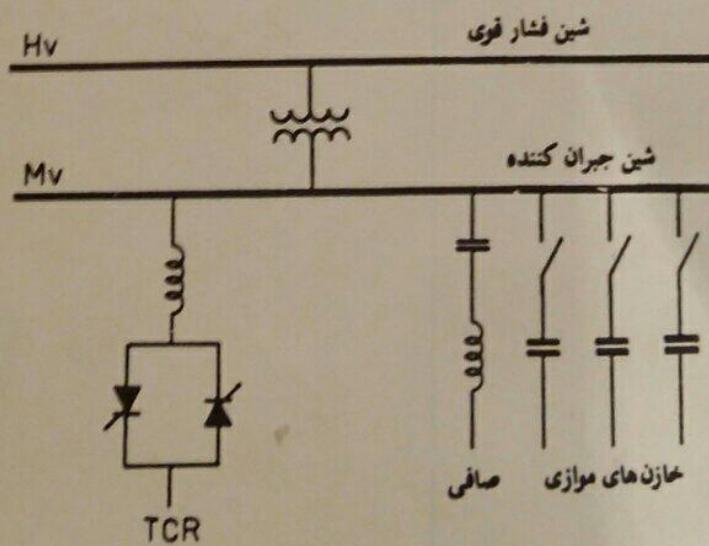




# سیستم های قدرت الکتریکی

(جلد اول)



تألیف: احمد گاظمی

۱ → ۴  
 ۲ → ۴  
 ۳ → ۴  
 ۴ → ۵  
 ۵ → ۲  
 $\frac{۶ \rightarrow ۲}{\underline{\underline{۴۱}}}$

$$۴۱ + ۶ = \underline{\underline{۴۷}}$$

## فهرست

## ۱۷ سوال

### فصل اول - کلیات

#### صفحه

۱-۱ ارشد سیستم های قدرت الکتریکی .....	۱
۱-۲ تاریخچه صنعت برق در ایران .....	۲
۱-۳ تولید انرژی الکتریکی .....	۴
۱-۴ انتقال و توزیع انرژی الکتریکی .....	۴
۱-۵ آینده صنعت برق .....	۵
	۷

### فصل دوم - مفاهیم اساسی سیستم های انرژی الکتریکی

۲-۱ روابط اساسی در مدارهای سینوسی یک فاز .....	۱۱
۲-۲ قدرت در مدارهای سینوسی یک فاز .....	۱۳
۲-۳ مدارهای سه فاز .....	۱۹
۲-۴ قدرت در مدارهای سه فاز .....	۲۳
۲-۵ مقادیر نسبت به واحد .....	۲۴
۲-۶ تغییر مبنای مقادیر نسبت به واحد .....	۲۸

## ۱۰ سوال حذف

### فصل سوم - پارامترهای خطوط انتقال

۳-۱ مقدمه .....	۳۳
۳-۲ انواع هادیهای خط انتقال .....	۳۶
۳-۳ مقاومت خطوط انتقال .....	۳۷
۳-۴ تعریف اندوکتانس .....	۳۸

۳۹	۳-۵ اندوکتانس یک هادی بر اثر شار داخلی
۴۲	۳-۶ شار پیوست در خارج از یک هادی
۴۳	۳-۷ اندوکتانس خط یک فاز دو سیمه
۴۶	۳-۸ بررسی مجتمع هادیها
۴۷	۳-۹ اندوکتانس خطوط انتقال مرکب
۵۴	۳-۱۰ اندوکتانس خطوط انتقال سه فاز
۵۶	۳-۱۱ جایگاهی فازها در خط انتقال سه فاز
۵۹	۳-۱۲ هادیهای گروهی (باندل)
۶۲	۳-۱۳ خطوط انتقال سه فاز دو مداره (دوبل)
۶۷	۳-۱۴ خطوط انتقال دو مداره با هادیهای باندل
۶۹	۳-۱۵ خلاصه محاسبه اندوکتانس خطوط انتقال
۷۰	۳-۱۶ کاپاسیتانس خطوط انتقال
۷۱	۳-۱۷ پتانسیل الکتریکی یک نقطه در نزدیکی دو هادی موازی
۷۲	۳-۱۸ کاپاسیتانس خط یک فاز
۷۴	۳-۱۹ اثر زمین بر کاپاسیتانس خطوط
۷۵	۳-۲۰ پتانسیل یک نقطه در نزدیکی چند هادی موازی
۷۷	۳-۲۱ کاپاسیتانس خط یک فاز با در نظر گرفتن اثر زمین
۷۹	۳-۲۲ کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز
۸۰	۳-۲۳ کاپاسیتانس خط سه فاز با در نظر گرفتن اثر زمین
۸۳	۳-۲۴ کاپاسیتانس خطوط با هادیهای باندل
۸۵	۳-۲۵ کاپاسیتانس خطوط سه فاز دو مداره
۸۷	۳-۲۶ خلاصه محاسبه کاپاسیتانس خطوط انتقال

## ۴ سوال

### فصل چهارم - روابط و لتاژ و جریان در خطوط انتقال

۹۴	۴-۱ خط انتقال کوتاه
۹۷	۴-۲ خط انتقال متوسط

۴-۳ خط انتقال بلند .....	۱۰۱
۴-۴ مدار معادل خط انتقال بلند .....	۱۰۷
۴-۵ قدرت انتقالی در خط انتقال انرژی .....	۱۱۰
۴-۶ بار امپدانس موجی (بار طبیعی) خطوط انتقال .....	۱۱۴

### فصل پنجم - مدار معادل سیستم های قدرت

۵-۱ مقدمه .....	۱۲۳
۵-۲ ماشین سنکرون .....	۱۲۳
۵-۳ مدار معادل ماشین سنکرون .....	۱۲۶
۵-۴ بررسی توان های اکتیو و راکتیو ماشین سنکرون .....	۱۳۰
۵-۵ منحنی حد پایداری ماندگار ژنراتور سنکرون .....	۱۳۵
۵-۶ بررسی تاثیر بر جسته بودن قطبها در روابط ماشین سنکرون .....	۱۳۸
۵-۷ ترانسفورماتور ها .....	۱۴۴
۵-۸ ترانسفورماتور ایده آل .....	۱۴۵
۵-۹ مدار معادل ترانسفورماتور واقعی .....	۱۴۷
۵-۱۰ مقادیر پریونیت در ترانسفورماتورها .....	۱۵۰
۵-۱۱ اتو ترانسفورماتور .....	۱۵۲
۵-۱۲ ترانسفورماتورهای سه فاز .....	۱۵۳
۵-۱۳ ترانسفورماتورهای سه سیم پیچه .....	۱۵۶
۵-۱۴ مشخصات بار .....	۱۵۹
۵-۱۵ دیاگرام امپدانس سیستم های قدرت .....	۱۶۲
۵-۱۶ مدار معادل تونن سیستم قدرت .....	۱۷۰

### فصل ششم - ماتریس های ادمیتانس و امپدانس شبکه

۶-۱ ماتریس های ادمیتانس و امپدانس شین .....	۱۷۹
۶-۲ کاربرد $Z_{bus}$ در تعیین مدار معادل تونن سیستم های قدرت .....	۱۸۴

۱۸۸ .....	۶-۳ حذف شین .....
۱۹۲ .....	۶-۴ ترمیم ماتریس امپدانس شین .....
۱۹۷ .....	۶-۵ روش مستقیم تشکیل $Z_{bus}$ .....
۲۰۰ .....	۶-۶ تشکیل $Y_{bus}$ و $Z_{bus}$ با استفاده از کامپیوتر .....
۲۰۵ .....	۶-۷ تاثیر ترانسفورماتورهای متغیر در ماتریس $Y_{bus}$

## فصل هفتم - مطالعه پخش بار

۲۱۳ .....	۷-۱ مقدمه .....
۲۱۴ .....	۷-۲ رابطه کمیت های الکتریکی در یک شین .....
۲۱۵ .....	۷-۳ انواع شین ها از دید مساله پخش بار .....
۲۱۶ .....	۷-۴ معادلات پخش بار .....
۲۱۹ .....	۷-۵ روش گوس - سایدل .....
۲۲۲ .....	۷-۶ تسریع همگرانی در الگوریتم GS .....
۲۲۳ .....	۷-۷ محاسبه قدرت ها در مساله پخش بار .....
۲۲۶ .....	۷-۸ استفاده از کامپیوتر در پخش بار از روش GS .....
۲۳۷ .....	۷-۹ روش نیوتون - رافسون .....
۲۶۱ .....	۷-۱۰ مقایسه روش های گوس - سایدل و نیوتون - رافسون .....
۲۶۲ .....	۷-۱۱ روش Decoupled در حل مساله پخش بار .....
۲۶۵ .....	۷-۱۲ روش Fast-Decoupled در حل مساله پخش بار .....
۲۶۶ .....	۷-۱۳ پخش بار DC .....
۲۷۰ .....	منابع و مأخذ .....

# فصل اول

## کلیات

پیشرفت صنعتی و در نتیجه بالا رفتن استاندارد زندگی بشر با توسعه منابع انرژی<sup>۱</sup> و استفاده از آنها امکان پذیر می‌گردد. با افزایش مصرف انرژی، منابع انرژی نیز از لحاظ تنوع و میزان تولید افزایش یافته است. از میان انواع انرژیهای مورد استفاده، انرژی الکتریکی به لحاظ اینکه باعث آلودگی محیط زیست نمی‌شود، در زمان نیاز قابل تولید است، به آسانی به صورت‌های دیگر انرژی قابل تبدیل بوده و همچنین قابل انتقال و کنترل می‌باشد بیش از انواع دیگر انرژیها مورد توجه بشر قرار گرفته است. امروزه سیستم‌های انرژی الکتریکی نقش اساسی را در تبدیل و انتقال انرژی در زندگی انسان بازی می‌کنند.

در دید کلی یک سیستم قدرت الکتریکی<sup>۲</sup> شامل سه قسمت اصلی است: نیروگاههای تولید قدرت<sup>۳</sup>، خطوط انتقال<sup>۴</sup> و سیستم‌های توزیع انرژی<sup>۵</sup>. به این ترتیب قدرت‌های تولید شده در نیروگاهها از طریق خطوط انتقال به محل‌های مصرف می‌رسند.

- 
1. Energy Sources
  2. Electric Power System
  3. Generating Stations
  4. Transmission Lines
  5. Distribution Systems
-

## ۱-۱ رشد سیستم های قدرت الکتریکی

قبل از قرن نوزدهم میلادی وسائلی مانند شمع و بعضی از انواع چربیها تنها متابع تامین روشنایی و در اواسط قرن نوزدهم چراغ های گازی عموماً عملی ترین و سالم ترین وسائلی روشنایی بشمار می رفتند. گرچه تا آن زمان تحقیقات ارزنده ای توسط بعضی از دانشمندان درباره الکتریسیته و اصول آن انجام شده بود، اما تحولات اساسی از یک طرف توسط فاراده و هانری در زمینه تولید الکتریسیته و از طرف دیگر توسط بعضی دانشمندان و بخصوص ادیسون در زمینه استفاده از الکتریسیته در ملتهب نمودن بعضی مواد و بالاخره تکامل لامپ های ملتهب و ساخت آنها بوجود آمد.

اولین سیستم های قدرت تحت عنوان «شرکت های روشنایی»<sup>۲</sup> در حدود سال ۱۸۸۰ میلادی بوجود آمدند و معروفترین آنها شرکت روشنایی پرل استریت<sup>۳</sup> در نیویورک بود که توسط ادیسون تأسیس شده بود. قدرت الکتریکی این سیستم توسط ژنراتور DC تامین می شد و توسط کابل های زیرزمینی<sup>۴</sup> توزیع می گردید. بارهای این سیستم نیز فقط لامپ های ملتهب بودند. بعد از آن شرکت های روشنایی محلی به سرعت در اروپا و آمریکا رشد کردند. در اواخر قرن نوزدهم موتور القائی جریان متناوب AC اختراع شد و مصرف انرژی الکتریکی تنوع بیشتری یافت.

در سال ۱۸۸۵ جرج وستینگهاوس اولین سیستم توزیع جریان متناوب را که ۱۵۰ لامپ را تامین می کرد نصب کرد و در سال ۱۸۹۰ اولین خط انتقال AC بطول ۲۱ کیلومتر مورد بهره برداری قرار گرفت. اولین خطوط انتقال، تک فاز<sup>۵</sup> بودند، و انرژی الکتریکی فقط توسط لامپهای روشنایی مصرف می شد. موتورهای اولیه نیز تک فاز بودند. انتقال قدرت توسط جریان متناوب<sup>۶</sup>، بخصوص جریان متناوب سه فاز، بتدریج جایگزین سیستم های DC شد. دلیل عدمه جایگزینی سیستم های AC ترانسفورماتورها بودند که انتقال انرژی الکتریکی در ولتاژ بالاتر از ولتاژ ژنراتور یا بار را امکان پذیر می کردند، ضمن اینکه قابلیت انتقال قدرت بیشتری را نیز داشتند.

1. Gaslights
2. Illuminating Companies
3. Pearl Street Illuminating Company
4. Underground Cables
5. Single Phase
6. Alternating Current

در سیستم های انتقال DC قدرت تولید شده توسط ژنراتورهای AC از طریق ترانسفورماتور و یکسو کننده الکترونیکی<sup>1</sup> به خط انتقال DC داده می شود. یک اینورتر الکترونیکی<sup>2</sup>، جریان مستقیم را در انتهای خط به جریان متناوب تبدیل می کند تا بتوان ولتاژ آنرا با یک ترانسفورماتور جهت مصرف کننده ها کاهش داد. مطالعات اقتصادی اغلب نشان داده است که برای خطوط کوتاه تر از حدود ۵۶۰ کیلومتر استفاده از خطوط انتقال هوایی DC مفروض بصرقه نیست.

بعد از اینکه طرح توربین های بخار<sup>3</sup> توسط پارسون<sup>4</sup> ارائه شد قدرتهای تولید شده با این توربین های بیشترین محبوبیت را برای طراحان سیستم ها بهمراه آورد. فرکانس ولتاژ های تولید شده توسط توربین های بخار و آب اولیه اغلب ۲۵ هرتز بود. با معرفی توربین های بخار با سرعت زیاد<sup>5</sup> لزوم افزایش فرکانس و استاندارد کردن فرکانس یک سیستم مطرح شد. با استاندارد کردن فرکانس، امکان اتصال سیستم های بیکدیگر نیز بوجود می آمد. امروزه عموماً فرکانس های ۵۰ و ۶۰ هرتز در سیستم های قدرت مورد استفاده می باشند. امکان اتصال سیستم های قدرت کوچکتر و بوجود آمدن سیستم های بهم پیوسته باعث رشد و بزرگ شدن سیستم های قدرت گردید.

همزمان با بزرگ شدن سیستم های قدرت و رشد مصرف، عناصر سیستم های قدرت نظیر ژنراتورها<sup>6</sup> و ترانسفورماتورها<sup>7</sup> تکامل بیشتری یافته و قدرت های نامی آنها و همچنین ولتاژ خطوط انتقال بتدريج افزایش یافت بطوریکه در کشور ایالات متحده آمریکا ولتاژ خطوط انتقال از سال ۱۸۹۰ که معادل  $2/3\text{KV}$  بوده است، به میزان  $765\text{KV}$  در سال ۱۹۶۹ رسید. ظرفیت کل نصب شده در سال ۱۹۸۲ در کشور مذکور نزدیک به  $60,000\text{MW}$  بوده است که متوسط  $2/5\text{KW}$  را برای هر نفر نشان می دهد.

تاسال ۱۹۱۷ سیستم های قدرت بصورت واحد های مستقل استفاده می شدند.

1. Electronic Rectifier
2. Electronic Inverter
3. Steam Turbines
4. Parson
5. High - Speed Steam Turbines
6. Generators
7. Transformers

نهاده در دنیا را تشکیل می‌دهند و میزان این درصد بتدریج رو به کاهش است. توربین‌های لازی نیز بعنوان تولید کننده‌های فرعی معمولاً در شرایط پارسیک مورد بهره‌برداری قرار گیرند.

در نیروگاههای حرارتی با ایجاد بخار و هدایت آن بر روی توربین، قدرت تولید شود. برای ایجاد بخار از سوخت‌های مختلفی می‌توان استفاده نمود. زغال سنگ یکی از سوخت‌های دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرد. سوخت‌های نفتی (نفت - گازوئیل - مازوت ... ) و گاز طبیعی نیز در کشورهایی که قیمت این سوخت‌ها ارزان تمام می‌شود اهمیت یادی دارند، لیکن بخاطر متابع محدود نفت در جهان بهتر است در مصرف این سوخت‌ها صرفه جویی شود. با وجود اینکه نیروگاههای هسته‌ای امیدواری زیادی را برای تولید ندرت در سالهای اینده جهان ایجاد کرده‌اند، لیکن تاثیر این نیروگاهها در آلودگی محیط‌بیست مسائل عمده‌ای از جمله مخالفت‌های عمومی مردم را بر علیه بهره برداری از آنها دیده آورده است.

با این خورشیدی<sup>3</sup> بدون مصرف سوخت می‌توان بصورت یک حرارت مستقیم  
خار آب ایجاد کرد. کوشش زیادی برای بالا بردن بهره و کاهش قیمت مولد های خورشیدی  
عمل آمده است و پیشرفت نسبتاً زیادی نیز حاصل شده است، لیکن هنوز راه بسیار زیادی برای  
یمودن در این زمینه باقی مانده است.

## ١- انتقال و توزيع انرژی الکتریکی

منابع تولید قدرت معمولاً به سیستم ها یا شبکه های انتقال متصل می باشد تا  
بدین طریق قدرت تولید شده به نقاط یا مراکز بار منتقل گردد. ولتاژ تولید شده ژنراتورها در  
حال حاضر از  $KV 30$  تجاوز نمی نماید. اغلب نیروگاههای بزرگ دارای ولتاژ  
حدود  $KV 12 / KV 24$  هستند. در کشور ایران نیز از ژنراتورهای با حداقل ولتاژ  
 $KV 21$  در بعضی نیروگاهها استفاده می شود. هنوز استاندارد مشخصی برای ولتاژ ژنراتورها  
از دلیرفته نشده است.

1. Nuclear Plants
  2. Nuclear Fusion
  3. Solar Energy

در محل اتصال سیستم ها نصب شود. بطور کلی طراحی برای بهره برداری از یک سیستم قدرت، بهبود بخشیدن به شرایط ارائه میشود و توسعه سیستم برای اینده نیاز به مطالعه باار، محاسبات خطاهای طرح وسائل ااظفانی و مطالعه پایداری سیستم دارد. همچنین استفاده از کامپیوتر در انجام محاسبات فوق که از اهدیت خاصی برخوردار است.

## ۱-۲ تابعه صنعت برق در ایران

در سال ۱۳۸۳ هجری شمسی با انصب یک ژنراتور ۴۰۰ KW توسط حاج امین الشرب در خیابان چراغ برق تهران استفاده از آن روزی الکتریکی بصورت یک سیستم در ایران آغاز شد. تا سال ۱۳۸۸ تنها چند نیروگاه دیگر به طرفیت های ۶ MW، ۶ MW، ۸ MW و ۲ MW مورد بهره برداری قرار گرفتند. در سال ۱۳۸۸ نیروگاه طرشت با چهار واحد توربین تخار، تلبد جمعاً ۵۰ MW بعنوان اساسی ترین منبع تولید قدرت در ایران بشمار می رفت.

