲} \tag{۶-۵۶}$$

اگر ولتاژهای خطی در معادلات فوق برحسب KV و مقاومت‌ها برحسب Ω باشند، ضرائب B برحسب $(MW)^{-۱}$ و P_L برحسب MW خواهند بود.

معادله (۶-۴۸) تابع تلفات را برای سیستم با یک ژنراتور، و معادله (۶-۵۳) تابع تلفات را برای یک سیستم با دو ژنراتور نشان می‌دهد. اگر سیستم قدرت دارای سه ژنراتور باشد تلفات سیستم برحسب ضرائب تلفات و قدرت ژنراتورها به این ترتیب نوشته می‌شود:

$$P_L = B_{۱۱}P_۱^۲ + B_{۲۲}P_۲^۲ + B_{۳۳}P_۳^۲ + ۲B_{۱۲}P_۱P_۲ + ۲B_{۲۳}P_۲P_۳ + ۲B_{۱۳}P_۱P_۳ \tag{۶-۵۷}$$

و در حالت کلی، برای یک سیستم قدرت با m ژنراتور، معادله تلفات را می‌توان این چنین بیان کرد:

$$P_L = \sum_{i=۱}^{m} \sum_{j=۱}^{m} P_i B_{ij} P_j \tag{۶-۵۸}$$

1- Loss Coefficients

نمایش ماتریسی رابطه اخیر بصورت زیر خواهد بود:

$$P_L = P^T B P \qquad (۶-۵۹)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1m} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{m1} & B_{m2} & \cdots & B_{mm} \end{bmatrix} \qquad (۶-۶۰)$$

با مشخص بودن ضرائب B می‌توان معادله P_L را برحسب قدرت‌های خروجی ژنراتورها نوشت و مقادیر $\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = (ITL)_i$ و همچنین ضرائب پنالتی را بدست آورد. سپس با معلوم بودن $(IC)_i$، ضریب لاگرانژ λ را برای شرایط بهره‌برداری اقتصادی محاسبه نمود.

مثال ۵-۶: معادله تلفات در سیستم شکل (۵-۶) و هزینه افزونی تولید دو ژنراتور بصورت زیر می‌باشند:

$$P_L = ۰/۰۰۰۲\, P_1^2 \quad MW$$
$$(IC)_1 = ۸۰۰ + P_1 \quad \text{ریال} / MWh$$
$$(IC)_2 = ۹۰۰ + ۱/۵P_2 \quad \text{ریال} / MWh$$

دو ژنراتور جمعاً بار $P_D = ۱۲۰۰ MW$ را تغذیه می‌نمایند. قدرت‌های تولیدی P_1 و P_2 و ضریب لاگرانژ و تلفات سیستم را در بهترین وضعیت بهره‌برداری اقتصادی بدست آورید.

حلّ: ابتدا ضرائب پنالتی را بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = ۰/۰۰۰۴\, P_1$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = ۰$$

$$L_1 = \frac{1}{1 - ۰/۰۰۰۴P_1} \quad , \quad L_2 = 1$$

شرط بهره‌برداری اقتصادی آنست که :

$$\lambda = \frac{(IC)_۱}{۱ - (ITL)_۱} = \frac{(IC)_۲}{۱ - (ITL)_۲}$$

و یا :

$$\lambda = \frac{۸۰۰ + P_۱}{۱ - ۰/۰۰۰۴P_۱} = \frac{۹۰۰ + ۱/۵P_۲}{۱}$$

معادله توازن قدرت را برای سیستم می‌نویسیم:

$$P_۱ + P_۲ = ۱۲۰۰ + ۰/۰۰۰۲P_۱^۲$$

در معادله اخیر $P_۲$ را حذف می‌کنیم تا معادله‌ای برحسب $P_۱$ بدست آید:

$$P_۱^۳ - ۷۵۰۰P_۱^۲ + ۲/۹۸۳ \times ۱۰^۷P_۱ - ۱/۵۸۳ \times ۱۰^{۱۰} = ۰$$

با حل این معادله $P_۱$ بدست می‌آید:

$$P_۱ = ۶۱۹/۱۴ \text{ MW}$$

با جایگزین کردن $P_۱$ در معادله توازن قدرت $P_۲$ را بدست می‌آوریم:

$$P_۲ = ۱۲۰۰ - ۰/۰۰۰۲P_۱^۲ - P_۱ = ۶۵۷/۵۳ \text{ MW}$$

حال تلفات سیستم و ضریب لاگرانژ را محاسبه می‌کنیم:

$$P_L = P_۱ + P_۲ - P_D = ۶۱۹/۱۴ + ۶۵۷/۵۳ - ۱۲۰۰ = ۷۶/۶۷ \text{ MW}$$

$$\lambda = \frac{۸۰۰ + ۶۱۹/۴}{۱ - ۰/۰۰۰۴ \times ۶۱۹/۴} = ۱۸۸۶/۲۹ \text{ ریال } / \text{MWh}$$

۷-۶ محاسبه ضرائب تلفات

معادله تلفات شبکه برحسب قدرت تولیدی ژنراتورها بصورتی ضرائبی از آنها نوشته میشود که آنها را ضرائب تلفات (ضرائب B) نامیدیم. همانطوریکه دیدیم معادله تلفات یک

سیستم قدرت با m ژنراتور برحسب ضرائب B و قدرت شین‌ها بشرح زیر می‌باشد:

$$P_L = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} P_i P_{ij} P_j \qquad (6-61)$$