با تشکیل وزارت آب و برق در سال ۱۳۴۴ که بعداً به وزارت نیرو و تغییر نام داد، وظائف شرکت‌های برق پر اکنده به این وزارتخانه محوول شد. در پایان سال ۱۳۶۰ ظرفیت نصب شده در کل کشور به بیش از  $1180 \text{ MW}$  رسید که نشان دهنده حدود  $50 \text{ W}$  برای هر نفر بود. در این سال نیروگاههای آبی تقریباً  $27/5$  درصد تولید نیروگاههای کشور را تشکیل می‌دادند.

### ١-٣ تولید انرژی الکتریکی

نیروگاههای حرارتی که با توربین های بخار کار می کنند در حال حاضر بیشتر قدرت الکتریکی مورد نیاز را تولید می نمایند. نیروگاههای آبی کمتر از ۲۵ درصد کل قدرت نصب

1. Reliability
  2. Interconnection

اتصالات (نقاط گره) که به شین<sup>۱</sup> ها معروف هستند همراه ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال، کلیدها و بارها در شکل مشخص شده اند.

آنچه که در شکل (۱-۱) بعنوان بار<sup>۲</sup> مشخص شده است جایگزین سیستم توزیع<sup>۳</sup> یک منطقه، یک شهر یا یک واحد صنعتی بزرگ و نظائر ایتها می باشد. در چنین سیستم توزیعی سطوح مختلف ولتاژ بکار می رود. بعضی از واحد های صنعتی مستقیماً ولتاژ های بالا (از ۶۳KV تا ۲۰KV) را دریافت می نمایند و بعداً این ولتاژ های در نقاط مختلف آن واحد صنعتی با ترانسفورماتورها کاهش می یابند. واحد های صنعتی کوچکتر ولتاژ های پائین تری را قبول می کنند و مصارف خانگی و عمومی نیز از ولتاژ های پائین استفاده می نمایند.

گرچه سیستم انتقال و توزیع<sup>۴</sup> یک سیستم بهم پوسته است، لیکن برای سهولت بیشتر، سیستم انتقال را مطابق آنچه که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است از کل سیستم مجرزا می نمایند. دیاگرام مشابهی برای هر سیستم توزیع می توان رسم نمود و بارهای سطوح پائین تر را روی آن مشخص کرد. بنابراین بحث و بررسی سیستم های قدرت در سطح سیستم های انتقال انجام می شود و بیشتر روش های بکار برده شده مستقیماً در مورد سیستم های توزیع نیز بکار می رود.

### ۱-۵ آینده صنعت برق

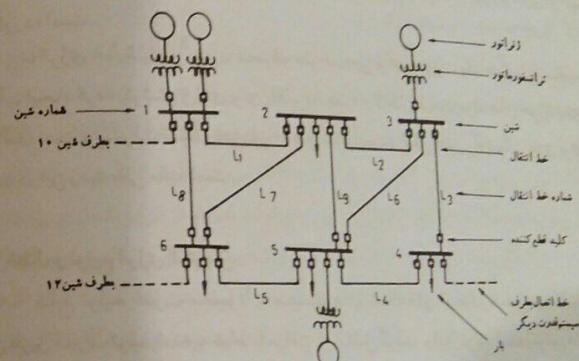
مهمنترین زمینه در بررسی آینده صنعت برق دسترسی به منابع اولیه انرژی است. نقش نفت و گاز طبیعی در آینده قطعاً کاهش خواهد یافت. احتمال افزایش نسبی نیروگاههای آبی در جهان نیز کم است. بنابراین می توان گفت که میزان استفاده از زغال سنگ و منابع هسته ای در آینده افزایش خواهد یافت.

تحقیقات آینده بطرف چندین نوع از انواع منابع اولیه انرژی هدایت شده است. مولدهای خورشیدی که از دو طریق مستقیم و غیر مستقیم قدرت تولید می کنند، می توانند بعنوان مولدهایی مطرح باشند که نیاز به سوخت ندارند. در نوع تبدیل مستقیم، تابش خورشید

1. Bus
2. Load
3. Distribution System
4. Transmission - Distribution System

ولتاژ ژنراتورها با ترانسفورماتورهای افزاینده<sup>۱</sup> به سطوح بالاتری افزاینده<sup>۲</sup> انتقال می شود. دلیل عدم استفاده از ولتاژ های بالا برای انتقال، کم کردن جریان انتقال و در نتیجه کاهش تلفات در سیستم و بهتر کردن بهره انتقال قدرت می باشد. ولتاژ های استاندارد فشار قوی<sup>۲</sup> (H.V.) برای انتقال در کشور ایالات متحده آمریکا ۱۱۵KV، ۱۲۸KV، ۲۲۰KV و ولتاژ های فوق فشار قوی<sup>۳</sup> (E.H.V.) ۳۴۵KV، ۵۰۰KV و ۷۶۵KV می باشند و تحقیقات نیز در جهت بکار بردن خطوط با ولتاژ های ۱۰۰۰ تا ۱۵۰۰ کیلو ولت در حال انجام است.

ولتاژ های استاندارد سیستم انتقال در ایران ۶۳KV، ۱۲۲KV، ۲۳۰KV و ۴۰KV می باشند. در شکل (۱-۱) قسمت کوچکی از یک سیستم قدرت نشان داده شده است. آنچه که نشان داده شده، بعنوان دیاگرام نک خطی<sup>۴</sup> سیستم معروف است. محل



شکل ۱-۱ دیاگرام نک خطی یک سیستم قدرت

1. Step - UP Transformers
2. High Voltage
3. Extra - High Voltage
4. One - Line Diagram

مستقیم‌آبه قدرت الکتریکی با ولتاژ DC تبدیل می‌شود، و در نوع غیر مستقیم تابش [www.powerjam.ir](http://www.powerjam.ir) ابتداء بخار تولید می‌کند که جهت گرداندن توربین ها بکار می‌رود. استفاده از انرژی های باد، موج، حرارت زمین و ... گرچه آزمایش شده است، لیکن تحقیقات روی آنها جهت حصول به نتایج کافی و مناسب ادامه دارد. ترکیب هسته ای مربوط به ترکیب ذرات سبک و تشکیل ذرات سنگین تری می‌باشد که با قیمانده جرم حاصل به انرژی تبدیل می‌شود. به پیش‌بینی کارشناسان، این روش تولید انرژی بعد از سال ۲۰۰۰ وارد صنعت برق خواهد شد. حسن تولید قدرت از روش ترکیب هسته ای نسبت به تولید قدرت در نیروگاههای هسته ای در عدم آبوده کردن محیط زیست است.

یکی دیگر از زمینه‌های تحقیقات آینده، جستجو برای یافتن وسائلی جهت ذخیره کردن انرژی الکتریکی است. تکنولوژی حال حاضر هنوز توانسته است ساخت وسائل ذخیره قدرت های زیاد را امکان پذیر نماید. ژئاتورها در بسیاری از ساعات روز با تمام تجهیزات جانبی بکار می‌افشند و فقط قسمتی از ظرفیت تولیدی خود را از ارائه می‌دهند. همچنین در صورت به صحنه آمدن مولدات خورشیدی نیاز به وسائلی برای ذخیره انرژی آنها برای روزهای غیر آفتابی خواهد بود. بطورکلی از آنجا که در حال حاضر انرژی الکتریکی باید فقط هنگام نیاز تولید شود و محدودیت های زیادی در کنترل قدرت و تامین پیک بار وجود دارد اهمیت ذخیره سازی انرژی بخوبی نمایان می‌شود.

زمینه دیگر در بررسی آینده صنعت برق، تجهیزات تولید است. در حال حاضر تمام انرژی الکتریکی مورد نیاز توسط ژئاتورهای سنکرون گردان تولید می‌شود. بنظر می‌رسد که انتخاب بهتری وجود نداشته باشد. بنابراین به احتمال زیاد کوشش پسر در بهبود مشایع کار این ماشینها مستمر کر خواهد شد. قدرت تولیدی ژئاتورهای موجود از ۱۰۰۰ MW اتجاوز نمی‌نماید و این محدودیت با خاطر چگالی جریان مجاز سیم بندی های رتور و استاتور است. تحقیقات زیادی در حال انجام است تا بتوان ماشینهای ساخت که در آنها درجه حرارت سیم بندیها را در نزدیکی صفر مطلق نگهداری نمود. بدین طریق چگالی جریان و چگالی فلزی مغناطیسی بسیار زیادی قابل دسترسی بوده و قدرت هائی در حدود ۵۰۰۰ MW قابل تولید خواهد بود.

بررسی نحوه انتقال از دیگر مواردی است که در بهبود آینده سیستم ها موثر می‌باشد. اولین سیستم قدرت که مربوط به ادیسون بود (سیستم پرل استریت) از جریان DC استفاده می‌کرد. از سال ۱۸۹۰ صنعت برق به انتقال AC روی آورد. در سال های ۱۹۶۰ تا ۱۹۸۰ سیستم های انتقال DC زیادی در دنیا نصب گردید. در خطوط خیلی بلند عملایسیستم های انتقال DC موثرتر هستند. از طرفی با افزایش جمعیت احتمال دارد در آینده پسر به طرف سیستم های انتقال زیر زمینی<sup>۱</sup> روی آورد. کابل های فعلی خیلی گران بوده و جریان های کپاسیتیو زیادی دارند که مانع استفاده از آنها در خطوط بلند می‌گردد. سیستم انتقال DC این محدودیت را ندارد و می‌تواند بعنوان یک انتخاب خوب برای انتقال زیر زمینی در خطوط بلند مورد استفاده قرار گیرد. یکی از خطوط انتقال DC که اخیراً نصب شده است خط انتقال زیر

#### 1. Underground Transmission

## فصل دوم

### مفاهیم اساسی سیستم های انرژی الکتریکی

از آنجا که برای محاسبات مختلف سیستم های قدرت، آشنائی با مدارهای AC در حالت دائمی<sup>۱</sup> و بخصوص مدارهای سه فاز ضروری می باشد، در این فصل مروری کوتاه بر مفاهیم و روابط اساسی این مدارها خواهیم داشت.

#### ۱-۲ روابط اساسی در مدارهای سینوسی یک فاز

جريان ها و ولتاژ ها در نقاط مختلف سیستم های قدرت امواج سینوسی با فرکانس ثابت هستند، لذا چنین توابعی را بصورت فازور<sup>۲</sup> نشان می دهیم. در این صورت حروف بزرگ V و I فازورهای ولتاژ و جريان يعني v و i هستند. نمایش |V| و |I| دامنه<sup>۳</sup> یا قدر مطلق اين فازورها می باشد. حروف کوچک v و i نشان دهنده مقادير لحظه اي<sup>۴</sup> ولتاژ و جريان هستند.

اگر معادلات ولتاژ و جريان يک عنصر بر حسب زمان بصورت زير نشان داده شوند:

$$v = 282/\sqrt{2} \cos(314t + 30^\circ) \quad [V]$$

$$i = 14/\sqrt{2} \cos(314t + 60^\circ) \quad [A]$$

مقادير حداکثر آنها  $I_{max} = 14/\sqrt{2} A$  و  $V_{max} = 282/\sqrt{2} V$  هستند.

1. Steady State
2. Phasor
3. Magnitude
4. Instantaneous Values

مقصود از دامنه این توابع مقدار موثر<sup>۱</sup> (rms) ولتاژ و جریان است. مقدار موثر یک تابع سینوسی از تقسیم کردن مقدار حداقل بر  $\sqrt{2}$  بدست می‌آید. لذا داریم:

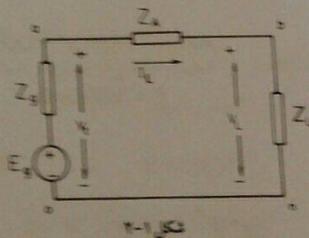
$$|V| = 200 \text{ V}, |I| = 10 \text{ A}$$

نمایش کمیت‌های ۷ و ۸ بصورت فازور مطابق زیر می‌باشد:

$$V = 200 \angle 30^\circ = 173\sqrt{2} + j100 \text{ V}$$

$$I = 10 \angle 60^\circ = 5 + j8.66 \text{ A}$$

برای ولتاژ تولید شده (تیروی محرك الکتریکی) بجای  $V$  بهتر است از حرف  $E$  استفاده شود. در شکل (۲-۱) یک مدار AC نشان داده شده است. در این شکل  $E$  تیروی محرك الکتریکی<sup>۱</sup> زنگولور است. ولتاژ بین نقطه  $a$  و  $b$  با  $V_a$  و ولتاژ بین نقطه  $b$  و  $c$  با  $V_b$  مشخص شده است.



شکل ۲-۱

جریان مدار از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$I_a = \frac{V_a - V_b}{Z_a} \quad (2-7)$$

ولتاژ  $V_b$  نیز بر حسب  $E_s$  و  $I_a$  از رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$V_b = E_s - Z_C I_a \quad (2-8)$$

## ۲-۲ قدرت در مدارهای سینوسی یک قاز

فدرنی که در هر لحظه توسط یک عنصر یا یک شبکه غیرفعال جذب می‌شود برابر

### ۱. Electromotive Force

طبق تعریف، ادمیتانس یک عنصر یا یک شبکه غیرفعال با نسبت فازور ولتاژ به فازور جریان برابر است، یعنی:

$$Z = \frac{V}{I} \quad (2-1)$$

مقدار  $Z$  برای یک سیم پیچ<sup>۲</sup> (اندوكتور)  $j\omega L$ ، برای خازن<sup>۳</sup> (کاباسیتور)  $\frac{1}{j\omega C}$  و

برای مقاومت اهمی برابر  $R$  می‌باشد. مقادیر  $\omega L$  و  $\frac{1}{\omega C}$  را راکتانس<sup>۴</sup> سیم پیچ و خازن می‌نامیم. راکتانس را با حرف  $X$  نشان می‌دهیم.

ضریب خودالقائی سیم پیچ،  $C$  ظرفیت خازن<sup>۵</sup> و  $\omega$  فرکانس رادیاتی یا زاویه ای می‌باشد.

برای یک عنصر یا یک شبکه غیرفعال با ادمیتانس  $Z$ ، کمیت‌های مقاومت، راکتانس، ادمیتانس<sup>۶</sup>، کندوکتانس<sup>۷</sup> و سامپتانس<sup>۸</sup> مطابق زیر تعریف می‌شوند:

$$R = \operatorname{Re}[Z] \quad (2-2)$$

1. Effective Value

2. Inductor

3. Capacitor

4. Reactance

5. Capacitance

6. Admittance

7. Conductance

8. Susceptance

است با حاصل ضرب ولتاژ لحظه‌ای دو سر آن عنصر یا مشبکه در جریان عبوری آن. اگر ولتاژ در شکل (۲-۲) معنی نمایش جریان، ولتاژ و قدرت بر حسب زمان رسم شده است. قدرت متوسط  $P$  را قدرت حقیقی<sup>۱</sup> یا اکتیو نیز می‌نامند. واحد قدرت لحظه‌ای و قدرت متوسط وات می‌باشد، لیکن در سیستم‌های قدرت، وات واحد بسیار کوچکی است، لذا  $P$  اغلب بر حسب کلووات یا مگاوات بیان می‌شود.

کسبنوس زاویه فاز<sup>۲</sup>  $\Phi$  بین ولتاژ و جریان، ضریب قدرت<sup>۳</sup> نامیده می‌شود. اگر جریان از ولتاژ به اندازه  $\Phi$  عقب تر باشد ضریب قدرت پس فاز<sup>۴</sup>، و اگر جریان به اندازه  $\Phi$  از ولتاژ جلوتر باشد ضریب قدرت پیش فاز<sup>۵</sup> نامیده می‌شود. یک مدار آندوکتیو دارای ضریب قدرت پس فاز و یک مدار کاپاسیتیو دارای ضریب قدرت پیش فاز است. در یک مدار اهمی خالص ضریب قدرت برابر یک می‌باشد.

با توجه به رابطه (۱۱-۲) می‌توان نوشت:

$$P = \operatorname{Re}[VI^*]$$

کمیت‌های  $V'$  و  $I'$  نیز از اهمیت خاصی برخوردار هستند که آنها را بترتیب قدرت مختلط<sup>۶</sup> و قدرت موهومنی<sup>۷</sup> یا راکتیو می‌نامیم.

$$S = VI' \quad , \quad Q = \operatorname{Im}[VI^*] \quad (2-12)$$

$$S = VI' = |V||I|e^{j\Phi} = P + jQ$$

$$Q = |V||I|\sin\Phi \quad (2-13)$$

بدینه است که  $Q$  دارای دیمانسیون مشابه هستند، اما معمولاً برای  $Q$  واحد Var بکار

1. Real Power
2. Phase Angle
3. Power Factor
4. Lagging Power Factor
5. Leading Power Factor
6. Complex Power
7. Reactive Power

$$v = V_{\max} \cos\omega t \quad , \quad i = I_{\max} \cos(\omega t - \Phi)$$

قدرت لحظه‌ای<sup>۱</sup> جذب شده برابر است با:

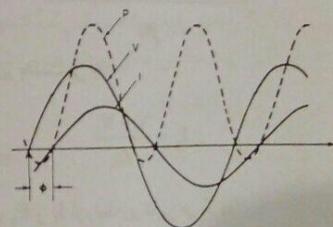
$$P = vi = V_{\max} I_{\max} \cos\omega t \cos(\omega t - \Phi) \quad (2-9)$$

$$\text{قدرت متوسط}^2 P, \text{ در یک زمان تاب } T, \text{ برابر است با: } T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2-10)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T pdt = \frac{1}{2} V_{\max} I_{\max} \cos\Phi \quad (2-10)$$

چنانچه مقادیر موثر را جایگزین مقادیر حداقل کنیم داریم:

$$P = |V||I|\cos\Phi \quad (2-11)$$



شکل ۲-۲ ولتاژ، جریان و قدرت در مدار یک فاز

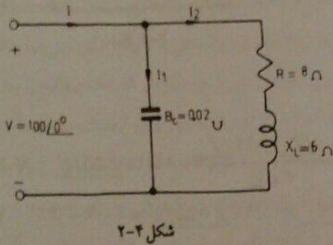
1. Instantaneous Power
2. Average Power
3. Period

$$S = P + jQ = EI^* \quad (2-18)$$

$$S = P + jQ = -EI^* \quad (2-19)$$

شکل ۲-۳

مثال ۲-۱ در شکل (۲-۴) جریان هر شاخه، جریان کل و قدرت های اکتیو و راکتیو داده شده به مدار را بدست آورید.