ضرائب B تقریباً ثابت بوده و در ضمن B_{ij} و B_{ji} با هم مساوی هستند. تلفات افزونی انتقال $(ITL)_i$ به این ترتیب محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2\sum_{j=1}^{m} B_{ij} P_j \qquad i = 1,2,\dots,m \qquad (6-62)$$

اگر از $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ نسبت به P_j مشتق بگیریم خواهیم داشت:

$$B_{ij} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 P_L}{\partial P_i \, \partial P_j} \qquad i,j = 1,2,\dots,m \qquad (6-63)$$

طرف دوم معادله اخیر بطور تجربی در سیستم‌های قدرت واقعی و یا با استفاده از معادلات پخش بار بدست می‌آید. این رابطه همچنین نشان می‌دهد که B_{ij} بستگی به نقطه کاری داردکه در آن مشتق دوم P_L ارزیابی می‌شود و لذا مقدار آن ثابت نیست. مثال زیر نشان می‌دهد که تغییرات B_{ij} در بارهای مختلف زیاد نبوده و تقریباً می‌توان آن را ثابت فرض نمود.

مثال ۶-۶: در سیستم قدرت شکل (۶-۶) فرض کنید:

$$V_1 = 1\angle 0^\circ \ \ PU$$

$$V_2 = 1\angle \delta_2 \ \ PU$$

$$V_3 = 1\angle \delta_3 \ \ PU$$

$$P_D = 3 \ \ PU$$

$$(IC)_i = 400 + 80 P_{Gi} \qquad i = 1,2$$

$$Z_{L1} = 0/0073 + j0/0489 \ \ PU$$

$$Z_{L2} = 0/01466 + j0/0978 \ \ PU$$

قدرت تولیدی ژنراتورها را برای بهره‌برداری اقتصادی بدست آورید. در معادله $(IC)_i$ قدرت تولیدی هر یک از ژنراتورها P_{Gi} برحسب PU MW می‌باشد.

حلّ: ابتدا ماتریس Y_{bus} را بدست می‌آوریم:

$$Y_{L۱} = \frac{۱}{۰/۰۰۷۳۳ + j۰/۰۴۸۹} = ۳ - j۲۰ \quad PU$$

$$Y_{L۲} = \frac{۱}{۰/۰۱۴۶۶ + j۰/۰۹۷۸} = ۱/۵ - j۱۰ \quad PU$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} ۳-j۲۰ & ۰ & -۳+j۲۰ \\ ۰ & ۱/۵-j۱۰ & -۱/۵+j۱۰ \\ -۳+j۲۰ & -۱/۵+j۱۰ & ۴/۵-j۳۰ \end{bmatrix} \quad PU$$

معادلات پخش بار سیستم را بصورت زیر داشتیم:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=۱}^{m} |Y_{ij}| \; |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=۱}^{m} |Y_{ij}| \; |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

از آنجائیکه:

$$G_{ij} = |Y_{ij}| \; \text{Cos}\, \phi_{ij}$$

$$B_{ij} = |Y_{ij}| \; \text{Sin}\, \phi_{ij}$$

لذا خواهیم داشت:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=۱}^{m} |V_j| \left[G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)\right] \quad (۶-۶۴)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=۱}^{m} |V_j| \left[G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)\right] \quad (۶-۶۵)$$

با جایگزینی مقادیر عددی در معادله (۶۴-۶) معادلات $P_۱$، $P_۲$ و $B_۳$ را بدست می‌آوریم:

$$P_1 = |V_1| \Big[|V_1|G_{11}\, Cos(\delta_1 - \delta_1) + |V_1|B_{11}\, Sin(\delta_1 - \delta_1)$$
$$+ |V_2|G_{12}\, Cos(\delta_1 - \delta_2) + |V_2|B_{12}\, Sin(\delta_1 - \delta_2)$$
$$+ |V_3|G_{13}\, Cos(\delta_1 - \delta_3) + |V_3|B_{13}\, Sin(\delta_1 - \delta_3)\Big]$$

و یا:

$$P_1 = ۳ - ۳Cos\, \delta_{13} + ۲۰\; Sin\, \delta_{13} \qquad [PU\ \ MW]$$

$$P_2 = ۱/۵ - ۱/۵Cos\, \delta_{23} + ۱۰\; Sin\, \delta_{23} \qquad [PU\ \ MW]$$

$$P_3 = ۴/۵ - ۳Cos\, \delta_{13} - ۲۰Sin\, \delta_{13} - ۱/۵Cos\, \delta_{23} - ۱۰Sin\, \delta_{23} \quad [PU\ \ MW]$$

همچنین می‌توانیم تلفات سیستم را بدست آوریم:

$$P_L = \sum_{j=1}^{3} P_i = ۹ - ۶\cos\delta_{13} - ۳\cos\delta_{23} \qquad [PU\ \ MW]$$

در این روابط داریم:

$$\delta_{13} = \delta_1 - \delta_3 = ۰ - \delta_3 = -\delta_3$$

$$\delta_{23} = \delta_2 - \delta_3$$

ابتدا ضریب B_{12} را بدست می‌آوریم. با استفاده از معادله (۶۳-۶) داریم:

$$B_{12} = \frac{1}{2}\,\frac{\partial^2 P_L}{\partial P_1 \partial P_2} = \frac{1}{2}\,\frac{\partial}{\partial P_1}\left(\frac{\partial P_L}{\partial P_2}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{\partial F_2}{\partial P_1}$$

مقدار $F_2 = \dfrac{\partial P_L}{\partial P_2}$ را بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_{23}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_2}\,\frac{\partial P_2}{\partial \delta_{23}}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_{23}} = ۳\; Sin\, \delta_{23}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_{23}} = ۱/۵\; Sin\, \delta_{23} + ۱۰\; Cos\, \delta_{23}$$

$$F_{۲} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{۲}} = \frac{۳ \sin \delta_{۲۳}}{۱/۵ \sin \delta_{۲۳} + ۱۰ \cos \delta_{۲۳}}$$