حل:

$$I_1 = Y_c V = jB_c V = j \cdot 10 \cdot 2 \times 100 \angle 0^\circ = j2 = 2 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$I_r = \frac{V}{Z_r} = \frac{100 \angle 0^\circ}{8 + j6} = \frac{100}{10 \angle 36.9^\circ} = 10 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_r = 2 \angle 90^\circ + 10 \angle -36.9^\circ = 8.94 \angle -26.5^\circ \text{ A}$$

$$S = VI^* = 100 \angle 0^\circ \times 8.94 \angle 26.5^\circ = 894 \angle 26.5^\circ$$

$$= 894 + j399 \text{ VA}$$

$$P = 894 \text{ W} \quad Q = 399 \text{ Var}$$

مثال ۲-۲ دو منبع ولتاژ ایده آل نشان داده شده در شکل (۲-۵) بعنوان ماشینهای الکتریکی ۱ و

$$P = |V||I|\cos\Phi = |I||Z||I|\cos\Phi$$

$$P = |I|^r |Z| \cos\Phi \quad , \quad Q = |I|^r |Z| \sin\Phi \quad (2-14)$$

از آنجا که  $X = |Z|\sin\Phi$  و  $R = |Z|\cos\Phi$  ، خواهیم داشت:

$$P = |I|^r R \quad , \quad Q = |I|^r X \quad (2-15)$$

با تقسیم کردن رابطه (۲-۱۳) بر (۲-۱۱) داریم:

$$\tan\Phi = \frac{Q}{P} \quad , \quad \tan\Phi = \frac{X}{R} \quad (2-16)$$

با توجه به رابطه فوق و استفاده از روابط مثلثاتی می توان نتیجه گرفت:

$$\cos\Phi = \frac{P}{\sqrt{P^r + Q^r}} = \frac{P}{|S|} \quad , \quad \cos\Phi = \frac{R}{\sqrt{R^r + X^r}} = \frac{R}{|Z|} \quad (2-17)$$

اگر در حالت کلی مقادیر فازور ولتاژ و جریان مداری بترتیب برابر  $V = |V|\angle\alpha$  و  $I = |I|\angle\beta$  باشند، در صورتیکه  $\Phi = \alpha - \beta > 0$  (مدار اندوکتیو)، ضرب قدرت پس فاز بوده  $\cos\Phi > 0$  و  $\sin\Phi > 0$  بوده و ضرب قدرت راکتیو جذب می کند. در یک مدار کاپاکسیتیو  $\Phi = \alpha - \beta < 0$  بوده و ضرب قدرت پیش فاز می باشد و لذا قدرت راکتیو جذب شده مبنی است و معنی این است که مدار مذکور تولید کننده قدرت راکتیو می باشد. یک مقاومت خالص فقط قدرت اکتیو  $|I||V|$  با  $|R||I|$  جذب می نماید و دارای قدرت راکتیو صفر است. سیم پیچ خالص قدرت اکتیو جذب نمی کند بلکه فقط قدرت راکتیو جذب می نماید و خازن خالص بدون مصرف قدرت اکتیو تولید می کند.

در مورد قدرت مختلط تولید شده توسط یک منبع ولتاژ ایده آل (نیروی محرکه الکتریکی) نیز باید دقت نمود که مطابق شکل (۲-۳) در صورتیکه جهت جریان از قطب مثبت

### 1. Apparent Power

$$P = ۱۰۰ - ۷۵۹ = ۲۵۰ \text{ W}$$

بهین ترتیب اختلاف قدرتهای راکتیو ماشین های ۱ و ۲ به سبب قدرت راکتیو جذب شده در امپدانس  $Z$  می باشد که مقدار آن برابر است با:

$$Q = |I|^2 X = ۱۱/۱۸^\circ \times ۵ = ۶۲۴ \text{ Var}$$

$$Q = ۱۱۰۵ - ۴۸۱ = ۶۲۴ \text{ Var}$$

### ۲-۳ مدارهای سه فاز

سیستم های قدرت مدارهای سه فازی هستند که معمولاً بارهای سه فاز متقارن<sup>۱</sup> را تامین می کنند. گرچه بارهای روشنایی و موتورهای کوچک اغلب تک فاز هستند، ایکن سیستم توزیع طوری طراحی می شود که بار کل یک منطقه یا یک شین در مجموع متقارن می گردد. شکل (۲-۶) ژنراتور سه فازی با اتصال مستاره<sup>۲</sup> را نشان می دهد که از طریق امپدانس های رابط (ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و ...) بار سه فاز متقارن را تغذیه می نماید. نقاط a, b و c ترمیتال های خروجی ژنراتور است.

نیروی محکم الکتریکی ژنراتور در فاز با امپدانس  $Z_E$  که ترکیب از مقاومت اهمی و راکتанс القائی<sup>۳</sup> است سری می باشد. نیروهای محکم که الکتریکی که با  $E_a$ ,  $E_b$  و  $E_c$  نشان داده شده اند از نظر دامنه مساوی بوده و با یکدیگر به اندازه ۱۲۰° اختلاف زاویه دارند. اگر دامنه نیروهای محکم که برابر ۲۳۰V و فاز a بعنوان مبنی<sup>۴</sup> برای زاویه انتخاب شود

$$\text{داریم: } E_a = ۲۳۰ \angle ۰^\circ \text{ V} \quad E_b = ۲۳۰ \angle -۱۲۰^\circ \text{ V} \quad E_c = ۲۳۰ \angle ۱۲۰^\circ \text{ V}$$

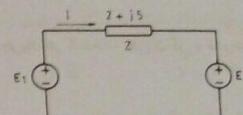
رابطه فوق نشان می دهد که توالی فازها<sup>۵</sup> abc می باشد (توالی مشتبه).

1. Balanced Three - Phase Load
2. Star - Connection
3. Inductive Reactance
4. Reference
5. Phase Sequence

الف) مشخص کنید کدامیک از ماشین ها بعنوان مولد و کدامیک بعنوان موتور عمل می کنند.

ب) قدرت های راکتیو تولید شده یا جذب شده هر ماشین را بدست آورد.

ج) P و Q جذب شده توسط امپدانس را محاسبه کنید.



شکل ۲-۵

حل:

الف)

$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{100 \angle 30^\circ - 120 \angle 0^\circ}{2 + j5} = 11/18 \angle 55/5^\circ \text{ A}$$

$$S_1 = E_1 I^* = 100 \angle 30^\circ \times 11/18 \angle -55/5^\circ = 1009 - j481 \text{ VA}$$

$$S_r = -E_2 I^* = -120 \angle 0^\circ \times 11/18 \angle -55/5^\circ = -759 + j1105 \text{ VA}$$

$$P_1 = 1009 \text{ W} \quad Q_1 = -481 \text{ Var}$$

$$P_r = -759 \text{ W} \quad Q_r = 1105 \text{ Var}$$

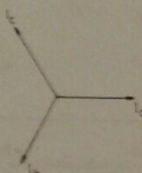
جهن قدرت تولیدی ماشین ۱ برابر ۱۰۰۹W و مشتبه است لذا ماشین ۱ بعنوان ژنراتور عمل می کند. همچنین قدرت تولیدی ماشین ۲، برابر ۷۵۹W است که نشان دهنده این است که ماشین ۲ قدرت راکتیو جذب می کند و لذا یک موتور است.

ب: براساس نتایج بدست آمده ماشین ۲ قدرت راکتیو ۱۱۰۵ وار تولید و ماشین ۱ قدرت راکتیو ۴۸۱ وار مصرف می کند.

ج: اختلاف قدرتهای راکتیو ماشین های ۱ و ۲ به سبب قدرت راکتیو جذب شده در امپدانس Z است که میزان آن برابر است با:

$$P = |I|^2 R = 11/18^\circ \times ۲ = ۲۵۰ \text{ W}$$

داده شده است. از آنجاییکه جمع سه بردار  $I_1$  و  $I_2$  و  $I_3$  برابر صفر می گردد لذا وجود یا عدم وجود سیم اتصال بین نقاط  $\circ$  و  $\pi$  تاثیری در سیستم نداشته و هر دو نقطه مذکور دارای پتانسیل یکسانی می باشند.



شکل ۲-۷ دیاگرام برداری جریانهای یک فاز مترانن سه فاز

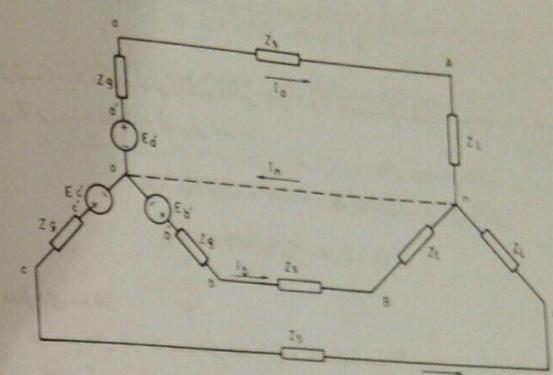
چنانچه بار مترانن باشد جمع بردارها صفر نبوده و اگر سیم صفر<sup>۱</sup> متصل شده باشد عبور جریان  $I_0$  باعث می شود که نقاط  $\circ$  و  $\pi$  هم پتانسیل نباشند.

ولتاژهای خطی<sup>۲</sup> (ولتاژ بین دو فاز) در شکل (۲-۶)  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  و  $V_{ca}$  هستند. برای تعیین رابطه ای بین ولتاژهای خطی و فازی داریم:

$$V_{ab} = V_a - V_b = V_a - V_o / -120^\circ = \sqrt{3} V_o / 30^\circ \quad (2-21)$$

ولتاژهای خطی  $V_{bc}$  و  $V_{ca}$  نیز مطابق قوی بدمست می آیند. در شکل (۲-۸) دیاگرام برداری ولتاژهای فازی<sup>۳</sup> و خطی به دو صورت نشان داده شده است.

بعضی اوقات اتصال بار بصورت مثلث<sup>۴</sup> می باشد. شکل (۲-۹) چنین اتصالی را نشان می دهد. جریانهای  $I_1$  و  $I_2$  و  $I_3$  خطی و جریانهای  $I_{10}$  و  $I_{20}$  و  $I_{30}$  نیز فازی می باشند.



شکل ۲-۸ زنر تور با اتصال ستاره برای تغذیه بار سه فاز مترانن

جریانهای  $I_1$  و  $I_2$  و  $I_3$  از روابط زیر بدست می آیند:

$$I_1 = \frac{E_a}{Z_1 + Z_0 + Z_L} = \frac{V_A}{Z_L} \quad (2-20)$$

$$I_2 = \frac{E_b}{Z_2 + Z_0 + Z_L} = \frac{V_B}{Z_L} \quad (2-20)$$

$$I_3 = \frac{E_c}{Z_3 + Z_0 + Z_L} = \frac{V_C}{Z_L} \quad (2-20)$$

$V_A$  و  $V_B$  و  $V_C$  ولتاژهای فازهای A و B و C در محل بار هستند. روابط فرق نشان من دهند که جریانهای  $I_1$  و  $I_2$  و  $I_3$  نیز مترانن می باشند. ولتاژ ترمیت‌های زنر تور نیز بر حسب جریانهای فوق لذکر مطابق روابط زیر تعریف می شوند:

$$V_A = V_y - Z_1 I_1 \quad V_B = V_y - Z_2 I_2 \quad V_C = V_y - Z_3 I_3$$

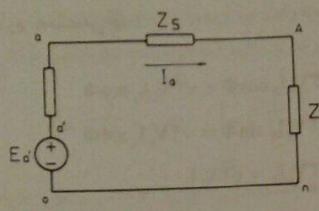
ولتاژهای مذکور که ولتاژهای ترمیت‌های زنر تور نیز یک سیستم سه فاز مترانن را تشکیل می دهند. در شکل (۲-۷) دیاگرام برداری جریانهای بار در یک سیستم سه فاز مترانن نشان

1. Natural Connection

2. Line - to - Line Voltages

3. Phase - to - Neutral Voltages

4. Delta Connection



شکل ۲-۱۰ مدار معادل پک فاز شکل (۲-۶)

بعد از حل مدار تک فاز برای فاز  $a$  و تعیین جریان  $I_a$ ، جریانهای  $I_b$  و  $I_c$  به این ترتیب بدست می‌آیند که دامنه آنها برابر دامنه  $I_a$  و زاویه فاز آنها ترتیب  $120^\circ$  عقب تو و  $120^\circ$  جلوتر از زاویه فاز  $a$  می‌باشند. ولتاژهای نقاط مختلف نیز بهمین ترتیب بدست می‌آیند.

چنانچه بار دارای اتصال مثلث باشد برای استفاده از مدار معادل یک فاز باید آنرا به اتصال ستاره تبدیل نمود. اگر امپدانس بار متقارنی در اتصال مثلث  $Z_\Delta$  و در اتصال ستاره معادل آن  $Z_A$  باشد داریم:

$$Z_A = \frac{1}{3} Z_\Delta \quad (2-23)$$

#### ۲-۴ قدرت در مدارهای سه فاز

در یک مدار سه فاز متقارن، قدرت تولید شده توسط یک ژنراتور یا قدرت جذب شده توسط بار برابر است با سه برابر قدرت یک فاز.

برای یک بار ستاره اگر دامنه ولتاژ فازی و دامنه جریان فازی را ترتیب با  $V_p$  و  $I_p$  نشان دهیم:

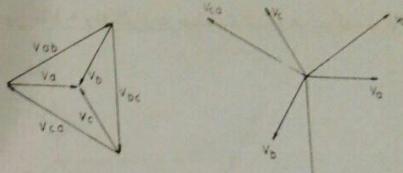
$$V_p = |V_a| = |V_b| = |V_c|$$

$$I_p = |I_a| = |I_b| = |I_c|$$

قدرت سه فاز  $P$  از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P = 3V_p I_p \cos\Phi \quad (2-24)$$

در این رابطه  $\Phi$  زاویه جلو افتادگی ولتاژ فازی نسبت به جریان فازی می‌باشد. چنانچه دامنه



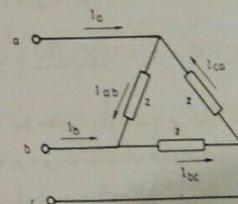
(ب) نمایش نوع دوم ولتاژها

(الف) نمایش نوع اول ولتاژها

شکل ۲-۸ نمایش دیاگرام برداری ولتاژهای فازی و خطی

برای تعیین روابط بین جریانهای خطی<sup>۱</sup> و فازی در این حالت داریم:

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} = I_{ab} - I_{ab} \angle 120^\circ = \sqrt{3} I_{ab} \angle -20^\circ \quad (2-22)$$



شکل ۲-۹ پارسه فاز با اتصال مثلث

جریانهای خطی  $I_a$  و  $I_b$  نیز با روش مشابه بدست می‌آیند.

در حل مدارهای سه فاز متقارن لازم نیست هر سه فاز همزمان تحلیل شود بلکه کافی است پک سیم صفر را در نظر بگیریم و سپس مدار را با اعمال قانون ولتاژهای کیرشهف برای یک فاز حل کنیم. مدار معادل یک فاز شکل (۲-۶) در شکل (۲-۱۰) رسم شده است.

#### 1. Line Current

ولنژاً خطی را با  $V_L$  دارم. جریان خطی را با  $I_L$  نشان دهیم قدرت اکتیو و راکتیو مصرفی بار و قدرت ظاهری از روابط زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3} V_p I_p \cos \Phi = \sqrt{3} V_L I_L \cos \Phi \\ Q &= \sqrt{3} V_p I_p \sin \Phi = \sqrt{3} V_L I_L \sin \Phi \\ S &= \sqrt{3} V_p I_p = \sqrt{3} V_L I_L \end{aligned} \quad (2-25)$$

اگر اتصال بار مثلث باشد  $I_L = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$  بوده و با جایگزینی این مقادیر در رابطه  $(2-24)$  به این نتیجه می رسیم که روابط  $(2-25)$  برای بار با اتصال مثلث نیز صادق است.

#### ۲-۵ مقادیر نسبت به واحد<sup>۱</sup>

در سیستم های قدرت معمولاً مقادیر مگاوات، مگاوار، مگاولت آمپر، کیلو ولت، آمپر و اهم بر حسب درصد نسبت به واحدی از یک مقدار مبنای<sup>۲</sup> برای هر یک این کمیت هاییان می شوند. استفاده از مقادیر نسبت به واحد محاسن زیر را دارد:

- ۱: از آنجاکه قدرت ها، ولنژاً ها و جریان ها در سیستم های قدرت اعداد بزرگی هستند، کاربرد مقادیر نسبت به واحد با اعداد کوچکتر و مقادیر نسبی ملموس باعث تسلط پیشتر مهندسین سیستم هاروی این کمیت ها می گردد.
- ۲: تحلیل سیستم ها با وجود سطوح مختلف ولنژاً و ترانسفورماتورها بسیار ساده تر می شود.

#### ۲-۶ مقادیر نسبت به واحد در سیستم های یک فاز

طبق تعریف مقدار نسبت به واحد یک کمیت برابر است با نسبت مقدار واقعی آن کمیت به مقدار مبنای انتخاب شده برای آن کمیت. اگر برای ولنژاً در یک سیستم یک فاز مبنای  $230V$  انتخاب کنیم، این مقدار برابر  $1$  نسبت به واحد ( $1pu$ ) و یا  $100$  درصد مقدار مبنای می باشد. مقادیر دیگر بصورت نسبت به واحد یا درصدی از این مبنای مشخص می گردند.

1. Per - Unit Quantities

2. Base

مثلث ولنژاً  $218/57$  برایر  $95pu$  و ولنژاً  $229/27$  برایر  $40pu$  خواهد بود. اگر  $V_b$  ولنژاً  $I_b$  بتریب ولنژاً مبنای و جریان مبنای انتخاب شده، و  $V$  ولنژاً  $I$  بتریب ولنژاً و جریان در نقطه ای از سیستم قدرت باشد (مقادیر مختلف) در اینصورت داریم:

$$V_{pu} = \frac{V}{V_b}, \quad I_{pu} = \frac{I}{I_b} \quad (2-26)$$

از آنجاکه  $V$  و  $I$  اعداد مختلف هستند لذا  $V_{pu}$  و  $I_{pu}$  که مقادیر ولنژاً و جریان بر حسب نسبت به واحد (pu) هستند اعداد مختلفی بدون دیمانسیون می باشد. مثلاً اگر ولنژاً مبنای  $230V$  باشد ولنژاً  $218/57$  برایر  $95pu$  خواهد بود.

$$218/57 = \frac{218/5}{230} V = 0.95 \frac{230}{230} pu$$

ولنژاً مبنای معمولاً بر حسب KV و جریان مبنای بر حسب آمپر انتخاب می شوند. اگر  $V_b$  ولنژاً مبنای (KV) و جریان مبنای (A) باشد قدرت مبنای ( $S_b$ ) بر حسب KVA و MVA برابر است با:

$$S_b = V_b I_b \quad KVA \quad (2-27)$$

$$= 10^{-3} V_b I_b \quad MVA$$

قدرت مبنای معمولاً بر حسب MVA در نظر گرفته می شود. اگر قدرت مختلف در نقطه ای از سیستم برابر  $S$  باشد داریم:

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{P + jQ}{S_b} = \frac{P}{S_b} + j \frac{Q}{S_b} = P_{pu} + j Q_{pu}$$

ولذا مبنای قدرت های اکتیو و راکتیو نیز همان  $S_b$  می باشد. مثلاً اگر قدرت مبنای  $100MVA$  باشد قدرت اکتیو  $80MW$  معادل  $80/100pu$  خواهد بود. امپدانس مبنای  $Z_b$  بر حسب  $V_b$  و  $I_b$  از رابطه زیر تعیین می شود:

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{V_b}{\frac{S_b}{V_b}} = \frac{V_b^2}{S_b} \quad \Omega$$

در این رابطه  $V_b$  بر حسب ولت،  $I_b$  بر حسب آمپر و  $S_b$  بر حسب میل ولت آمپر می باشد  
اگر  $V_b$  بر حسب KV و  $S_b$  بر حسب MVA جایگزین شوند از رابطه زیر باز هم  $Z_b$  بر حسب  
بر حسب اعم از روابط زیر بدست می آید:

$$Z_b = \frac{V_b^*}{S_b} \quad (2-28)$$

بسیاری از روابط مورد عمل سیستم ها بر حسب مقادیر نسبت به واحد نیز صادق است. مثلث  
برای ولتاژ و قدرت مختلط در یک نقطه از سیستم داریم:

$$V_{pu} = \frac{V}{V_b} = \frac{ZI}{Z_b I_b} = \frac{Z}{Z_b} \cdot \frac{I}{I_b} = Z_{pu} I_{pu}$$

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{VI^*}{V_b I_b} = \frac{V}{V_b} \cdot \frac{I^*}{I_b} = V_{pu} I_{pu}^*$$

انتخاباب دو مقدار مبنا از چهار کمیت  $V_b$ ،  $I_b$ ،  $S_b$  و  $Z_b$  کفایت می کند و دو مقدار مبنای  
دیگر قابل محاسبه هستند. معمولاً ولتاژ مبنا بر حسب KV و قدرت مبنا بر حسب  
MVA انتخاب می شوند. سپس جریان مبنا بر حسب آمپر و امپدانس مبنا بر حسب اعم از روابط زیر  
تعیین می گردد:

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} \times 1.7 \quad Z_b = \frac{V_b^*}{S_b} \quad (2-29)$$

قدرت مختلط در هر نقطه از سیستم قدرت نیز بر حسب مقادیر نسبت به واحد مطابق زیر تعیین  
می شود:

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{\sqrt{3}VI^*}{\sqrt{3}V_b I_b} = \frac{V}{V_b} \cdot \frac{I^*}{I_b} = V_{pu} I_{pu}^* \quad (2-32)$$

رابطه (2-32) نشان می دهد که ضرب  $\sqrt{3}$  در رابطه قدرت بر حسب ولتاژ و جریان در  
سیستم نسبت به واحد حذف می شود. بهمین ترتیب در مورد قدرت اکتیو یک سیستم سه فاز  
داریم:

$$P = |V||I| \cos \Phi \quad (2-33)$$

در این رابطه  $|V|$  و  $|I|$  دامنه ولتاژ خطی و جریان بر حسب pu و  $P$  قدرت اکتیو سه فاز بر حسب  
pu می باشند.

مثال ۲-۳ یک موتور سنکرون قدرت ۸MW را در ولتاژ KV ۱۳۲ و ضرب قدرت /۸ پیش  
فاز از یک سیستم قدرت جذب می نماید. جریان این موتور را بر حسب pu محاسبه کنید.  
قدرت مبنا ۱۰ MVA و ولتاژ مبنا ۱۳۸KV انتخاب گردند.

حل:

$$P = \frac{\Delta MW}{\Delta MVA} = \frac{8}{10} \text{ pu}$$

#### ۲-۵-۲ مقادیر نسبت به واحد در سیستم های سه فاز

در سیستم های سه فاز کمیت های اصلی مورد بحث از دیدگاه مقادیر نسبت به واحد  
عبارتند از:

۱- قدرت سه فاز بر حسب مگا ولت آمپر MVA

۲- ولتاژ خطی بر حسب کیلو ولت KV

۳- جریان خطی بر حسب آمپر A

۴- امپدانس معادل یک فاز بر حسب اهم  $\Omega$

قدرت مبنای سه فاز  $S_b$  بر حسب مگا ولت آمپر و ولتاژ مبنای خطی  $V_b$  بر حسب  
کیلو ولت بعنوان مقادیر اولیه مبنا انتخاب می شوند. اگر  $S_{b,0}$  و  $V_{p,0}$  و  $I_{p,0}$  بترتیب قدرت مبنای

$$\text{www.powerjam.ir}$$

$$|V| = 132 \text{ KV} = \frac{132 \text{ KV}}{128 \text{ KV}} = 1.056 \text{ pu}$$

$$V = 1.056 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$P = |V||I|\cos\Phi$$

$$P = 1.056 \times |I| \times 1.0$$

$$|I| = 1.046 \text{ pu} \quad I = 1.046 \angle 26.9^\circ \text{ pu}$$

## ۶-۲ تغییر مبنای مقادیر نسبت به واحد

بعضی اوقات امپدانس نسبت به واحد یک عنصری از سیستم قدرت در مبنای غیر از مبنای انتخاب شده برای آن قسمت از سیستم داده می شود. چون همه امپدانس های یک قسمت از سیستم باید بر حسب امپدانس مبنای آن قسمت بیان شوند، بنابراین باید بتوان امپدانس ها را از مبنای دیگر تبدیل نمود. اگر امپدانس عنصری را بر حسب  $\text{pu}$  با  $Z_{\text{pu}}$  و بر حسب اهم با  $Z$  نشان دهیم داریم:

$$Z_{\text{pu}} = \frac{Z}{Z_b} = \frac{Z}{\frac{V_b}{V_b'}} = Z \frac{S_b}{V_b'}$$

رابطه فوق نشان می دهد که امپدانس نسبت به واحد با قدرت مبنای نسبت مستقیم و با توان دوم ولتاژ مبنای نسبت معکوس دارد. حال اگر امپدانس این عنصر در مبنای قبلی  $(V_{b_{\text{old}}}, S_{b_{\text{old}}})$  برابر  $Z_{\text{pu}_{\text{old}}}$  و در مبنای جدید  $(V_{b_{\text{new}}}, S_{b_{\text{new}}})$  برابر  $Z_{\text{pu}_{\text{new}}}$  باشد مقدار امپدانس نسبت به واحد در مبنای جدید از رابطه زیر بدست می آید:

$$Z_{\text{pu}_{\text{new}}} = Z_{\text{pu}_{\text{old}}} \left( \frac{S_{b_{\text{new}}}}{S_{b_{\text{old}}}} \right) \left( \frac{V_{b_{\text{old}}}}{V_{b_{\text{new}}}} \right)^2 \quad (2-34)$$

مثال ۲-۴ راکتانس یک ژنراتور در مبنای مقادیر نامی ژنراتور  $21 \text{ KV}$ ,  $250 \text{ MVA}$ ,  $100 \text{ MVA}$  و  $20 \text{ KV}$  برابر  $0.2$  pu باشد. مبنای محاسبات سیستم  $20 \text{ KV}$  است. راکتانس این ژنراتور را در مبنای جدید محاسبه کنید.

حل:

$$X = 0.2 \left( \frac{100}{250} \right) \left( \frac{21}{20} \right)^2 = 0.182 \text{ pu}$$

۲۸

۲۹

## مسئائل فصل دوم

۱-۲ یک منع ولتاژ  $200$  ولتی باری با امپدانس  $200 \angle 10^\circ \text{ pu}$  اهم را تغذیه می کند.  
الف)  $R, Q, X, P$  و ضریب قدرت این بار را محاسبه کنید.

ب) اگر خازنی با قدرت راکتیو تولیدی  $1000$  وار با این بار موازی شود، قدرت های اکتیو و راکتیو تولید شده توسط منع و ضریب قدرت کل مدار را بدست آورید.  
۲-۲ اگر در مثال (۲-۲) امپدانس بین دو ماشین  $1$  و  $2$  برابر باشد، مشخص کنید کدام ماشین بصورت مولد و کدام بصورت موتور کار می کند. همچنین قدرت راکتیو تولید شده یا جذب شده هر ماشین و قدرت جذب شده اکتیو و راکتیو توسط امپدانس رابطه را بدست آورید.

۲-۳ یک موتور القائی سه فاز قدرت  $50$  اسب بخار در ولتاژ  $400$  ولت و ضریب قدرت  $0.8$  پس فاز به بار می دهد و ضریب بهره آن  $90$  درصد می باشد.

الف) قدرت مصرفی اکتیو و راکتیو و مختلط این موتور را بدست آورید.

ب) فرض کنید این موتور توسط یک منع تغذیه  $400$  ولت از طریق امپدانس  $5 \angle 10^\circ$  اهم (در هر فاز) تغذیه می شود. ولتاژ موتور، ضریب قدرت منع ولتاژ و بهره انتقال قدرت را بدست آورید.

۲-۴ یک موتور القائی سه فاز در ضریب قدرت  $0.8$  پس فاز و ولتاژ  $220$  ولت قدرت  $25$  کیلو وات جذب می کند. می خواهیم خازنی با این موتور موازی کنیم تا ضریب قدرت را به  $0.95$  برساند. قدرت این خازن و جریان موتور را قبل و بعد از نصب خازن محاسبه کنید.

۲-۵ راکتانس یک ژنراتور سه فاز  $200$  مگاوات آمپر،  $20$  کیلو ولت برابر  $0.5$  pu است.

الف) مقدار این راکتانس را بر حسب اهم بدست آورید.

ب) اگر مبنای سیستم  $100 \text{ MVA}$  و  $22 \text{ KV}$  در نظر گرفته شود، راکتانس مذکور را در مبنای سیستم بدست آورید.

۲-۶ موتور سنکرون سه فازی با مشخصات نامی  $200 \text{ MVA}$ ,  $200 \text{ KV}$  و راکتانس  $0.5$  pu از طریق امپدانس رابط  $20 \angle 10^\circ \text{ pu}$  مطابق شکل (۱۱-۲) به شیوه با ولتاژ ثابت  $21 \text{ KV}$  است. قدرت و ولتاژ مبنای سیستم را بر ترتیب  $100 \text{ MVA}$  و  $21 \text{ KV}$  در نظر گرفته و مدار معادل

۲-۹ شکل (۲-۱۴) ژنراتوری را نشان می دهد که از طریق خط انتقال باری را در انتهای خط تغذیه می کند. ولتاژ ابتدای خط را با  $V_1$  و ولتاژ انتهای خط را با  $V_2$  نشان می دهیم. امپدانس خط انتقال  $Z_L = R_L + jX_L$  اهم بوده و تلفات اکتیو و راکتیو خط  $P_L$  و  $Q_L$  در مقایسه با قدرت انتقالی از خط انتقال  $P$  و  $Q$  ناجیز و در مقایسه با آنها قابل صرف نظر کردن هستند.

(الف) ثابت کنید که برای  $P_L$  و  $Q_L$  بطور تقریبی روابط زیر را خواهیم داشت:

$$P_L = R_L \frac{P^* + Q^*}{|V|^2} \quad Q_L = X_L \frac{P^* + Q^*}{|V|^2} \quad (2-35)$$

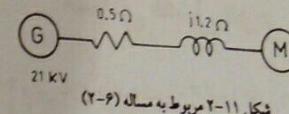
در روابط فوق از افت ولتاژ در خط صرف نظر شده و  $|V_2| = |V_1|$  در نظر گرفته شده است.

ب) اگر از  $P_L$  و  $Q_L$  در مقایسه با  $P$  و  $Q$  صرف نظر نشود و افت ولتاژ خط تیز متنظر گردد در اینصورت  $V_1$  و  $V_2$  و  $I_a$  بترتیب ولتاژ، قدرت اکتیو و قدرت راکتیو تولید شده در ابتدای خط (توسط ژنراتور) و  $V_1$  و  $P_L$  و  $Q_L$  بترتیب ولتاژ، قدرت اکتیو و قدرت راکتیو انتهای خط (مصرف فی بار) می باشند. چنانچه امپدانس بار  $Z_L = 80 + j6.5 \Omega$  و  $Z_s = 2 + j8 \Omega$  و لتاژ ابتدای خط  $V_1 = 30 \angle 0^\circ$  KV باشد (مدار یک فاز است) مطلوب است جریان خط، ولتاژ انتهای خط  $V_2$ ، افت ولتاژ خط،  $P_L$  و  $Q_L$  و  $P$  و  $Q$  و قدرت مصرف شده اکتیو و راکتیو در خط انتقال بر حسب MW و MVAr.

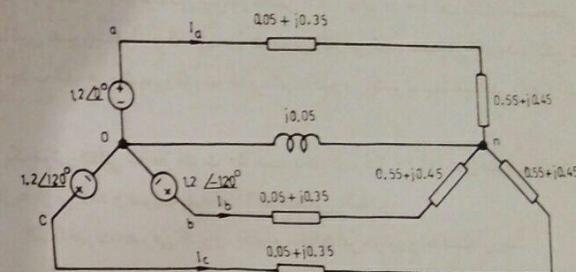
ج) ولتاژ متوسط  $V_1$  و  $V_2$  را با  $V$  نشان دهید. همچنین متوسط قدرت های اکتیو و راکتیو در ابتداد انتهای خط را بدست آورده و آنرا با  $P$  و  $Q$  نمایش دهید. سپس با جایگزینی مقادیر بدست آمده  $V$  و  $P$  و  $Q$  در روابط قسمت (الف) مساله، تلفات  $P_L$  و  $Q_L$  را بدست آورده با قسمت (ب) مقایسه کنید.

د) اگر افت ولتاژ خط را برابر  $|\Delta V| = |V_2| - |V_1|$  در نظر بگیریم و آنرا خیلی کوچکتر از  $|V_1|$  فرض کنیم. همچنین  $|\Delta V| = |V_2|$  فرض شود، ثابت کنید که رابطه افت ولتاژ نسبی (در صد افت ولتاژ) یارگولاسیون خط که بصورت  $\frac{|\Delta V|}{|V_1|}$  تعریف می شود از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{|\Delta V|}{|V|} = R_s \frac{P}{|V|^2} + X_L \frac{Q}{|V|^2} \text{ pu} \quad (2-36)$$

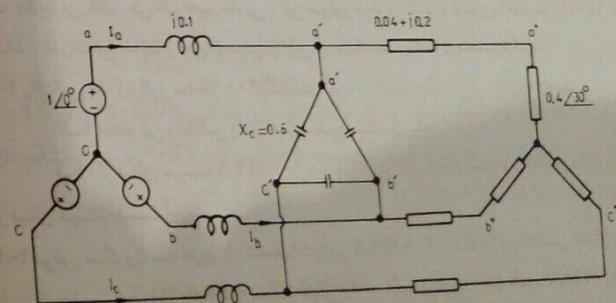


۲-۷ مدار معادل یک فاز مدار نشان داده شده در شکل (۲-۱۲) رارسم نمائید و جریانهای  $I_a$  و  $I_b$  را محاسبه کنید.

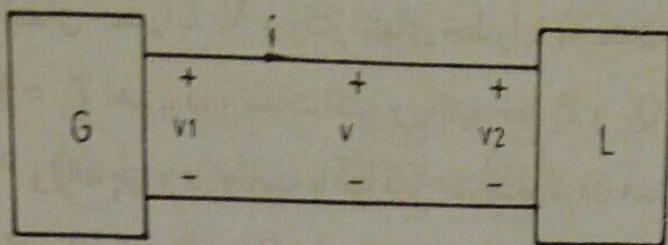


شکل ۲-۱۲ مربوط به مساله (۲-۷). مقادیر بر حسب pu مشخص شده اند.

۲-۸ جریانهای  $I_a$  و  $I_b$  و لتاژهای خطی و فازی ژنراتور را برای مدار نشان داده شده در شکل (۲-۱۲) بدست آورید (سیستم متقارن فرض شود).



شکل ۲-۱۳ مربوط به مساله (۲-۸). مقادیر بر حسب pu مشخص شده اند.



شکل ۲-۱۴ مربوط به مساله (۲-۹)

۲-۱۰ خط انتقال سه فازی در فرکانس  $50\text{ Hz}$  و با امپدانس  $Z = 0.5 + j2\Omega$  باری را در انتهای تغذیه می کند. بار مذکور در ضریب قدرت  $8/0$  پس فاز و ولتاژ  $10\text{ KV}$  قدرت  $200\text{ KW}$  را جذب می کند.

(الف) ولتاژ ابتدای خط و قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ابتدای خط را بدست آورید.

(ب) اگر ولتاژ ابتدای خط  $10\text{ KV}$  و بار انتهای خط دارای امپدانس  $Z_L = 18 + j45\Omega$  با اتصال مثلث باشد، ولتاژ انتهای خط را محاسبه کنید.

(ج) برای اینکه ولتاژ انتهای خط را در حالت (ب) نیز به  $10\text{ KV}$  برسانیم تا افت ولتاژ خط جبران شود، سه خازن مساوی با بار بصورت ستاره موازی می کنیم. قدرت و ظرفیت این خازنها را محاسبه نمائید.

(د) ولتاژ مبدأ و قدرت مبدأ را بترتیب  $10\text{ KV}$  و  $10/5\text{ MVA}$  در نظر گرفته و قسمت های (الف) و (ب) و (ج) را در سیستم  $pU$  حل نمائید. و جوابهای بدست آمده را با مقادیر قبلی مقایسه کنید.

# فصل سوم

## پارامترهای خطوط انتقال

### ۱-۳ مقدمه

خطوط انتقال وسیله انتقال انرژی الکتریکی از محل تولید به محل های مصرف می باشند. این انرژی تحت ولتاژ های بالا از طریق خطوط هوائی، کابل های زیرزمینی و یا خطوط عایق شده با گاز انتقال می یابد. اکثر خطوط انتقال موجود در دنیا از نوع خطوط هوائی<sup>۱</sup> سه فاز با هادیهای لخت<sup>۲</sup> هستند که عایق بین هادیها هوا می باشد. با افزایش ولتاژ یک خط، افت ولتاژ و تلفات خط کاهش یافته و قابلیت انتقال قدرت<sup>۳</sup> افزایش می یابد.

ولتاژ خطوط انتقال از سال ۱۸۹۰ میلادی از سطح ۷KV به ۳۳۰۰ در سال ۱۸۹۶ رسید که قدرت ۱۰ MW را از آبشار نیاگارا به بوفالو نیویورک با طول ۳۲ Km انتقال می داد. در سال ۱۹۳۶ خط انتقال ۲۸۷ KV با قدرت انتقالی ۴۳۰ Km با قدرت ۲۴۰ MW نصب گردید. اولین خط انتقال ۴۰۰ KV که ژنراتورهای آبی شمال سوئد را به بارهای جنوبی آن کشور متصل می کرد شروع بکار کرد. در سال ۱۹۶۴ بهره برداری از اولین خط انتقال ۵۰۰ KV در ویرجینیا آغاز شد. در همان سال کمپانی هیدروکبک<sup>۴</sup> در کانادا خط انتقال ۷۳۵ KV خود را بطول ۶۰۰ Km مورد استفاده قرار دارد. در سال ۱۹۶۹ خط ۷۶۵ KV توسط AEP در آمریکا نصب گردید. از سال ۱۹۸۰ بی بعد نیز برنامه ریزی و مطالعه جهت استفاده از خطوط ۱۱۰۰ KV آغاز شده است.

- 
1. Aerial Lines (Overhead Lines)
  2. Bare Conductors
  3. Power Transmittability
  4. Hydro Quebec

می بارد، در حالیکه مخارج ثابت شامل برجهای انتقال، مقعره ها و ... بازیاد شدن ولتاژ

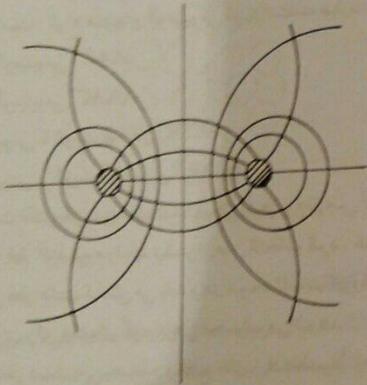
افزایش می باید. همانطوریکه در شکل (۱-۳) نشان داده شده است، مخارج کل انتقال در

سطح ولتاژ مشخصی به حداقل می رسد. این ولتاژ بهبه اقتصادی<sup>۱</sup> باضافه شدن طول خط

افزایش می باید.