حال می‌توانیم $B_{۱۲}$ را بدست آوریم:

$$\frac{\partial F_{۲}}{\partial P_{۱}} = \frac{\partial F_{۲}}{\partial \delta_{۱۳}} \Big/ \frac{\partial P_{۱}}{\partial \delta_{۱۳}}$$

چون $F_{۲}$ تابعی از $\delta_{۱۳}$ نیست لذا $\frac{\partial F_{۲}}{\partial \delta_{۱۳}} = ۰$، و در نتیجه:

$$\frac{\partial F_{۲}}{\partial P_{۱}} = ۰$$

بنابراین:

$$B_{۱۲} = \frac{۱}{۲} \frac{\partial F_{۲}}{\partial P_{۱}} = ۰$$

برای تعیین $B_{۱۱}$ با توجه به معادله (۶۳-۶) داریم:

$$B_{۱۱} = \frac{۱}{۲} \frac{\partial^{۲} P_L}{\partial P_{۱}^{۲}} = \frac{۱}{۲} \frac{\partial}{\partial P_{۱}} \left(\frac{\partial P_L}{\partial P_{۱}}\right) = \frac{۱}{۲} \frac{\partial F_{۱}}{\partial P_{۱}}$$

که در آن :

$$F = \frac{\partial P_L}{\partial P_{۱}}$$

بنابراین ابتدا $F_{۱}$ را بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_{۱۳}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{۱}} \frac{\partial P_{۱}}{\partial \delta_{۱۳}}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_{۱۳}} = ۶ \sin \delta_{۱۳}$$

$$\frac{\partial P_{۱}}{\partial \delta_{۱۳}} = ۳ \sin \delta_{۱۳} + ۲۰ \cos \delta_{۱۳}$$

$$F_{۱} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{۱}} = \frac{۶ \sin \delta_{۱۳}}{۳ \sin \delta_{۱۳} + ۲۰ \cos \delta_{۱۳}}$$

با ادامه محاسبات، $B_{۱۱}$ را بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \delta_{13}} = \frac{\partial F_1}{\partial P_1}\frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \delta_{13}} = \frac{120}{(3\ \mathrm{Sin}\ \delta_{13} + 20\ \mathrm{Cos}\ \delta_{13})^2}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial P_1} = \frac{\partial F_1}{\partial \delta_{13}} \Big/ \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} = \frac{120}{(3\ \mathrm{Sin}\ \delta_{13} + 20\ \mathrm{Cos}\ \delta_{13})^3}$$

$$B_{11} = \frac{1}{2}\frac{\partial F_1}{\partial P_1} = \frac{60}{(3\ \mathrm{Sin}\ \delta_{13} + 20\ \mathrm{Cos}\ \delta_{13})^3}$$

اگر B_{22} را هم بهمین ترتیب محاسبه کنیم، نتیجه نهائی آن عبارتست از:

$$B_{22} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 P_L}{\partial P_2^2} = \frac{120}{(3\ \mathrm{Sin}\ \delta_{23} + 20\ \mathrm{Cos}\ \delta_{23})^3}$$

وابستگی B_{11} و B_{22} به δ_{13} و δ_{23} نشان می‌دهد که مقدار این ضرائب در بارهای مختلف، متفاوت است. لیکن چون δ_{13} و δ_{23} معمولاً حدود -10° تا 10° هستند، تغییرات B_{11} و B_{22} بسیار کم است و تقریباً می‌توان آنها را ثابت فرض نمود. با در نظر گرفتن حد متوسط برای این زوایا یعنی $\delta_{13} = \delta_{23} = 0$ مقدار تقریبی B_{11} و B_{22} را بدست می‌آوریم:

$$B_{11} = 0/0075$$
$$B_{22} = 0/015$$

حال می‌توان معادله تلفات سیستم را نوشت:

$$P_L = B_{11}P_1^2 + B_{22}P_2^2 + 2B_{12}P_1P_2$$

$$P_L = 0/0075P_1^2 + 0/015P_2^2 \quad [\mathrm{PU\ \ MW}]$$

این معادله، رابطه P_L را برحسب قدرت شین‌ها P_i نشان می‌دهد. اگر شین‌های ۱ و ۲ نیز دارای بار باشند و بخواهیم P_L را برحسب P_{Gi} نشان دهیم، باید در رابطه فوق P_i را با $P_{Gi} - P_{Di}$ جایگزین کنیم.

محاسبات را با تعیین ضرائب پنالتی دنبال می‌کنیم :

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_{G۱}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_۱} = ۰/۰۱۵\ P_۱$$

$$\frac{\partial P}{\partial P_{G۲}} = ۰/۰۳\ P_۲$$

$$L_۱ = \frac{۱}{۱ - ۰/۰۱۵P_۱}$$

$$L_۲ = \frac{۱}{۱ - ۰/۰۳P_۲}$$

برای توزیع اقتصادی بار بین ژنراتورها داریم:

$$\frac{۴۰۰ + ۸۰P_۱}{۱ - ۰/۰۱۵P_۱} = \frac{۴۰۰ + ۸۰P_۲}{۱ - ۰/۰۳P_۲}$$

$$P_۱ + P_۲ = (۰/۰۰۷۵P_۱^۲ + ۰/۰۱۵P_۲^۲) + ۳$$

با حل دو معادله فوق $P_۱$ و $P_۲$ و سپس P_L را بدست می‌آوریم:

$$P_۱ = ۱/۵۹۸۱\ PU = ۱۵۹/۸۱\ MW$$
$$P_۲ = ۱/۴۶۳۴\ PU = ۱۴۶/۳۴\ MW$$
$$P_L = ۰/۰۰۷۵P_۱^۲ + ۰/۰۱۵P_۲^۲ = ۰/۰۵۱۳\ PU = ۵/۱۳\ MW$$