خطوط هوایی و یا از طریق عالیهای<sup>۱</sup> کابل ها در نظر گرفته می شود. از آنجاییکه نشت بر روی مقعره ها در خطوط هوایی قابل صرفنظر است لذا آنرا در محاسبات برای صفر متوجه می کیم.

بر اثر عبور جریان از یک خط انتقال، میدانهای مغناطیسی و الکتریکی در اطراف آن بوجود می آیند. شکل (۳-۲) یک خط انتقال یک قاز را با میدانهای مغناطیسی و الکتریکی مربوط به آن نشان می دهد. خطوط شار مغناطیسی<sup>۲</sup> حلقه های سهت ای را تشکیل می دهد و خطوط شار الکتریکی<sup>۳</sup> از بارهای الکتریکی مثبت یک هادی شروع و به بارهای منفی روی هادی دیگر ختم می شوند.

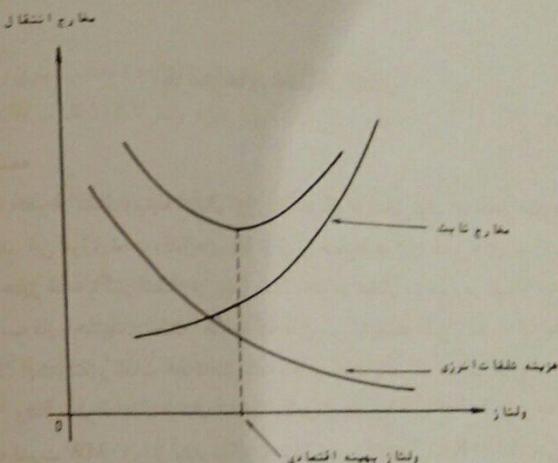


شکل ۳-۲ میدانهای مغناطیسی و الکتریکی مربوط به یک خط در میانه

تغییر جریان در هادیها باعث تغییر در تعداد خطوط مغناطیسی پیوست با مدار می گردد. اندوکتانس خاصیتی از مدار است که نسبت ولتاژ القاء شده بر اثر تغییر شار به آنگ تغییر جریان<sup>۴</sup> نسبت به زمان را نشان می دهد. کاباسیتانس پدیده است که بین دو هادی بوجود

1. Insulations
2. Magnetic Flux
3. Electric Flux
4. Rate of Change of Current

۳۵



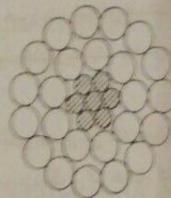
شکل ۱-۳ انتخاب سطح ولتاژ بهبه اقتصادی

یک خط انتقال دارای چهار پارامتر است: اندوکتانس، کاباسیتانس، مقاومت<sup>۲</sup> و کندوکتانس<sup>۳</sup>. در این فصل سه پارامتر اول مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت. کندوکتانس بین هادیها و یا بین هادیها و زمین بخارط جریان نشست<sup>۴</sup> بر روی مقعره های<sup>۵</sup>

1. Optimum Economic Voltage
2. Resistance
3. Conductance
4. Leakage Current
5. Insulators

۳۶

استفاده می شود. این رشته ها از نظر التکریکی موادی یکنیگر بروند و در طول همان رشته صورت مارپیچ بوده و هم قرار دارند. برای بالا بردن استقامت مکانیکی هادیها درین آنها را با رشته های فولادی با آلیله های فلزی دیگر تقویت می کنند تا درین هادیها از این نوع هادیها ACSR و یا ACAR بدمست می آید. هادی ACSR بیشتر از تمام هادیهای دکتر شده در خطوط انتقال بکار می رود. شکل (۳-۲) یک هادی آلومینیوم با تقویت فولادی (ACSR) را نشان می دهد. در این هادی لارشته فولادی هست مرکزی را تشکیل می دهد و اطراف آنها از این رشته های آلومینیومی قرار دارد. رشته های آلومینیومی در در لایه خارجی ۲۶ عدد می باشد. مشخصات چین هادی بصورت (۷/۸۱/۴۰) و با وزن خلاصه ۲۲/۷ نشان داده می شود.



شکل ۳-۲ هادی آلومینیومی با تقویت فولادی ۲۲/۷

### ۳-۳ مقاومت خطوط انتقال

عامل اصلی تلفات توان در یک خط انتقال مقاومت اهمی آن می باشد. مقاومت موتور یک خط انتقال که به مقاومت AC موسوم است طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$R = \frac{\text{تلفات قدرت در هادی}}{\Omega} \quad (3-1)$$

در این رابطه تلفات قدرت بر حسب وات و اجریان موتور هادی بر حسب آمپر می باشد، مقاومت DC خط انتقال برابر است با:

$$R_s = \frac{\rho l}{A} \quad (3-2)$$

در این رابطه  $\rho$  مقاومت ویژه هادی بر حسب اهم-متر،  $A$  طول هادی بر حسب متر و  $A$  سطح مقطع هادی بر حسب متر مربع است. مقدار  $\rho$  برای آلومینیوم در حرارت ۲۰ درجه سانتیگراد برابر  $\Omega \cdot m$   $2/83 \times 10^{-8}$  است. مقدار مقاومت ویژه  $\rho$  و در نتیجه مقاومت DC بر از

من آید و برای است باندست بار الکتریکی روی هادیها به اختلاف پتانسیل بین آنها مقاومت و اندوکتانس، امیدانس های سری خط را تشکیل می دهد. کندوکتانس و کاپاکسیتانس بین هادیهای یک فاز و یا بین یک هادی و نقطه صفر یک خط سه فاز، امیدانس موافق خط انتقال می باشد. گرچه مقاومت، اندوکتانس و کاپاکسیتانس در طول خط به طور یکنواخت گستردند، لیکن مدار معادل خط انتقال را بصورت پارامترهای منظر کرنشان می دهد.

### ۳-۴ انواع هادیهای خط انتقال

در سالهای اولیه انتقال ارزی، از هادیهای مسی استفاده می شد، اما در حال حاضر هادیهای آلومینیومی کاملاً جایگزین هادیهای مسی شده اند. علت استفاده از آلومینیوم وزن سبکر و قیمت کمتر است. انواع هادیهای آلومینیومی مورد استفاده عبارتند از:

هادی تمام آلومینیومی<sup>۳</sup> AAC

هادی آلیاز آلومینیومی<sup>۴</sup> AAAC

هادی آلومینیومی با تقویت فولادی<sup>۵</sup> ACSR

هادی آلومینیومی با تقویت آلیاز فلزی<sup>۶</sup> ACAR

قابلیت هدایت الکتریکی و استقامت مکانیکی آلومینیوم از مس کمتر است. لذا برای عبور جریان مساوی، فقط آلومینیوم را باید بیشتر از مس انتخاب کرد. تنش الکتریکی<sup>۷</sup> هادی آلومینیومی با افزایش فلز هادی کاهش می یابد و در نتیجه تلفات کرونا<sup>۸</sup> کم می شود و این موضوع نیز امیاز دیگری برای هادیهای آلومینیومی محاسب می شود.

در عمل بخارت دست یابی به سطح مقطع های زیاد معمولاً از هادیهای رشته ای<sup>۹</sup>

1. Uniformely Distributed
2. Lumped Parameters
3. All Aluminum Conductor
4. All Aluminum Alloy Conductor
5. Aluminum conductor Steel Reinforced
6. Aluminum Conductor Alloy Reinforced
7. Electrical Stress
8. Corona Loss
9. Stranded Conductors

$$R_t = R_0 [1 + \alpha(t - t_0)] \quad (3-3)$$

تغییر می کند و اگر ضریب نفوذ مغناطیسی  $\alpha$  ثابت فرض شود شار پیوست مناسب است با جریان، و بنابراین ولتاژ القاء شده مناسب است با آهنگ تغییرات جریان تسبیت به زمان، این تناسب را می توان بصورت زیر نوشت:

$$e = L \frac{di}{dt} \quad (3-5)$$

که آن ضریب تناسب رابطه فوق اندوکتانس نامیده می شود و واحد آن هاری (H) است. با مقایسه دو رابطه (3-4) و (3-5) داریم:

$$L = \frac{d\tau}{di} \quad H \quad (3-6)$$

اگر شار مغناطیسی پیوست مدار بر حسب جریان بصورت خطی تغییر کند (ضریب نفوذ مغناطیسی ثابت باشد) داریم:

$$L = \frac{\tau}{i} \quad H \quad (3-7)$$

در اینجا  $\tau$  و مقادیر لحظه ای شار پیوست و جریان الکتریکی هستند. اگر جریان سینوسی باشد شار پیوست نیز سینوسی بوده و چنانچه  $\tau$  و مقادیر فازور شار پیوست و جریان در نظر گرفته شوند خواهیم داشت:

$$\psi = LI \quad L = \frac{\Psi}{I} \quad \text{ویا} \quad (3-8)$$

چون  $\tau$  و آن فاز هستند  $\tau$  یک عدد حقیقی خواهد بود. مقدار فازور افت ولتاژ برای شار پیوست نیز از رابطه زیر بدست می آید:

$$V = j\omega LI = j\omega \psi \quad (3-9)$$

### 3-5 اندوکتانس یک هادی برای شار داخلی<sup>2</sup>

تغییر خطوط شار در داخل هادی، در ولتاژ القاء شده مدار و در نتیجه اندوکتانس آن

1. Permeability
2. Internal Flux

در این رابطه  $\alpha$  ضریب حرارت هادی است. این ضریب برای آلمینیوم در حرارت ۲۰ درجه سانتیگراد برابر  $0.0039$  می باشد. در رابطه (3-3) می توان  $\alpha$  را برابر  $20^\circ$  در نظر گرفت و با استفاده از  $\alpha = 0.0039$  و  $R_0$  که مقاومت هادی در  $20^\circ$  می باشد مقاومت هادی  $R_t$  را در درجه حرارت  $t$  بدست آورد.

مقاومت موئر AC چند درصد از مقاومت DC بیشتر است زیرا:

1- هادیهای خطوط انتقال بصورت رشته ای هستند که بصورت مارپیچ روی هم قرار گرفته اند، لذا طول رشته ها از طول هادی بیشتر بوده و در نتیجه مقاومت خط افزایش می یابد.

2- جریان AC که از یک هادی عبور می کند بطور یکنواخت در سطح مقطع هادی توزيع نمی شود بلکه چگالی جریان در نزدیک مرکز هادی کمتر بوده و تمايل دارد که در سطح جانبی هادی تمرکز یابد. این موضوع به اثر پوستی<sup>1</sup> معروف است. اثر پوستی باعث کاهش سطح مقطع موئر و در نتیجه افزایش مقاومت هادی می گردد.

### 3-4 تعریف اندوکتانس

ولتاژ القاء شده<sup>2</sup> در یک مدار برابر است با آهنگ تغییرات شار پیوست<sup>3</sup> نسبت به زمان در آن مدار:

$$e = \frac{d\tau}{dt} \quad (3-4)$$

در این رابطه  $\tau$  ولتاژ القاء شده بر حسب ولت و  $\tau$  شار پیوست مدار بر حسب ویر-دور (wb-t) می باشد.

برای تغییر جریان یک مدار، میدان مغناطیسی آن (که با شار پیوست بیان می شود) نیز

1. Skin Effect
2. Induced Voltage
3. Linkage Flux

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi r} \text{ wb/m}$$

در اینجا  $|I|$  ضریب نفوذ مغناطیسی هادی می باشد. برای محاسبه  $dx$  در شکل (۳-۴) شار مغناطیسی در واحد طول برابر است با:

$$d\Phi = \frac{\mu I}{2\pi r} dx \text{ wb/m}$$

شار پیوست در واحد طول  $d\psi$  که برای شار عنصر با محاسبه  $dx$  بوجود می آید برابر است با:

$$d\psi = \frac{\pi x'}{\pi r} d\Phi = \frac{\mu x' I}{2\pi r} dx \text{ wb/m}$$

با انتگرال گیری در فاصله  $x=0$  تا  $x=r$  کل شار پیوست داخلی محاسبه می شود:

$$\Psi_{int} = \int_0^r \frac{\mu x'}{2\pi r} Idx$$

$$\Psi_{int} = \frac{\mu I}{8\pi} \text{ wb/m} \quad (3-10)$$

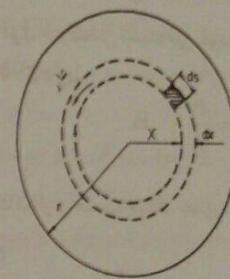
در صورتیکه ضریب نفوذ مغناطیسی نسبی برابر یک باشد ( $\mu_r = 1$ ) در اینصورت:

$$\mu = \mu_r \mu_s = \mu_s = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (3-11)$$

$$\Psi_{int} = \frac{1}{2} I \times 10^{-9} \text{ wb/m} \quad (3-12)$$

ولذا می توان اندوکتانس هادی برای شار داخلی را از رابطه  $L_{int} = \frac{\Psi_{int}}{I}$  مطابق زیر نشان داد:

$$L_{int} = \frac{1}{2} \times 10^{-9} \text{ H/m} \quad (3-13)$$



شکل ۳-۴ سطح مقطع یک هادی استوانه ای

جریان محصور شده به شعاع  $X$  برابر است با:

$$I_x = \frac{\pi x'}{\pi r} I = \frac{x'}{r} I$$

در این رابطه  $I$  جریان کل هادی و  $X$  شعاع هادی می باشد. چنانچه رابطه قانون آمپر را برای مسیر به شعاع  $X$  بنویسیم:

$$I_x = \oint H_x ds$$

که  $H_x$  شدت میدان مغناطیسی<sup>۱</sup> در هر نقطه از مسیر دایره ای به شعاع  $X$  بر حسب آمپر دور بر متر (At/m) می باشد، با فرض توزیع یکنواخت چگالی جریان<sup>۲</sup> داریم:

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi X} = \frac{x'}{r^2} I \frac{1}{2\pi X} = \frac{x'}{2\pi r} I \text{ At/m}$$

#### 1. Magnetic Field Intensity

#### 2. Current Density

شار پیوست کل بین نقاط  $P_1$  و  $P_2$  با انگرال گیری از رابطه فوق در حدود  $x = D_r$  و  $x = D_t$  بدست می آید:

$$\Psi_{12} = \int_{D_r}^{D_t} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_t}{D_r} \quad wb - t/m$$

برای  $\mu_r = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m و  $\mu_t = 1$  داریم:

$$\Psi_{12} = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_t}{D_r} \quad wb - t/m \quad (3-14)$$

اندوکتانس هادی فقط برای شار محصور بین  $P_1$  و  $P_2$  برابر است با:

$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_t}{D_r} \quad H/m \quad (3-15)$$

### ۳-۷ اندوکتانس خط یک فاز دو سیمه

در شکل (۳-۶) دو هادی استوانه ای توابع با شعاع های  $r_1$  و  $r_2$  که به فاصله  $D$  از یکدیگر قرار گرفته اند نشان داده شده است. ابتدا فقط شار پیوست مدار را که برای جریان هادی ۱ ایجاد می شود در نظر می گیریم. اندوکتانس مدار برای عبور جریان از هادی ۱ از مجموع اندوکتانس های بدست آمده برای شار پیوست داخلی و خارجی هادی بدست می آید. اندوکتانس بخاطر شار خارجی با جایگزینی  $D = D_r$  و  $r_1 = D_t$  در رابطه (۳-۱۵) بدست می آید:

$$L_{1_{ext}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1} \quad H/m \quad (3-16)$$

و اندوکتانس فقط بخاطر شار داخلی نیز مطابق رابطه (۳-۱۳) برابر است با:

$$L_{1_{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \quad H/m$$

کل اندوکتانس مدار بخاطر عبور جریان از هادی ۱ از رابطه زیر حساب می شود:

$$L_1 = \left( \frac{1}{2} + 2 \ln \frac{D}{r_1} \right) 10^{-7} = 2 \times 10^{-7} \left( \frac{1}{2} + \ln \frac{D}{r_1} \right)$$

شکل (۳-۵) یک هادی استوانه ای با شعاع ۲ حامل جریان ۱ را نشان می دهد.

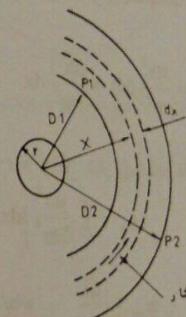
دو نقطه  $P_1$  و  $P_2$  را در فواصل  $D_r$  و  $D_t$  از مرکز هادی در نظر بگیرید. شدت میدان

معناتیسی در نقطه ای به فاصله  $x$  از مرکز هادی طبق قانون آمپر برابر است با:

$$H_x = \frac{I}{2\pi x} \quad At/m$$

برای عنصر با ضخامت  $dx$  که در شکل (۳-۵) نشان داده شده است چگالی شار از رابطه زیر بدست می آید:

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\pi x} \quad wb/m^2$$



شکل ۳-۵ هادی استوانه ای و شار پیوست خارجی

شار  $\Phi$  در عنصر با ضخامت  $dx$  برای طول یک متر برابر است با:

$$d\Phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \quad wb/m$$

شار خارجی<sup>۱</sup> هادی با تمام جریان هادی پیوست می باشد، بنابراین:

$$d\psi = d\Phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \quad wb/m$$

### 1. External Flux

محل اشعاع هادیهای یک خط تک فاز مساوی هستند، لذا با جایگزینی  $r'_1 = r'_2$  در رابطه (۳-۲۱) داریم:

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad \text{H/m} \quad (3-22)$$

در این رابطه  $D = 0.7788\pi$  شاعع متوسط هندسی GMR هر یک از هادیهای خط پک فاز می‌باشد. رابطه (۳-۲۲) اندوکتانس یک خط دو سیمه را نشان می‌دهد. اندوکتانس هر هادی نصف آن بوده و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad \text{H/m} \quad (3-23)$$

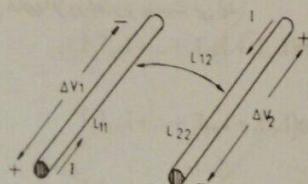
اندوکتانس خط یک فاز دو سیمه را می‌توان بر حسب اندوکتانس ظاهری خود القاء<sup>۱</sup> هر هادی و اندوکتانس ظاهری متقابل<sup>۲</sup> بین آنها نوشت. شکل (۳-۷) خط یک فاز را در واحد طول (یک متر) نشان می‌دهد. اندوکتانس‌های ظاهری خود القاء دو هادی در واحد طول به ترتیب با  $L_{11}$  و  $L_{22}$  و اندوکتانس ظاهری متقابل آنها در واحد طول با  $L_{12}$  نشان داده شده است. افت ولتاژ‌های  $\Delta V_1$  و  $\Delta V_2$  (افت ولتاژ در واحد طول هر یک از هادیها) از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\Delta V_1 = j\omega L_{11}I - j\omega L_{12}I$$

$$\Delta V_2 = j\omega L_{22}I - j\omega L_{12}I$$

افت ولتاژ کل در مدار این چنین محاسبه می‌شود:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = j\omega(L_{11} + L_{22} - 2L_{12})I$$



شکل ۳-۷ خط پک فاز دو سیمه در واحد طول

1. Apparent Self Inductance

2. Apparent Mutual Inductance

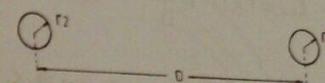
۴۵

$$= 2 \times 10^{-7} \left( \ln \frac{1}{r'_1} + \ln \frac{D}{r'_1} \right) = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_1} \quad \text{H/m}$$

$$\text{اگر } r'_1 \text{ را برابر } r_e \text{ جایگزین کنیم داریم:} \\ L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_1} \quad \text{H/m} \quad (3-17)$$

در این رابطه  $r'_1$  را می‌توان شاعع یک هادی فرضی در نظر گرفت که اندوکتانس داخلی آن صفر بوده لیکن اندوکتانس آن با اندوکتانس هادی واقعی با شاعع  $r_e$  برابر است.

$$r'_1 = r_e \frac{1}{e} = 0.7788 r_e \quad (3-18)$$



شکل ۳-۶ خط پک فاز دو سیمه

با توجه به روابط (۳-۱۷) و (۳-۱۸) در محاسبات اندوکتانس، از اندوکتانس داخلی صرفنظر می‌کنیم و در عرض بجای شاعع  $r'_1$  از استفاده کرده و از رابطه (۳-۱۷) مستقیماً اندوکتانس را بدست می‌آوریم. کمیت  $r'_1$  بعنوان «شعاع متوسط هندسی»<sup>۱</sup> هادی توبیر (GMR) معروف است.

بطور مشابه اندوکتانس مدار براثر عبور جریان از هادی ۲ برابر است با:

$$L_r = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_2} \quad \text{H/m} \quad (3-19)$$

$$r'_2 = r_e \frac{1}{e} = 0.7788 r_e \quad (3-20)$$

و اندوکتانس کل مدار این چنین محاسبه می‌شود:

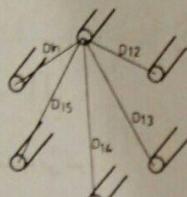
$$L = L_1 + L_r = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt{r'_1 r'_2}} \quad \text{H/m} \quad (3-21)$$

1. Geometric Mean Radius

۴۶

$$L_{jj} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r_j} \quad H/m \quad (3-27)$$

$$L_{jk} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{D_{jk}} \quad H/m \quad (3-28)$$

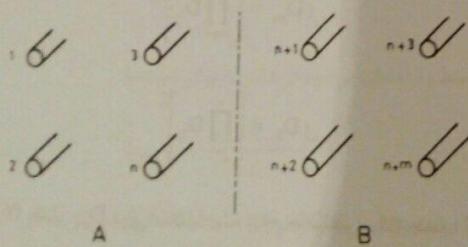


شکل ۳-۸ مجتمع n هادی

در این روابط  $r$  شعاع هادی شماره  $j$  و  $D_{jk}$  فاصله دو هادی  $j$  و  $k$  از یکدیگر می‌باشد.

### ۳-۹ اندوکتانس خطوط انتقال مركب

يکی از کاربردهای مهم معادلات (۳-۲۶) محاسبه اندوکتانس خط یک فاز دویمه مركب می‌باشد. فرض کنید که هادی A (هادی رفت) از  $n$  رشته مشابه با جریان  $\frac{I}{n}$  و هادی B (هادی برگشت) از  $m$  رشته مشابه با جریان  $\frac{I}{m}$  تشکیل شده باشند.



شکل ۳-۹ سیستم یک فاز با در هادی مركب

1. Multiconductor Lines

$$L = L_{11} + L_{rr} - 2L_{rr} \quad H/m \quad (3-24)$$

اندوکتانس خط را با توجه به رابطه (۳-۲۱) بصورت زیر می‌توان نوشت:

$$L = 2 \times 10^{-7} \left( \ln \frac{1}{r_1} + \ln \frac{1}{r_r} - 2 \ln \frac{1}{D} \right) \quad H/m$$

به این ترتیب اندوکتانس های ظاهری خود القاء و القاء متقابل بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$L_{11} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r_1}$$

$$L_{rr} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r_r} \quad (3-25)$$

$$L_{1r} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{D}$$

### ۳-۸ برومس مجتمع هادیها

مطالعه مجتمعی که دارای چندین هادی می‌باشد مارا قادر می‌سازد تا بتوانیم اندوکتانس چنین هادی هایی را در وضعیت های مختلف بدست آوریم. گروهی از هادیها را مطابق شکل (۳-۸) در نظر بگیرید. مجموع جریان این هادیها برابر صفر است. افت ولتاژ در واحد طول هر یک از این هادیها از روابط زیر بدست می‌آید:

$$V_i = j\omega(L_{11}I_1 + L_{1r}I_r + \dots + L_{1n}I_n)$$

$$V_r = j\omega(L_{rr}I_1 + L_{rr}I_r + \dots + L_{rn}I_n) \quad (3-26)$$

$$\vdots$$

$$V_n = j\omega(L_{nn}I_1 + L_{nr}I_r + \dots + L_{rr}I_n)$$

هر یک از اندوکتانس های ظاهری خود القاء و القاء متقابل  $L_{11}$  و  $L_{jk}$  از روابط زیر محاسبه

رشته های هادی A می باشد، به این ترتیب داریم:

$$V_i = 2 \times 10^{-3} j\omega I \ln \frac{D_{m_i}}{D_S} \quad (3-33)$$

برای رشته شماره ۱ در هادی A می توان نوشت:

$$V_1 = 2 \times 10^{-3} j\omega I \ln \frac{D_{m_1}}{D_S} \quad (3-34)$$

$$D_{m_1} = \left[ \prod_{j=n+1}^{n+m} D_j \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3-35)$$

$$D_S = \left[ \prod_{j=1}^n D_j \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3-36)$$

اندوکتانس L برای رشته هادی شماره ۱ از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 = j\omega L_1 \frac{1}{n} \quad (3-37)$$

از مقایسه دو رابطه (3-34) و (3-37) داریم:

$$L_1 = 2 \times 10^{-3} n \ln \frac{D_{m_1}}{D_S} \quad (3-38)$$

اندوکتانس متوسط رشته های موجود در هادی A برابر است با:

$$L_{av} = \frac{L_1 + L_2 + \dots + L_n}{n}$$

و چون n رشته در هادی A با یکدیگر موازی هستند لذا اندوکتانس کل هادی A برابر است با:

$$L_A = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_1 + L_2 + \dots + L_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i \quad (3-39)$$

$$V_i = 2 \times 10^{-3} j\omega \left( I \sum_{j=1}^n \ln \frac{1}{D_j} - \frac{1}{m} \sum_{j=n+1}^{n+m} \ln \frac{1}{D_j} \right) \quad (3-40)$$

از طرفی می توان نوشت:

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \ln \frac{1}{D_j} = \ln \frac{1}{\left[ \prod_{j=1}^n D_j \right]^{\frac{1}{n}}}$$

بنابراین افت ولتاژ V این چنین محاسبه می شود:

$$V_i = 2 \times 10^{-3} j\omega I \ln \left[ \frac{\left[ \prod_{j=n+1}^{n+m} D_j \right]^{\frac{1}{m}}}{\left[ \prod_{j=1}^n D_j \right]^{\frac{1}{n}}} \right] \quad (3-40)$$

در این رابطه  $D_{11} = I$  بوده و علامت  $\prod$  نشان دهنده عامل ضرب است.

صورت و مخرج رابطه (3-40) را می توان مطابق زیر تعریف نمود:

$$D_{m_1} = \left[ \prod_{j=n+1}^{n+m} D_j \right]^{\frac{1}{m}} \quad (3-41)$$

$$D_S = \left[ \prod_{j=1}^n D_j \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3-42)$$

در رابطه (3-41) مقدار  $D_{m_1}$  برابر است با رشته  $m$  حاصلضرب  $m$  جمله، که هر یک از این جملات فاصله رشته هادی ۱ از همه رشته های هادی B می باشد. در رابطه (3-42) نیز  $D_S$  برابر است با رشته  $n$  حاصلضرب  $n$  جمله، که هر یک از جملات فاصله رشته هادی ۱ از همه

هارا می توان از رابطه زیر تعیین کرد:

$$L = L_A = L_B = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR} \quad H/m \quad (3-44)$$

در این رابطه:

$$GMD = \left[ \prod_{i=1}^n \prod_{j=n+1}^n D_{ij} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3-45)$$

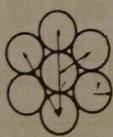
$$GMR = \left[ \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{n+m} D_{ij} \right]^{\frac{1}{n+m}} \quad (3-46)$$

روابط کلی (۳-۴۱) و (۳-۴۲) را به شکل های زیر نیز می توان نوشت:

$$D_m = \sqrt[n+m]{D_{1,n+1} \dots D_{1,n+m} D_{2,n+1} \dots D_{2,n+m} \dots D_{n,n+1} \dots D_{n,n+m}} \quad (3-47)$$

$$D_{S_A} = \sqrt[n]{(D_{1,1} \dots D_{1,n})(D_{2,1} \dots D_{2,n}) \dots (D_n,1 \dots D_{nn})} \quad (3-48)$$

مثال ۱-۳-۱ یک هادی ۷ رشته ای با شعاع ۲ مطابق شکل (۱۰-۳) را در نظر بگیرید.  $D_s$  یا GMR این هادی را محاسبه کنید.



شکل ۱۰-۳-۱ هادی ۷ رشته ای

حل:

$$D_s = \sqrt[7]{r^{1/7} (2r)^7 (2\sqrt{2}r)^7 (4r)^7} \\ = \sqrt[7]{(r/1767r)^7 r^7 (2r)^7 (2\sqrt{2}r)^7 (4r)^7} = 2/1767r$$

مثال ۱-۳-۲ یک خط انتقال یک فاز مطابق شکل (۱۱-۳) از سه سیم توپر به شعاع ۲۵cm برای

$$L_A = 2 \times 10^{-7} \ln \left[ \frac{\left( \prod_{i=1}^n D_{m_i} \right)^{\frac{1}{n}}}{\left( \prod_{i=1}^n D_{s_i} \right)^{\frac{1}{n}}} \right] \quad (3-48)$$

صورت و مخرج رابطه (۳-۴۰) را مطابق زیر تعریف می کنیم:

$$D_m = \left[ \prod_{i=1}^n D_{m_i} \right]^{\frac{1}{n}} = \left[ \prod_{i=1}^n \prod_{j=n+1}^{n+m} D_{ij} \right]^{\frac{1}{n+m}} \quad (3-49)$$

$$D_{S_A} = \left[ \prod_{j=1}^n D_{S_j} \right]^{\frac{1}{n}} = \left[ \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^n D_{ij} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3-50)$$

$D_m$  nm ام حاصلضرب جمله است که این جملات فواصل n رشته مربوط به هادی A از m رشته مربوط به هادی B می باشند.  $D_m$  را فاصله متوسط هندسی<sup>۱</sup> نامیده آنرا با علامت اختصاری GMD نیز نشان می دهن.  $D_{S_A}$  nm حاصلضرب n جمله است که این جملات فواصل n رشته مربوط به هادی A از یکدیگر می باشند. باید دقت نمود که جمله  $D_s$  برابر r است.  $D_{S_A}$  را شعاع متوسط هندسی<sup>۲</sup> هادی A می نامند و آنرا با علامت اختصاری GMR نشان می دهن. رابطه اندوکتانس هادی A را می توان این چنین نوشت:

$$L_A = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_{S_A}} \quad H/m \quad (3-51)$$

اندوکتانس هادی B نیز به روش مشابه قابل محاسبه است. اندوکتانس کل مدار نیز از جمع اندوکتانس های دو هادی A و B بدست می آید.

در خط انتقال هادی های A و B کاملاً مشابه هستند، لذا اندوکتانس هر یک از هادی

1. Geometric Mean Distance

2. Geometric Mean Radius

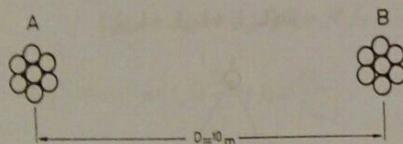
$$D_{S_0} = \sqrt{(\cdot / 5 \times \cdot / 778 \times 10^{-3})^2 \times 5} = 0.1395 \text{ m}$$

$$L_A = 2 \times 10^{-9} \ln \frac{\lambda / 51}{0.1395} = 5.94 \times 10^{-9} \text{ H/m}$$

$$L_B = 2 \times 10^{-9} \ln \frac{\lambda / 51}{0.1395} = 5.22 \times 10^{-9} \text{ H/m}$$

$$L = L_A + L_B = 14.21 \times 10^{-9} \text{ H/m}$$

$$= 14.21 \text{ mH/Km}$$



شکل ۳-۱۲ خط یک فاز با هادیهای رشته ای

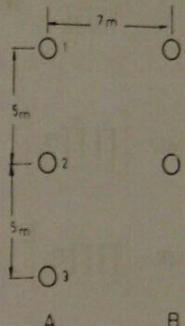
اگر خط یک فاز از دو هادی رشته ای تشکیل شده باشد احتیاجی به محاسبه GMD نیست و این مقدار برابر با فاصله مرکز دو هادی می باشد. مثلاً اگر هادی مثال (۳-۱)، ۷ رشته ای، بعنوان هادی رفت و بروگشت اختخاب شود و فاصله هادیها از یکدیگر مطابق شکل (۳-۱۲) ۱۰m و شعاع هر رشته در هادیها  $8/4 \text{ cm}$  باشد داریم:

$$D_m = D = 10 \text{ m}$$

$$D_{S_A} = D_{S_B} = 2/1767 \times 0.84 \times 10^{-3} = 0.183 \text{ m}$$

$$L_A = L_B = 2 \times 10^{-9} \ln \frac{10}{0.183} = 12.6 \times 10^{-9} \text{ H/m}$$

اگر در شکل (۳-۱۱) هادیهای بکار رفته هر کدام رشته ای باشند در اینصورت در رابطه



شکل ۳-۱۱ مریوط به مثال (۳-۲)

حل: ابتدا GMD بین هادی های A و B را بدست می آوریم:

$$D_m = \sqrt[5]{D_{11} D_{12} D_{13} D_{22} D_{23}}$$

$$D_{11} = D_{22} = V \text{ m}$$

$$D_{12} = D_{13} = D_{23} = \sqrt{V^2 + V^2} = \lambda / 6 \text{ m}$$

$$D_{rr} = \sqrt{V^2 + V^2} = 12/2 \text{ m}$$

$$D_m = \sqrt[5]{V^5 \times \lambda / 6^5 \times 12/2} = \lambda / 51 \text{ m}$$

حال GMR را برای هادی A محاسبه می کنیم:

$$D_{S_A} = \sqrt[5]{D_{11} D_{12} D_{13} D_{22} D_{23} D_{33} D_{rr}}$$

(۳-۴۹)

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = r' = \cdot / \cdot 25 \times \cdot / 7788 = 0.0195 \text{ m}$$

$$D_s = \sqrt[5]{(0.0195)^5 \times V^5 \times 12/2} = 0.426 \text{ m}$$

$$V_a = 2 \times 10^{-v} j\omega \left( I_a \ln \frac{1}{r'_a} + I_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c \ln \frac{1}{D_{ac}} \right)$$

$$V_b = 2 \times 10^{-v} j\omega \left( I_a \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_b \ln \frac{1}{r'_b} + I_c \ln \frac{1}{D_{bc}} \right) \quad (3-51)$$

$$V_c = 2 \times 10^{-v} j\omega \left( I_a \ln \frac{1}{D_{ac}} + I_b \ln \frac{1}{D_{bc}} + I_c \ln \frac{1}{r'_c} \right)$$

در روابط فوق فرض بر این بوده است که هادیها توپر باشند. اگر هادیها بصورت رشته ای باشند بجای  $r'_a$  باید  $D_{aa}$ ، بجای  $r'_b$ ، باید  $D_{bb}$  و بجای  $r'_c$  باید  $D_{cc}$  را جایگزین نمود. با توجه به اینکه در سیستم های متقابله سه فاز  $I_a + I_b + I_c = 0$  است، لذا در هر یک از معادلات فوق می توان یکی از جریانها را حذف نمود. بنابراین:

$$V_a = 2 \times 10^{-v} j\omega \left( I_a \ln \frac{D_{ac}}{r'_a} + I_b \ln \frac{D_{ac}}{D_{ab}} \right)$$

$$V_b = 2 \times 10^{-v} j\omega \left( I_a \ln \frac{D_{bc}}{D_{ab}} + I_b \ln \frac{D_{bc}}{r'_b} \right) \quad (3-52)$$

$$V_c = 2 \times 10^{-v} j\omega \left( I_b \ln \frac{D_{ac}}{D_{bc}} + I_c \ln \frac{D_{ac}}{r'_c} \right)$$

این روابط نشان می دهند که افت ولتاژ در هر فاز فقط به جریان آن فاز بستگی ندارد و اندوکتانس ها برای سه فاز باهم مساوی نخواهند بود.

در حالتی که هادیها سه فاز یکسان بوده و فاصله آنها از یکدیگر مساوی باشد

$$\begin{aligned} D_{ab} &= D_{bc} = D_{ac} = D \\ r'_a &= r'_b = r'_c = r' \end{aligned}$$

با جایگزینی این مقادیر در رابطه (3-51) خواهیم داشت:

$$V_a = 2 \times 10^{-v} j\omega I_a \ln \frac{D}{r'}$$

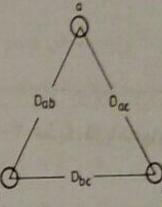
(3-49) باید مقادیر  $D_{aa} = 2/10^{-v} r'_a$  و  $D_{bb} = 2/10^{-v} r'_b$  و  $D_{cc} = 2/10^{-v} r'_c$  باشد. این بحسب آنکه در مجموعه مذکور  $L_A$  بدهست آن و برای هادیها ۴ و ۵ نیز باید به مسین ترتیب عمل نمود تا  $L_A$  تعیین شود.