۸-۶ استفاده از کامپیوتر در توزیع اقتصادی بار (پخش بار اقتصادی)

در یک سیستم قدرت n شینه که دارای m شین کنترل شده (دارای ژنراتـور) مـی‌باشد، جمع قدرتهای تزریقی به شین‌ها برابر است با:

$$\sum_{i=۱}^{n} S_i = \sum_{i=۱}^{n} V_i I_i^* \qquad (۶-۶۶)$$

که در آن S_i قدرت مختلط شین i ، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S_i = S_{Gi} - S_{Di} \qquad (۶-۶۷)$$

S_{Gi} و S_{Di} بترتیب قدرت تولیدی و قدرت مصرفی شین i می‌باشند. در رابطه (۶-۶۶) V_i و I_i نیز ولتاژ و جریان شین i هستند. جمع قدرتهای فوق $(\sum S_i)$ که به سیستم تزریق می‌شود اجباراً در خطوط انتقال سیستم مصرف می‌شود. اگر P_L و Q_L قدرت مصرفی اکتیو و راکتیو خطوط انتقال باشند، داریم:

$$P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^{n} S_i = \sum_{i=1}^{n} V_i I_i^*$$

$$= V_1 I_1^* + V_2 I_2^* + \dots + V_n I_n^* = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & \dots & V_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}^*$$

$$P_L + jQ_L = V^T I^* \qquad (۶-۶۸)$$

در این رابطه V و I به ترتیب بردار ولتاژ شین و بردار جریان شین می‌باشند. معادله زیر رابطه بین این دو بردار را نشان می‌دهد:

$$V = Z_{bus}\, I$$

بنابراین:

$$P_L + jQ_L = (Z_{bus} I)^T I^* = I^T Z^T_{bus} I^* = I^T Z_{bus} I^* \qquad (۶-۶۹)$$

تساوی $Z^T_{bus} = Z_{bus}$ بخاطر این است که Z_{bus} یک ماتریس متقارن است. با تفکیک قسمت‌های حقیقی و موهومی ماتریس Z_{bus} و بردار I داریم:

$$Z_{bus} = R + jX = \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1n} \\ \vdots & & \\ r_{n1} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & & \\ x_{n1} & \dots & x_{nn} \end{bmatrix}$$

$$I = I_a + jI_r = \begin{bmatrix} I_{a1} \\ \vdots \\ I_{an} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} I_{r1} \\ \vdots \\ I_{rn} \end{bmatrix}$$

با جایگزینی این روابط در معادله (۶-۶۹) خواهیم داشت:

$$P_L + jQ_L = (I_a + jI_r)^T (R + jX) (I_a - jI_r)$$

بنابراین:

$$P_L = I_a^T R I_a + I_r^T R I_r = \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^{n} r_{jk}(I_{aj} I_{ak} + I_{rj} I_{rk}) \qquad (۶-۷۰)$$

برای تعیین رابطه P_L برحسب قدرت شین‌ها، داریم:

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* = |V_i| (Cos\delta_i + jSin\delta_i) (I_{ai} - jI_{ri})$$

δ_i زاویه ولتاژ V_i نسبت به زاویه شین اصلی است. با تفکیک قسمت‌های حقیقی و موهومی رابطه اخیر و حل آن برحسب I_{ai} و I_{ri} داریم:

$$I_{ai} = \frac{1}{|V_i|} (P_i Cos\delta_i + Q_i Sin\delta_i)$$

$$I_{ri} = \frac{1}{|V_i|} (P_i Sin\delta_i - Q_i Cos\delta_i)$$

با قرار دادن این دو رابطه در معادله (۶-۷۰) خواهیم داشت:

$$P_L = \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^{n} \left[\alpha_{jk}(P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk}(Q_j P_k - P_j Q_k)\right] \qquad (۶-۷۱)$$

که در آن:

$$\alpha_{jk} = \frac{r_{jk}}{|V_j| \; |V_k|} Cos (\delta_j - \delta_k) \qquad (۶-۷۲)$$

$$\beta_{jk} = \frac{r_{jk}}{|V_j| \; |V_k|} Sin (\delta_j - \delta_k) \qquad (۶-۷۳)$$

تلفات افزونی انتقال $(ITL)_i$ با مشتق گیری از رابطه (۶-۶۸) نسبت به P_{Gi} بدست می‌آید:

$$(ITL)_i = \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial P_L}{\partial P_i}$$

$$= \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^{n} \frac{\partial}{\partial P_i} \left[\alpha_{jk}(P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk}(Q_j P_k - P_j Q_k)\right] \qquad (۶-۷۴)$$

گرچه معادلات (۶-۷۲) و (۶-۷۳) وابستگی α_{jk} و β_{jk} را به δ_j و δ_k و در نتیجه به قدرت شین P_i نشان می‌دهند. لیکن این وابستگی بسیار ضعیف بوده و مشتقات $\frac{\partial \alpha_{jk}}{\partial P_i}$ و $\frac{\partial \beta_{jk}}{\partial P_i}$ تقریباً صفر هستند. بنابراین در مشتق‌گیری رابطه (۶-۷۴) ضرائب α_{jk} و β_{jk} را ثابت فرض می‌کنیم، در این رابطه به ازاء $j \neq i$ و $k \neq i$ مشتق P_L نسبت به P_i صفر است. بنابر این در ارزیابی $(ITL)_i$ مشتق‌های موجود عبارتند از:

$k = i$ و $j = i$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\alpha_{jk} P_j P_k) = 2 P_i \alpha_{ii}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\beta_{jk} Q_j P_k) = \frac{\partial}{\partial P_i}(\beta_{jk} P_j Q_k) = Q_i \beta_{ii}$$

$j = i$ و $k \neq i$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\alpha_{jk} P_j P_k) = P_k \alpha_{ik}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\beta_{jk} P_j Q_k) = Q_k \beta_{ik}$$

$j \neq i$ و $k = i$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\alpha_{jk} P_j P_k) = P_j \alpha_{ji}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i}(\beta_{jk} P_j Q_k) = Q_k \beta_{ji}$$

با قرار دادن این مشتقات در رابطه (۶-۷۴) خواهیم داشت:

$$(\mathrm{ITL})_i = ۲P_i\alpha_{ii} + \sum_{\substack{k=۱\\ \neq i}}^{n}(\alpha_{ik}P_k - \beta_{ik}Q_k) + \sum_{\substack{j=۱\\ \neq i}}^{n}(\alpha_{ji}P_j + \beta_{ji}Q_j)$$

با توجه به روابط (۷۲-۶) و (۷۳-۶) داریم:

$$\alpha_{jk} = \alpha_{kj}$$

$$\beta_{jk} = -\beta_{kj}$$

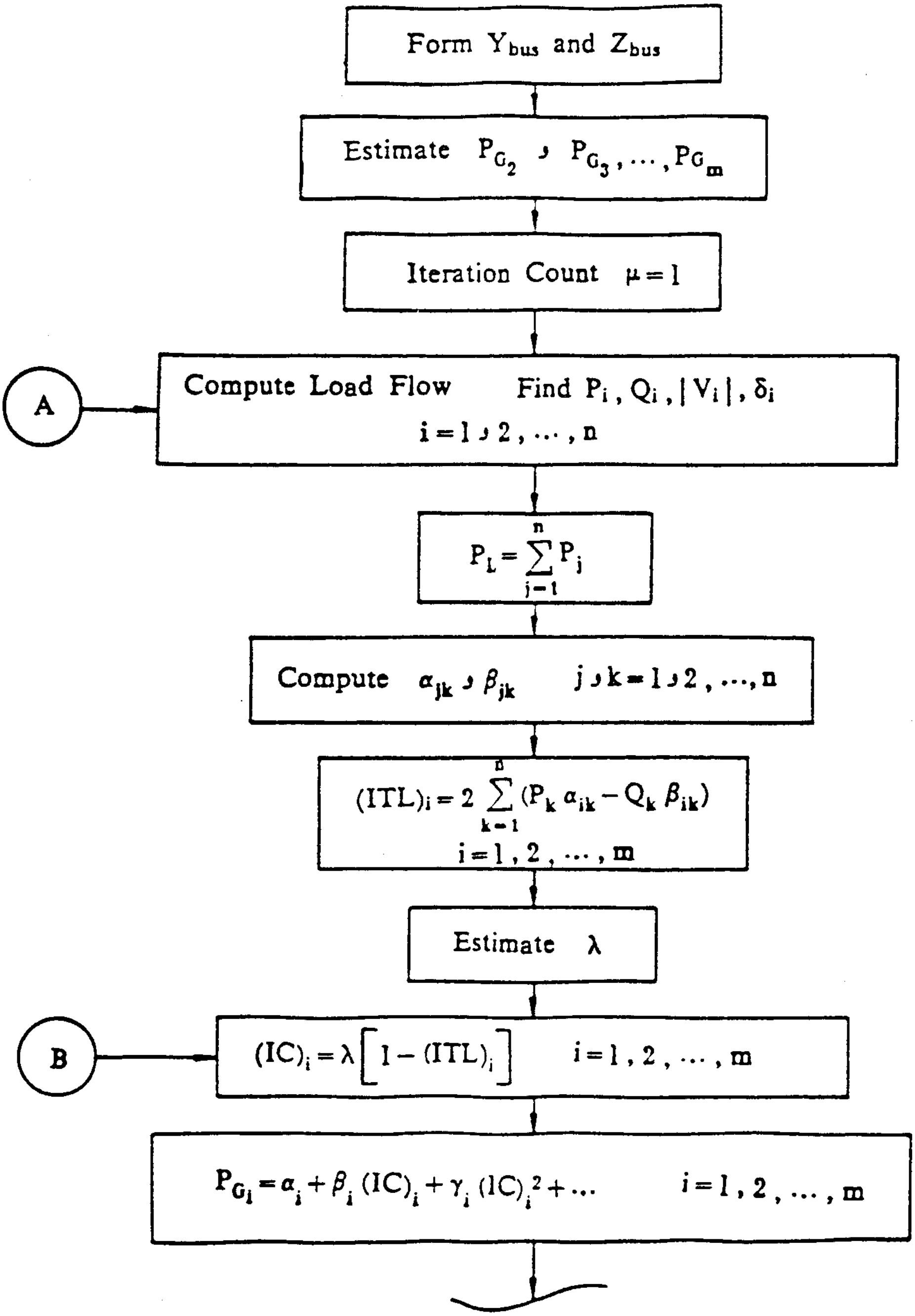
بنابراین:

$$(\mathrm{ITL})_i = ۲P_i\alpha_{ii} + ۲\sum_{\substack{k=۱\\ \neq i}}^{n}(P_k\alpha_{ik} - Q_k\beta_{ik})$$