**۳-۱۰ اندوکتانس خطوط انتقال سه فاز**  
هادیها یک خط انتقال سه فاز مطابق شکل (۳-۱۳) نشان داده شده اند. افت ولتاژ در واحد طول هر یک از فازها را می توان بصورت زیر نوشت:

$$V_a = j\omega (L_{aa} I_a + L_{ab} I_b + L_{ac} I_c)$$

$$V_b = j\omega (L_{ab} I_a + L_{bb} I_b + L_{bc} I_c)$$

$$V_c = j\omega (L_{ac} I_a + L_{bc} I_b + L_{cc} I_c)$$



شکل ۳-۱۳ نمایش خط سه فاز

در این روابط  $L_{aa}$  و  $L_{bb}$  و  $L_{cc}$  اندوکتانس های ظاهری خود القاء هر یک از فازها و  $L_{ab}$  و  $L_{bc}$  اندوکتانس های ظاهری القاء متقابله بین هر یک از دو فاز می باشند.  $L_{aa}$  و  $L_{bb}$  را می توان بصورت زیر نوشت:

$$L_{aa} = 2 \times 10^{-v} \ln \frac{1}{r'_a} \quad (3-50)$$

$$L_{ab} = 2 \times 10^{-v} \ln \frac{1}{D_{ab}}$$

بقیه اندوکتانس های نیز بطریق مشابه بدست می آیند. بنابراین داریم:

لیکن چون هر سه فاز در سه فاصله مذکور هر سه موقعیت ۱ و ۲ و ۳ را اشغال می کنند، اندوکتانس فازها در یک سیکل کامل جابجایی با یکدیگر مساوی خواهد شد. روابط افت ولتاژ در واحد طول را در فاصله های I و II و III با استفاده از رابطه (۳-۵۱) برای فاز a نویسیم:

$$V_b = 2 \times 10^{-7} j\omega I_b \ln \frac{D}{r'}$$

$$V_c = 2 \times 10^{-7} j\omega I_c \ln \frac{D}{r'}$$

و بنابراین:  
(۳-۵۳)

$$L_a = L_b = L_c = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad H/m$$

$$V_{a_1} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left( I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{1r}} + I_c \ln \frac{1}{D_{1r}} \right)$$

$$V_{a_2} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left( I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{rr}} + I_c \ln \frac{1}{D_{rr}} \right)$$

$$V_{a_3} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left( I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{1r}} + I_c \ln \frac{1}{D_{1r}} \right)$$

در این روابط برای حالت کلی از D<sub>s</sub> استفاده کرده ایم. اگر هادیها توپر باشند بجای D<sub>s</sub> از مقدار ۱ استفاده می کنیم و اگر هادیها رشته ای باشند D<sub>s</sub> را محاسبه کرده و در این روابط قرار می دهیم. افت ولتاژ متوسط برای فاز a برابر است با:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{a_1} + V_{a_2} + V_{a_3})$$

$$= 2 \times 10^{-7} j\omega \left( I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{[D_{1r} D_{rr} D_{1r}]^{\frac{1}{2}}} + I_c \ln \frac{1}{[D_{1r} D_{rr} D_{1r}]^{\frac{1}{2}}} \right)$$

از طرفی داریم:

$$I_b + I_c = -I_a$$

لذا خواهیم داشت:

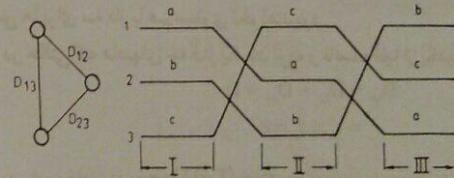
$$V_a = 2 \times 10^{-7} j\omega I_a \ln \frac{[D_{1r} D_{rr} D_{1r}]^{\frac{1}{2}}}{D_s}$$

و این رابطه نشان می دهد که اندوکتانس هر سه فاز با یکدیگر برابرند. اگر هر فاز بصورت هادی رشته ای باشد بجای ۱ از D<sub>s</sub> استفاده می شود:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \quad H/m \quad (3-54)$$

### ۳-۱۱ جابجایی<sup>۱</sup> فازها در خط انتقال سه فاز

اگر فواید هادیهای یک خط سه فاز با یکدیگر برابر نباشند اندوکتانس فازها با یکدیگر مساوی نبوده و سیستم قدرت نامتنازن می گردد. از طرف دیگر تنها راه حل تقارن سیستم ها استفاده از مثلث متساوی الاضلاع هادیها نمی باشد و آرایش های مختلفی برای نصب هادی ها موجود است. یکی از روش های متناظر کردن یک خط انتقال، جابجایی فازها است. شکل (۳-۱۴) یک سیکل کامل از جابجایی فازها را نشان می دهد. در این سیکل که دارای سه فاصله متساوی می باشد، هر یک از فازها در سه فاصله مذکور، در سه موقعیت مختلف قرار می گیرد.



شکل ۳-۱۴ پک سیکل از جابجایی فازها

#### 1. Transposition

$$L = 2 \times 10^{-3} \ln \frac{0.788}{0.108} = 9/23 \times 10^{-3} \text{ H/m}$$

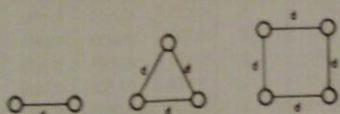
$$= 0.923 \text{ mH/Km}$$

$$L_s = 2 \times 10^{-3} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \text{ H/m} \quad (3-55)$$

اندوکتاتس فازهای b و c نیز با  $L_s$  برایر است. صورت رابطه (3-55) یعنی  $D_{eq}$  را می تواند بعنوان GMD خط سه فاز در نظر گرفت که بصورت زیر قابل نوشتن است:

$$D_{eq} = GMD = \sqrt{D_s D_b D_c} \quad (3-56)$$

در خطوط انتقال بیش از 220 KV ( فوق فشار فوی ) نایبر کرونا<sup>3</sup> بر مدار سیار زاد می شود. پدیده کرونا که نتیجه مستقیم وجود گردیدن و لذت این سطح هایی است باعث ایجاد تنفسات در سیستم انتقال و همچنین ایجاد داخل در سیستم های مخابراتی می گردد. برای کاهش نایبر کرونا در ولتاژهای خیلی زیاد از هادیهای گروهی (باندل) استفاده می شود. باندل ها در هر فاز شامل ۲، ۳ و یا ۴ هادی می باشند. در شکل (3-17) چنین باندل هایی نشان داده شده اند.



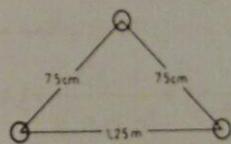
شکل ۳-۱۶ هادی های باندل

یکی دیگر از مزایای خطوط باندل، کاهش اندوکتاتس می باشد. هر چه تعداد هادی های یک باندل بیشتر باشد اندوکتاتس خط واکتر کرونا کمتر خواهد شد. کاهش اندوکتاتس بر اثر افزایش GMR هر فاز است. محاسبه GMR دقیقاً مشابه یک هادی رشته ای است. اگر GMR یک باندل را با  $D_s$  و GMR هر هادی از باندل را با  $D_i$  نشان دهیم، برای باندل های شکل (3-16) خواهیم داشت:

$$D_s^b = \sqrt{(D_s \times d)} = \sqrt{D_s d} \quad (3-57)$$

اغلب سیستم های قدرت از هادیهای رشته ای ACSR استفاده می کنند. در جدول (1-۳) انواع این هادیها با نام مصطلح خود مشخص شده اند. در این جدول نسبت تعداد رشته های آلومنیوم به فولاد Al/St ، قطر خارجی هادی بر حسب اینچ، تعداد لایه های آلومنیوم، مقاومت DC و AC و  $D_i$  یا GMR هادیها بر حسب فوت داده شده اند. از این جدول معمولاً برای تعیین  $D_i$  و قطر خارجی هادیها استفاده می شود.

مثال ۳-۳ پک خط سه فاز در فرکانس ۶۰ Hz مطابق شکل (3-15) نشان داده شده است. هادیها از نوع Hawk می باشند. اندوکتاتس هر فاز را در یک کیلومتر بدست آورید.



شکل ۳-۱۵ مربوط به مثال (3-۳)

حل: با استفاده از جدول (1-۳) شعاع متوسط هنتمی هادی GMR را بدست می آوریم. مساحت تعیین  $D_{eq}$  مقدار اندوکتاتس را محاسبه می کنیم.

$$D_s = 0.0289 \text{ ft} = 0.0289 \times 0.305 = 0.0088 \text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt{0.75 \times 0.75 \times 1.25} = 0.889 \text{ m}$$

1. Bundle Conductors

2. Corona

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s \times d')^2} = \sqrt[4]{D_s d'} \quad (3-58)$$

هادی گروهی با سه رشته

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s \times d'(\sqrt{2}d))^2} = 1/\sqrt[4]{D_s d'} \quad (3-59)$$

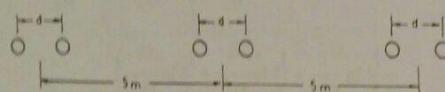
هادی گروهی با چهار رشته

برای محاسبه اندوکتانس هر فاز از یک خط سه فاز باندل از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s^b} \quad H/m \quad (3-60)$$

در این رابطه  $D_s^b$  شعاع متوسط هندسی (GMR) هادی گروهی (باندل) می باشد که با توجه به تعداد رشته های باندل از روابط (۳-۵۷)، (۳-۵۸) و یا (۳-۵۹) بدست می آید. فاصله متوسط هندسی (GMR) که در رابطه (۳-۶۰) با  $D_{eq}$  نشان داده شده است نیز از رابطه (۳-۵۶) بدست می آید. در این رابطه مقصود از  $D_s^b$  فاصله مرکز هادی باندل از مرکز هادی باندل می باشد.

**مثال ۳-۴** در یک خط انتقال سه فاز از باندل های در رشته ای در هر فاز استفاده شده است (مطابق شکل ۳-۱۷). نوع هادیها Pheasant بوده و فاصله هر در رشته مجاور  $d = 35\text{cm}$  می باشد. اندوکتانس هر فاز را محاسبه کنید.



شکل ۳-۱۷ خط انتقال سه فاز با باندل های در رشته ای

حل: با استفاده از جدول (۱-۳) مقدار  $D_s^b$  را برای یک رشته هادی بدست می آوریم:

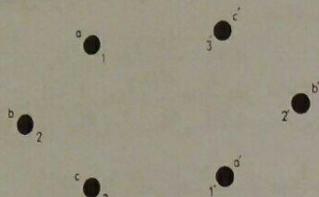
$$D_s^b = 10.466 \text{ ft}$$

$$= 10.466 \times 10^{-3} \times 3.28 = 0.142 \text{ m}$$

$$D_s^b = \sqrt{D_s d} = \sqrt{10.466 \times 0.35} = 0.17 \text{ m}$$

نام هادی	AI/St	تعداد لایه های آلومینیوم	قطر خارجی به اینچ	$R_{dc}$ $\Omega/100\text{-ft}$	$R_{ac}$ $\Omega/20^\circ\text{C}$	$R_{ac}$ $\Omega/50^\circ\text{C}$	GMR $D_s, \text{ft}$
Waxwing	18/1	2	0.609	0.0646	0.3488	0.3831	0.0198
Partridge	26/7	2	0.642	0.0640	0.3452	0.3792	0.0217
Ostrich	26/7	2	0.680	0.0569	0.3070	0.3372	0.0229
Merlin	18/1	2	0.684	0.0512	0.2767	0.3037	0.0222
Linnet	26/7	2	0.721	0.0507	0.2737	0.3006	0.0243
Oriole	30/7	2	0.741	0.0504	0.2719	0.2987	0.0255
Chickadee	18/1	2	0.743	0.0433	0.2342	0.2572	0.0241
Ibis	26/7	2	0.783	0.0430	0.2323	0.2551	0.0264
Pelican	18/1	2	0.814	0.0361	0.1957	0.2148	0.0284
Flicker	24/7	2	0.846	0.0359	0.1943	0.2134	0.0284
Hawk	26/7	2	0.858	0.0357	0.1931	0.2120	0.0289
Hen	30/7	2	0.883	0.0355	0.1919	0.2107	0.0304
Osprey	18/1	2	0.879	0.0309	0.1679	0.1842	0.0284
Parakeet	24/7	2	0.914	0.0308	0.1669	0.1832	0.0306
Dove	26/7	2	0.927	0.0307	0.1663	0.1826	0.0314
Rook	24/7	2	0.977	0.0269	0.1461	0.1603	0.0327
Grosbeak	26/7	2	0.990	0.0268	0.1454	0.1596	0.0335
Drake	26/7	2	1.108	0.0215	0.1172	0.1284	0.0373
Tern	45/7	3	1.063	0.0217	0.1188	0.1302	0.0352
Rail	45/7	3	1.165	0.0181	0.0997	0.1092	0.0386
Cardinal	54/7	3	1.196	0.0180	0.0988	0.1082	0.0402
Ortolan	45/7	3	1.213	0.0167	0.0224	0.1011	0.0402
Bluejay	45/7	3	1.250	0.0155	0.0861	0.0941	0.0415
Finch	54/19	3	1.293	0.0155	0.0856	0.0937	0.0436
Bittern	45/7	3	1.345	0.0136	0.0762	0.0832	0.0444
Pheasant	54/19	3	1.382	0.0135	0.0751	0.0821	0.0466
Bobolink	45/7	3	1.427	0.0121	0.0684	0.0746	0.0470
Plover	54/19	3	1.465	0.0120	0.0673	0.0735	0.0494
Lapwing	45/7	3	1.502	0.0109	0.0623	0.0678	0.0498
Falcon	54/19	3	1.545	0.0108	0.0612	0.0667	0.0523
Bluebird	84/19	4	1.762	0.0080	0.0476	0.0515	0.0586

$$D_{eq} = \sqrt{5 \times 5 \times 10} = 6/3 \text{ m}$$



شکل ۳-۱۸ خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت I جابجایی

در قسمت II از جابجایی فازها که در شکل (۳-۱۹) نشان داده شده است، افت و لغای فازهای a و a' از روابط زیر بدست می‌آیند.

$$V_{a_1} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left( \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}} \right)$$

$$+ \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{rr}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}}$$

$$V_{a'_1} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left( \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}} \right)$$

$$+ \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{rr}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}}$$

1 3 5

2 4 6

شکل ۳-۱۹ خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت II از جابجایی فازها

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{6/3}{0.7} = 9 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \times 50 \times 9 \times 10^{-7} \times 1.7 = 0.283 \Omega/\text{Km}$$

### ۳-۱۸ خطوط انتقال سه فاز دو مداره (دوبل)

یک خط انتقال سه فاز دو مداره از دو خط سه فاز مجزا که از لحاظ الکتریکی با یکدیگر موازی هستند تشکیل شده است. اگر دو مدار ذکر شده با یکدیگر فاصله نسبتاً زیادی داشته باشند اندوکتانس هر فاز خط دوبل برابر نصف اندوکتانس هر فاز هر یک از مدارها می‌باشد. چنانچه هادیهای خط انتقال سه فاز دوبل همه روی یک دکل قرار گرفته باشند در اینصورت نمی‌توان اندوکتانس خط را با نصف کردن اندوکتانس یک مدار بدست آورد، مگر اینکه از اندوکتانس متقابل هادیهای یک مدار با مدار دیگر صرفنظر نکنیم.

شکل (۳-۱۸) یک خط انتقال سه فاز دو مداره را برای قسمت I از سه فاصله جابجایی فازها نشان می‌دهد. افت و لغای در واحد طول برای فازهای a و a' را می‌توان این چنین

نوشت:

$$V_{a_1} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left( \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}} \right)$$

$$+ \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}}$$

$$V_{a'_1} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left( \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}} \right)$$

$$+ \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{rr}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{vv}}$$

همچنین در روابط گذشته می توان  $(I_a + I_c - I_b)$  را کاربرد و پس از چندین مرحله عملیات ریاضی خواهیم داشت:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR} \quad H/m \quad (3-61)$$

در این رابطه GMD فاصله متوسط هندسی خط دو مداره است که این چنین محاسبه می شود:

$$GMD = \sqrt[4]{D_{ab_{eq}} D_{bc_{eq}} D_{ac_{eq}}} \quad (3-62)$$

فاصله های متوسط از روابط زیر تعریف می شوند:

$$D_{ab_{eq}} = \sqrt[4]{D_{12} D_{34} D_{13} D_{24}} \quad (3-63)$$

$$D_{bc_{eq}} = \sqrt[4]{D_{14} D_{23} D_{12} D_{34}} \quad (3-64)$$

همچنین در رابطه (3-61) GMR شعاع متوسط هندسی خط دو مداره بترتیب زیر محاسبه می شود:

$$GMR = \sqrt[4]{GMR_a \cdot GMR_b \cdot GMR_c} \quad (3-64)$$

شعاع های متوسط هندسی هر فاز نیز از روابط زیر تعریف می شوند:

$$GMR_a = \sqrt{D_s D_{12}} \quad (3-65)$$

$$GMR_b = \sqrt{D_s D_{13}} \quad (3-65)$$

$$GMR_c = \sqrt{D_s D_{23}} \quad (3-65)$$

مثال ۳-۵ یک خط انتقال سه فاز دو مداره با هادیهای از نوع Drake در شکل (۳-۲۱) نشان داده شده است. اندوکتانس هر فاز این خط را بدست آورید.

در قسمت III از جابجایی فازها که در شکل (۳-۲۰) نشان داده شده است، چنین محاسبه می شوند:

$$V_{a_{III}} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left( \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{12}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{13}} \right. \\ \left. + \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{23}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{13}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{23}} \right)$$

$$V_{a'_{III}} = 2 \times 10^{-7} j\omega \left( \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_s} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{12}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{13}} \right. \\ \left. + \frac{I_a}{2} \ln \frac{1}{D_{23}} + \frac{I_b}{2} \ln \frac{1}{D_{13}} + \frac{I_c}{2} \ln \frac{1}{D_{23}} \right)$$

اف و لیتاژ متوسط در واحد طول برای هر یک از فازهای a و a' برابر است با:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{a_I} + V_{a_{II}} + V_{a_{III}})$$

$$V_{a'} = \frac{1}{3} (V_{a'_I} + V_{a'_{II}} + V_{a'_{III}})$$

b 1 3 2 4 a

c 2 3 1 4 a'

شکل ۳-۲۰ خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت III از جابجایی فازها

چون فازهای a و a' با یکدیگر موازی هستند لذا افت و لیتاژ در کل فاز a برابر است با:

$$\Delta V_a = \frac{V_a + V_{a'}}{2}$$

$$GMD = D_{eq} = \sqrt[4]{\frac{6}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{8}{7}} = 7/115 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_{eq}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \ln \frac{7/115}{0.3295} = 6/0.85 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

روش دیگر این است که از اثر القاء متقابل بین هادیهای دو مدار صرفظیر کنیم و اندوکتانس یک مدار را بدست آوریم، سپس آنرا نصف کنیم تا اندوکتانس خط دوبل بدست آید. برای این کار

داریم:

$$D_{eq} = \sqrt[4]{5 \times 5 \times 10} = 6/3 \text{ m}$$

$$L_s = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{6/3}{0.1137} = 12/634 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L_s = \frac{1}{2} L_i = 6/317 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

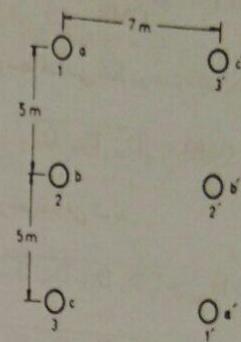
$$\frac{6/0.85 - 6/317}{6/0.85} = -0.038 \text{ خطای نسبی}$$

همانطور که مشاهده می شود خطای محاسبات با صرفظیر از اثر القاء متقابل دو مدار بر یکدیگر کمتر از ۴ درصد است.

### ۳-۱۴ خطوط انتقال دو مداره با هادیهای یاندل

در خطوط انتقال سه فاز دو مداره ممکن است از هادیهای گروهی (یاندل) استفاده شود. در این صورت برای محاسبه اندوکتانس هر فاز خط انتقال همانند خطوط دو مداره از روابط (۳-۶۱) تا (۳-۶۵) استفاده می شود و تنها تفاوت در این است که در روابط مذکور بجای  $D_s$  از شعاع متوسط هندسی یاندل یعنی  $D_{ave}$  استفاده می کنیم. مثال زیر روش تعیین اندوکتانس را روشن تر می کند.

$$D_s = 0.1137 \text{ ft} = 0.1137 \text{ m}$$



شکل ۳-۲۱ نمایش خط انتقال سه فاز دو مداره مربوط به مثال (۳-۵)

ابتدا GMR معادل خط دوبل را بدست می آوریم:

$$GMR_a = \sqrt{D_s D_{rr}} = \sqrt{0.1137 \times \sqrt{149}} = 0.3725 \text{ m}$$

$$GMR_b = \sqrt{D_s D_{rr'}} = \sqrt{0.1137 \times 7} = 0.2821 \text{ m}$$

$$GMR_c = \sqrt{D_s D_{rr''}} = \sqrt{0.1137 \times \sqrt{149}} = 0.3725 \text{ m}$$

$$GMR = \sqrt[3]{0.3725 \times 0.2821} = 0.2295 \text{ m}$$

برای تعیین GMD خط دوبل داریم:

$$D_{ave} = \sqrt[4]{5 \times 5 \times \sqrt{149} \times \sqrt{149}} = 6/56 \text{ m}$$

$$D_{ave} = \sqrt[4]{5 \times 5 \times \sqrt{149} \times \sqrt{149}} = 6/56 \text{ m}$$

$$D_{ave} = \sqrt[4]{10 \times 10 \times 7 \times 7} = 8/25 \text{ m}$$

$$GMD = D_{eq} = \sqrt[3]{\frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1}{3}} = 2/645 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{2/645}{0.465} = 3/47 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

### ۱۵-۳-۳ خلاصه محاسبه اندوکتانس خطوط انتقال

رابطه اصلی تعیین اندوکتانس خطوط انتقال در حالت های مختلف بصورت زیر

نوشته می شود:

$$L_s = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \quad (3-66)$$

راکتانس القائی بر حسب  $\Omega/Km$  در فرکانس  $50$  Hz نیز از ضرب کردن مقدار اندوکتانس در  $2\pi f_0 \times 1000$  بدست می آید:

$$X_L = 0.0628 \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \quad (3-67)$$

برای استفاده از روابط (۳-۶۶) و (۳-۶۷) حالت های مختلف زیر را در نظر می گیریم:

**الف: خط انتقال یک فاز.** در این صورت  $D_{eq}$  فاصله بین دو هادی خط بوده،  $D_s$  نیز

شعاع متوسط هندسی هادی است که از جدول (۱-۱) بدست می آید. اگر هادی تغیر باشد در اینصورت بجای  $D_s$  از  $r'$  استفاده می شود. اندوکتانس بدست آمده، اندوکتانس یک هادی از خط یک فاز می باشد.