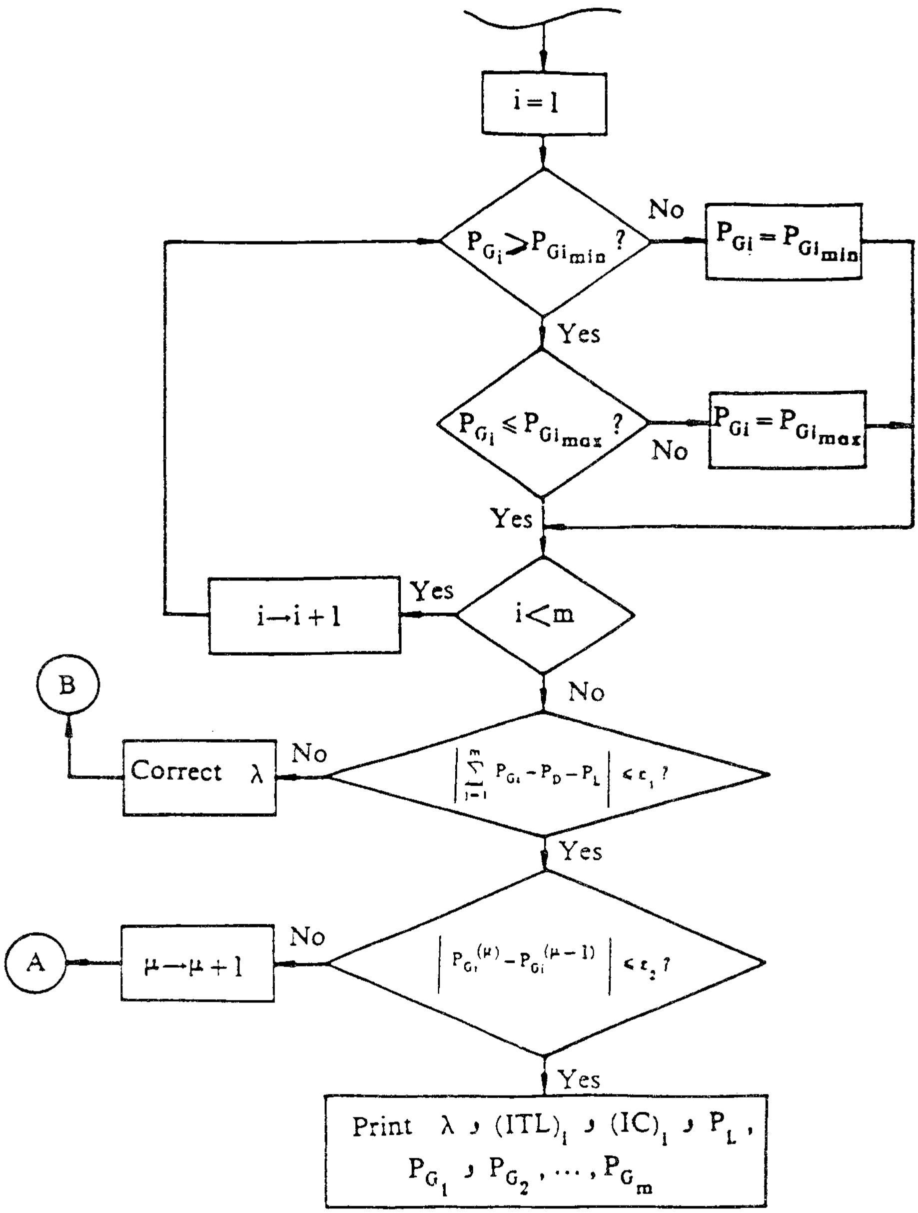
و یا:

$$(\mathrm{ITL})_i = ۲\sum_{k=۱}^{n}(P_k\alpha_{ik} - Q_k\beta_{ik}) \qquad i = ۱,۲,...,m \qquad (۶-۷۵)$$

با توجه به نتایج بدست آمده، فلوچارت عملیات کامپیوتری پخش بار اقتصادی در یک سیستم قدرت n شینه که دارای m ژنراتور می‌باشد، در شکل (۸-۶) نشان داده شده‌است.



شکل ۸-۶: فلوچارت محاسبات پخش بار اقتصادی


i = 1
$P_{G_i} > P_{Gi_{min}}$?
No
$P_{Gi} = P_{Gi_{min}}$
Yes
$P_{G_i} \leq P_{Gi_{max}}$?
No
$P_{Gi} = P_{Gi_{max}}$
Yes
i < m
Yes
i → i + 1
No
B
Correct λ
No
$\left| \sum_{i=1}^{m} P_{G_i} - P_D - P_L \right| < \varepsilon_1$?
Yes
A
μ → μ + 1
No
$\left| P_{G_i}^{(\mu)} - P_{G_i}^{(\mu-1)} \right| < \varepsilon_2$?
Yes
Print λ و $(ITL)_i$ و $(IC)_i$ و P_L ,
P_{G_1} و P_{G_2} , … , P_{G_m}

مسائل فصل ششم

۱-۶ در یک نیروگاه حرارتی، تابع هزینه (مشخصه ورودی - خروجی) ژنراتور بشرح زیر داده شده‌است:

P	۵۰	۷۵	۱۰۰	۱۲۰	MW
C	۶	۸	۹/۵	۱۰/۵	$\times 10^{4}$ ریال / h

معادله تابع هزینه $C(P)$ را بصورت تابع درجه ۲ $C = \alpha + \beta P + \gamma P^{2}$ بدست آورید.

۲-۶ معادلات هزینه افزونی تولید انرژی الکتریکی دو ژنراتور در یک نیروگاه برحسب ریال برمگاوات ساعت بصورت زیر مشخص می‌باشند:

$$(IC)_1 = 800 + 0/85P_1$$
$$(IC)_2 = 700 + 0/75P_2$$

با رکل نیروگاه از ۲۵۰ تا ۱۵۰۰ مگاوارت متغیر است. قدرت‌های تولیدی حداقل و حداکثر هر ژنراتور بترتیب ۱۰۰ و ۷۵۰ مگاوات می‌باشند.

الف) توزیع اقتصادی بار بین دو ژنراتور و ضریب لاگرانژ را در بارهای مختلف بدست آورید.

ب) اگر در بار ۱۲۰۰ مگاوات، قدرت تولیدی دو ژنراتور طوری تنظیم شود که هرکدام نصف بار را تأمین کند، هزینه اضافی سالانه را در مقایسه با توزیع اقتصادی بدست آورید.

۳-۶ در یک سیستم قدرت با سه ژنراتور، مشخصه‌های $(IC)_i$ برحسب P_{Gi} مطابق زیر می‌باشند:

$$(IC)_1 = 900 + 4P_{G1} + \gamma_1 P_{G1}^{2}$$

$$(IC)_2 = 750 + 3P_{G2} + \gamma_2 P_{G2}^{2}$$

$$(IC)_3 = 800 + 2/8P_{G3} + \gamma_3 P_{G3}^{2}$$

که در آنها $(IC)_i$ و P_{Gi} بترتیب برحسب MWh / ریال و MW هستند. کل بارهای این سیستم ۵۰۰ مگاوات می‌باشد. چنانچه از تلفات سیستم صرفنظر شود:

الف) با تقریب $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$ مشخصه‌های $(IC)_i$ را خطی فرض کرده و قدرت‌های بهینه اقتصادی هر ژنراتور را بدست آورید.

ب) به ازاء $\gamma_1 = 0/011$، $\gamma_2 = 0/0075$ و $\gamma_3 = 0/01$ توزیع اقتصادی بار را بدست آوردید. (ابتدا مقدار مناسبی برای λ تخمین بزنید و سپس با استفاده از روش‌های مبتنی بر تکرار، محاسبه را تا وصول خطای قدرت $|\sum P_{Gi} - P_D|$ با تقریب ۰/۱ مگاوات ادامه دهید).

۶-۴ درمسأله (۳-۶ الف) با توجه به قیود نامعادله‌ای زیر توزیع اقتصادی بار بین ژنراتورها را بدست آورید.

$$100 \leq P_{Gi} \leq 220 \text{ MW} \qquad i = 1,2,3$$

۶-۵ در شکل (۷-۶) اگر فرض کنیم بجای معادله $P_D \approx P_1 + P_2$ رابطه زیر را در تعیین ضرائب B در نظر بگیریم:

$$|I_1 + I_2| = |I_1| + |I_2|$$

ثابت کنید که ضرائب تلفات بترتیب زیر محاسبه می‌شوند:

$$B_{11} = \frac{R_1 + R_3}{|V_1|^2 (Pf_1)^2}$$

$$B_{12} = \frac{R_3}{|V_1| \, |V_2| \, (Pf_1)(Pf_2)}$$

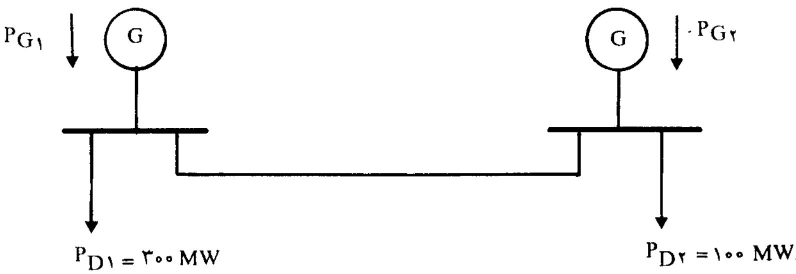
$$B_{22} = \frac{R_2 + R_3}{|V_2|^2 (Pf_2)^2}$$

۶-۶ در سیستم قدرت شکل (۹-۶)، معادلات هزینه افزونی تولید و تلفات سیستم بصورت زیر می‌باشند:

$$(IC)_i = 700 + 2P_{Gi} \qquad i = 1,2$$

$$P_L = 0/0008 \, (P_{G2} - 100)^2$$

که در آنها P_L و P_G برحسب MW و $(IC)_i$ برحسب MWh / ریال می‌باشند. توزیع اقتصادی بار بین ژنراتورها، ضریب لاگرانژ و تلفات سیستم را در شرایط بهره‌برداری اقتصادی محاسبه کنید.



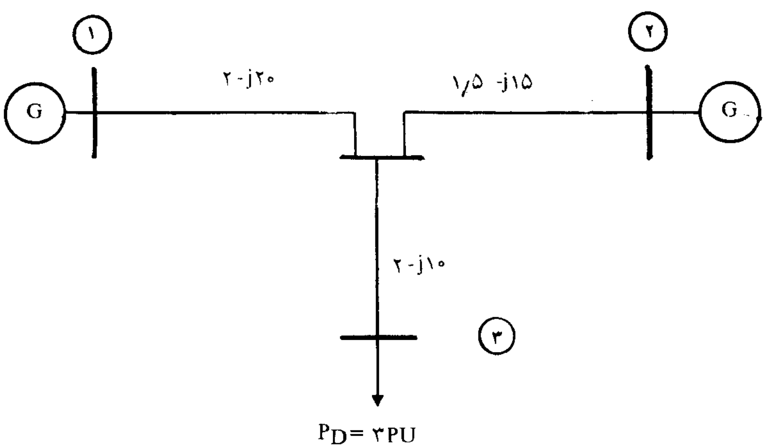
شکل ۹-۶: مربوط به مسأله (۶-۶)

۶-۷ در سیستم قدرت شکل (۶-۱۰) مقادیر مشخص شده خطوط برحسب ادمیتانس در سیستم PU هستند. ولتاژ شین‌ها را بصورت زیر در نظر بگیرید:

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ \quad PU$$

$$V_2 = 1 \angle \delta_2 \quad PU$$

$$V_3 = 1 \angle \delta_3 \quad PU$$



شکل ۱۰-۶: مربوط به مسأله (۶-۷)

هزینه افزونی تولید نیروگاهها بشرح زیر است:

$$(IC)_i = ۴۰۰ + ۸۰P_{Gi} \qquad i = ۱,۲$$

الف) ماتریس Y_{bus} (۴×۴) را بدست آورده، با حذف شین ۴ ماتریس Y_{bus} (۳×۳) را برای شین‌های ۱ و ۲ و ۳ تشکیل دهید.
ب) توزیع اقتصادی بار بین ژنراتورها را پس از تعیین ضرائب B بدست آورید.

۶-۸ در یک سیستم قدرت شامل دو ژنراتور داریم:

$$(IC)_۱ = ۸۰۰ + ۰/۸P_{G۱}$$

$$(IC)_۲ = ۹۰۰ + ۱/۲P_{G۲}$$

اگر $(ITL)_۲ = ۰/۲$ و قدرت تولیدی هر یک از ژنراتورها در شرایط بهره‌برداری اقتصادی ۵۰۰ مگاوات باشد، ضریب پنالتی نیروگاه ۱ را بدست آورید.

۶-۹ در شکل (۱۱-۶) اطلاعات زیر داده شده‌است:

$$(IC)_۱ = ۴۱۰ + ۰/۷P_{G۱} \qquad \text{ریال} / \text{MWh}$$

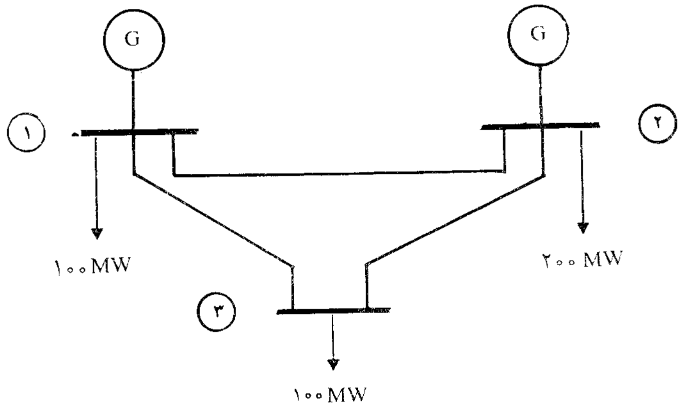
$$(IC)_۲ = ۴۱۰ + ۰/۷P_{G۲} \qquad \text{ریال} / \text{MWh}$$

$$B_{۱۱} = ۰/۱ \times ۱۰^{-۲}\ (MW)^{-۱}$$

$$B_{۲۲} = ۰/۱۳ \times ۱۰^{-۲}\ (MW)^{-۱}$$

$$B_{۱۲} = -۰/۰۰۵ \times ۱۰^{-۲}\ (MW)^{-۱}$$

قدرت تولیدی ژنراتورها را در شرایط بهره‌بردای اقتصادی بدست آورید.



شکل ۱۱-۶: مربوط به مسأله (۹-۶)

۱۰-۶ در سیستم قدرت شکل (۱۲-۶)، تابع هزینه افزونی تولید هر یک از ژنراتورها برحسب قدرت تولیدی آن ژنراتور، ولتاژ و ضریب قدرت هر یک از شین‌های ۱ و ۲ و مقاومت اهمی خط انتقال بترتیب زیر داده شده‌اند:

a) $IC = ۷۵۰ + ۰/۸P$

b) $IC = ۶۰۰ + P$

c) $IC = ۹۳۰ + ۰/۸P$

d) $IC = ۷۶۰ + P$

e) $IC = ۸۱۰ + ۱/۲P$

$|V_۱| = ۲۰$ KV

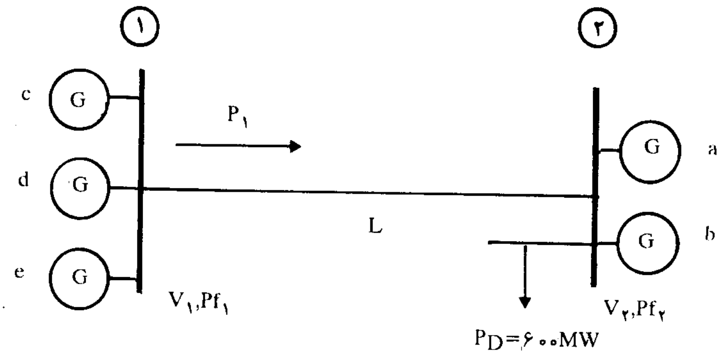
$|V_۲| = ۲۰$ KV

$Pf_۱ = ۰/۸$

$Pf_۲ = ۱$

$R = ۰/۸\ \Omega$

قدرت تولیدی هر یک از ژنراتورهای a ، b ، c ، d و e را برای بهره‌برداری اقتصادی بدست آورید. از تلفات خط انتقال صرفنظر نشود.



شکل ۱۲-۶: مربوط به مسأله (۱۰-۶)