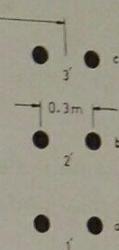
**ب: خط انتقال سه فاز.** در این حالت  $D_{eq}$  از رابطه زیر بدست می آید:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{13}} \quad (3-68)$$

**ج: خط سه فاز با هادیهای باندل.** در اینصورت بجای  $D_s$  از  $D_{ab}$  استفاده می شود و

$D_s$  نیز از رابطه (۳-۶۸) بدست می آید، در اینجا  $D_{12}$  و  $D_{23}$  مراکز بانلها از پکدیگر می باشد.

**د: خط انتقال سه فاز دو مداره.** در اینصورت با تقریب قابل قبولی می توان



شکل ۶-۲۲ خط انتقال سه فاز دو مداره با هادیهای باندل دورشته ای

حل: برای هادی Hawk از جدول (۱-۳) شعاع متوسط هندسی هادی را بدست می آوریم:

$$D_s = 0.0289 \text{ ft} = 0.0088 \text{ m}$$

$$D_s^b = \sqrt{D_s d} = \sqrt{0.0088 \times 0.3} = 0.0514 \text{ m}$$

$$D_{s_a} = D_{s_c} = \sqrt{D_s D_{rr'}} = \sqrt{0.0514 \times \sqrt{21/25}} = 0.487 \text{ m}$$

$$D_{s_b} = \sqrt{D_s D_{rr'}} = \sqrt{0.0514 \times 3/5} = 0.422 \text{ m}$$

$$D_{eq} = GMR = \sqrt[3]{0.487 \times 0.487 \times 0.422} = 0.465 \text{ m}$$

در تعیین GMD باید دقت نمود که مقصود از فاصله بین فازها، فاصله از مرکز باندل ها می باشد. لذا داریم:

$$D_{ab_{eq}} = \sqrt[3]{1/5 \times 1/5 \times \sqrt{14/5} \times \sqrt{14/5}} = 2/39 \text{ m}$$

$$D_{bc_{eq}} = \sqrt[3]{1/5 \times 1/5 \times \sqrt{14/5} \times \sqrt{14/5}} = 2/39 \text{ m}$$

$$D_{ac_{eq}} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3/5 \times 3/5} = 3/24 \text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab_m} D_{bc_m} D_{ac_m}}$$

همچنین باید GMR خط دو مداره را با استفاده از روابط (۳-۶۴) و (۳-۶۵) محاسبه نمود تا بتوان از رابطه (۳-۶۶) اندوکتانس خط دو مداره را بدست آورد.

هـ: خط انتقال سه فاز دو مداره با هادیهای باندل. محاسبه اندوکتانس مانند حالت (د) است و تنها باید بجای  $D$  هادی  $D'$  را جایگزین نمود و توسط  $D'$  شعاع متوسط هندسه معادل یعنی GMR را تعیین و در رابطه (۳-۶۶) قرار داد.

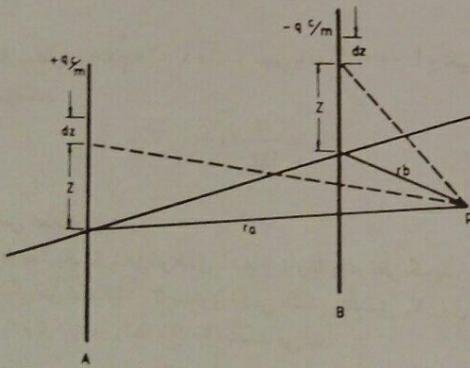
### ۱۶-۳ کاپاسیتانس خطوط انتقال

تا اینجا دو پارامتر خط انتقال شامل مقاومت و اندوکتانس که جمعاً امپدانس سری خط را تشکیل می دهند مورد بحث قرار گرفته اند. اندوکتانس خط قسمت اعظم امپدانس سری را تشکیل داده و در تعیین میزان ظرفیت انتقال قدرت خط نقش اساسی را بازی می کند. دو پارامتر دیگر خط انتقال که جمعاً امپدانس موازی را تشکیل می دهند عبارتند از کندوکتانس و کاپاسیتانس (ظرفیت خازنی).

مقدار کندوکتانس یک خط کاملاً متغیر است و به جریان نشتی روی مقعره ها، تغییرات شرایط جوی و تغییر خواص هدایتی جرم های جمع شده روی مقعره هاستگی دارد و لذا محاسبه آن بسیار مشکل می باشد. خوشبختانه از آنجانی که نقش کندوکتانس در تشکیل ادمیتانس موازی خط در مقایسه با کاپاسیتانس ناچیز می باشد از بررسی و تأثیر آن صرفنظر کرده و بحث ادمیتانس موازی خطوط را روی کاپاسیتانس مرکز می کنیم.

کاپاسیتانس یک خط انتقال نتیجه وجود اختلاف پتانسیل بین هادیها از یک طرف و بین هادیها و زمین از طرف دیگر می باشد. چون ولتاژ اعمال شده روی خط انتقال ولتاژ متنابض است لذا بار الکتریکی روی هادیها نیز AC بوده و با افزایش و کاهش اختلاف پتانسیل بین هادیها افزایش و کاهش می باید. در نتیجه جریانی از مسیر کاپاسیتانس خط عبور می کند که بطور متنابض باعث شارژ و دشارژ خط می گردد. این جریان به جریان شارژ کشته خط<sup>۱</sup> یا

#### 1. Line Charging Current



شکل ۳-۲۳ تعیین پتانسیل در نزدیکی دو هادی موازی

جریان کاپاسیتیو موسموم است. جریان های کاپاسیتیو حتی در شرایط بین باری خط نیز وجود دارند. کاپاسیتانس یک خط در افت ولتاژ، بهره و ضرب قدرت خط و همچنین در باید از کل سیستم نقش مهمی را بازی می کند. در خطوط کمتر از ۸۰ Km اثر کاپاسیتانس قابل ملاحظه نبوده و از آن صرفنظر می شود، لیکن در خطوط طولانی تر باید در محاسبات وارد شود.

### ۱۷-۳ پتانسیل الکتریکی یک نقطه در نزدیکی دو هادی موازی

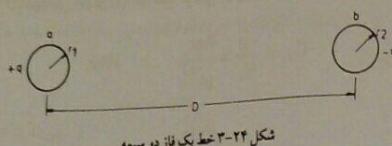
دو هادی موازی با طول بسیار زیاد را که بار الکتریکی یکتو اختر  $\pm q$  کلمب بر متر روی هر یک از آنها وجود دارد در نظر بگیرید (شکل ۳-۲۳). در بررسی اولیه این هادیها بسیار نازک فرض می شوند. می خواهیم پتانسیل الکتریکی در نقطه دلخواهی مانند P به فواصل  $r_a$  و  $r_b$  از دو هادی را تعیین کنیم. باید دقت نمود که در حالت کلی نقطه P در صفحه شامل دو سیم قرار ندارد.

قسمت بسیار کوچکی از دو هادی را با طول  $dz$  در نظر بگیرید. هر یک از دو قسمت با طول  $dz$  می تواند بعنوان نقطه ای باز الکتریکی  $qdz + qdz$  و یا  $-qdz$  محسوب گردد.

پتانسیل الکتریکی  $U$  در نقطه ای بفاصله  $z$  از بار الکتریکی  $q$  برابر است با:

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z} \quad (3-70)$$

$$dV_p = \frac{qdz}{4\pi\epsilon_0\sqrt{r_a^2 + z^2}} - \frac{qdz}{4\pi\epsilon_0\sqrt{r_b^2 + z^2}}$$



شکل ۳-۲۲ خط یک فاز در بین

بهمین ترتیب برای هادی b باشعاع  $r_b$  داریم:

$$V_b = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{D} \quad (3-74)$$

اختلاف پتانسیل بین دو هادی برابر است با:

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{\sqrt{r_a r_b}} \quad V \quad (3-75)$$

کاپاسیتанс بین دو هادی طبق تعریف برابر است با نسبت بار الکتریکی روی یک هادی به اختلاف پتانسیل بین دو هادی. بنابراین:

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{\sqrt{r_a r_b}}} \quad F/m \quad (3-76)$$

اگر  $r_a = r_b = r$  باشد داریم:

$$C_{ab} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} \quad F/m \quad (3-77)$$

رابطه (۳-۷۷) کاپاسیتанс دو هادی را بیکدیگر نشان می‌دهد. کاپاسیتанс هادی  $a$  نسبت به نقطه خیثی (زمین) طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$C_{ai} = \frac{q}{V_a} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r_i}} \quad F/m \quad (3-78)$$

پتانسیل نقطه p از انتگرال  $dV_p$  در طول هادی بدست می‌آید. اگر طول هر هادی را با  $L$  نشان دهیم انتگرال را می‌توان در فاصله  $-L$  تا  $+L$  تعیین نمود و سپس با قرار دادن  $\infty \rightarrow L$  پتانسیل الکتریکی نقطه p را بدست آورد:

$$V_p = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \left( \frac{1}{\sqrt{r_a^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_b^2 + z^2}} \right) dz$$

$$V_p = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r_a}{L}\right)^2}}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r_b}{L}\right)^2}} \right) \left( -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r_b}{L}\right)^2} \right) \left( -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r_a}{L}\right)^2} \right) \quad (3-71)$$

پس از بسط جملات نظیر ...  $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x + \dots$  و سپس با اعمال  $\infty \rightarrow L$  و تعیین حد رابطه خواهیم داشت:

$$V_p = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_b}{r_a} \quad V \quad (3-72)$$

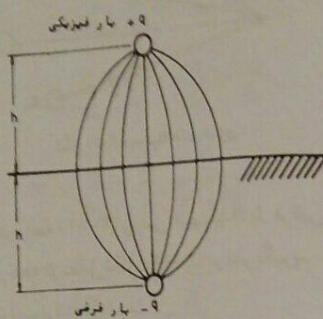
### ۳-۱۸ کاپاسیتанс خط یک فاز

یک خط انتقال یک فاز شامل دو هادی باشعاع  $r_a$  و  $r_b$  را در نظر بگیرید. فاصله مرکز دو هادی از یکدیگر طبق شکل (۳-۲۴) مساوی  $D$  می‌باشد. پتانسیل  $V_a$  روی هادی a با قرار دادن  $D = r_a + r_b$  در رابطه (۳-۷۲) بدست می‌آید:

$$V_a = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r_a} \quad (3-73)$$

#### 1. Permittivity

از سطح زمین مطابق شکل (۳-۲۶) در نظر گرفته می شود. سطح پتانسیل صفر در وسط بارهای  $q$  و  $-q$  قرار خواهد گرفت و در حقیقت زمین بعنوان صفحه هادی به ابعاد بی نهایت عمل می کند.



شکل ۳-۲۶- بار الکترویکی  $q$  و تأثیر زمین

بنابراین برای تأثیر زمین در تعیین کاپاسیتانس خطوط برای هر بار فیزیکی  $q$  + بار فرضی  $-q$  را بصورت قرینه  $q$  + نسبت به زمین در نظر گرفته و در محاسبات وارد می کیم.

۳-۲۰- پتانسیل یک نقطه در نزدیکی چند هادی موازی  
 همانطوریکه در قسمت (۳-۱۷) دیدیم پتانسیل الکترویکی نقطه  $p$  که به فواصل  $r_1$  و  $r_2$  از هادیهای موازی ۱ و ۲ قرار دارد به این ترتیب محاسبه می شود:

$$V_p = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_1} + \frac{-q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_2} \quad (3-81)$$

شکل (۳-۲۷) یک سیستم با  $n$  هادی موازی بسیار بلند را نشان می دهد. بار الکترویکی این هادیها بترتیب برابر  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  می باشد. پتانسیل الکترویکی نقطه ای مانند  $p$  که در فاصله  $r_1, r_2, \dots, r_n$  از هادیها قرار دارد برابر است با:

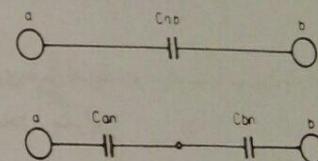
$$V_p = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_n} \quad (3-82)$$

$$C_{bn} = \frac{-q}{V_b} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r_i}} F/m \quad (3-79)$$

برای  $r_i = r_e$  داریم:

$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} \quad (3-80)$$

این نتیجه با شکل (۳-۲۵) تطبیق دارد که نشان می دهد کاپاسیتانس بین دو هادی  $C_{ab}$  از سری شدن  $C_{an}$  و  $C_{bn}$  بدست می آید. کاپاسیتانس بین دو هادی نصف کاپاسیتانس هر یک از هادیها نسبت به نقطه خسته می باشد.



شکل ۳-۲۵- کاپاسیتانس بین دو هادی و کاپاسیتانس هر هادی با نقطه خسته

رابطه (۳-۸۰) قابل مقایسه با رابطه (۳-۶۶) می باشد. یک فرق اساسی بین معادلات بدست آمده برای محاسبه کاپاسیتانس و اندوکتانس در این است که شعاع  $r$  برای محاسبه کاپاسیتانس، شعاع خارجی هادی است، در صورتیکه در محاسبه اندوکتانس از GMR هادی استفاده می شود. شعاع خارجی هادی بر حسب اینچ از جدول (۱-۱) برای انواع هادیهای ACSR بدست می آید.

### ۳-۱۹- اثر زمین بر کاپاسیتانس خطوط

در رابطه (۳-۸۰) از تأثیر زمین بر روی کاپاسیتانس صرفنظر کرده ایم. در صورتیکه ارتفاع هادیها از سطح زمین خیلی زیاد نباشد حضور زمین باید تأثیر داده شود. اگر بار الکترویکی  $q$  به ارتفاع  $h$  از سطح زمین قرار گرفته باشد تصویر فرضی آن با بار الکترویکی  $q$  در ارتفاع  $h$

خط یک فاز شامل دو هادی موازی a و b در شکل (۳-۲۹) نشان داده شده است. برای تاثیر دادن نقش زمین در کاپاسیتانس خط، هادیهای فرضی a' و b' را در فاصله h از زمین در نظر می‌گیریم. ولتاژ فاز a طبق رابطه (۳-۸۴) برآورده است با:

$$V_a = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{r} + \frac{-q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{ab}}{D}$$

$$V_a = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{r} \frac{D}{\sqrt{1 + \frac{D^2}{4h^2}}} \quad (3-85)$$

و از آنجا کاپاسیتانس n از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

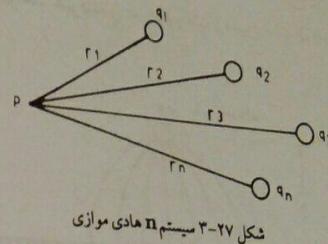
$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{\frac{2\pi\epsilon_0}{D}}{\ln \frac{1}{r'}} \quad F/m \quad (3-86)$$

مقایسه این رابطه با رابطه (۳-۸۰) نشان می‌دهد که  $r'$  جایگزین شعاع هادی ۲ شده است. مقدار  $r'$  از این رابطه تعیین می‌شود:

$$r' = r \sqrt{1 + \frac{D^2}{4h^2}} \quad (3-87)$$

بنابراین اثر زمین شعاع ۲ را به  $r'$  تبدیل می‌نماید. اگر ارتفاع هادی در مقایسه با فاصله دو هادی خیلی زیاد باشد از D در مقایسه با  $h^2$  صرفنظر شده و  $r = r'$  خواهد شد. کاپاسیتانس بین دو هادی خط یک فاز نیز با در نظر گرفتن اثر زمین این چنین محاسبه می‌شود:

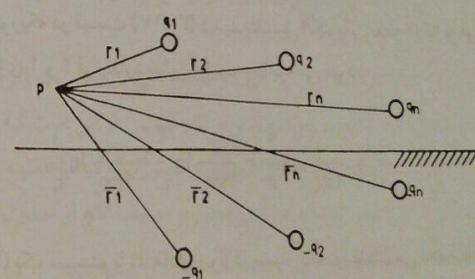
$$C_{ab} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{1}{r'}} \quad F/m \quad (3-88)$$



شکل ۳-۲۷ میستم n هادی موازی

اگر بخواهیم اثر زمین را در رابطه (۳-۸۲) بررسی کنیم باید n بار فرضی  $q_1, -q_2, -q_3, \dots, -q_n$  را در فواصل  $r_1, r_2, \dots, r_n$  از نقطه p مطابق شکل (۳-۲۸) در نظر بگیریم. در اینصورت پتانسیل الکتریکی نقطه p به این ترتیب نوشته می‌شود:

$$V_p = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_n} + \frac{-q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_1} + \frac{-q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{-q_n}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_n} \quad (3-83)$$



شکل ۳-۲۸ میستم n هادی موازی و تاثیر زمین

$$V_p = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_n} \quad (3-84)$$

$$\frac{9/852 - 9/838}{9/852} = 0.00142 = 0.0142$$

### ۳-۲۲ کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز

کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز را در حالت کلی که فاصله فازها از یکدیگر مساوی نبوده و جابجایی فازها در سه طول مساوی در خط انجام شده است مورد بررسی قرار می‌دهیم. با استفاده از شکل (۳-۲۳) پتانسیل الکتریکی فاز a را می‌نویسیم:

$$V_{a_1} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{12}} + \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{12}}$$

$$V_{a_2} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{23}} + \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{23}}$$

$$V_{a_3} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{12}} + \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{12}}$$

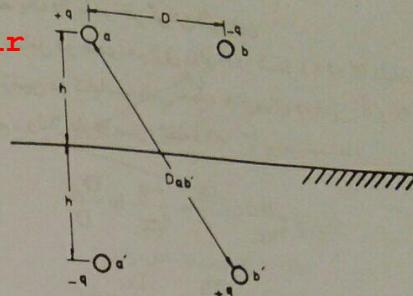
در این روابط ۳ شعاع هادیها و  $q_a$  و  $q_b$  و  $q_c$  نیز بار الکتریکی هادیهای فازهای a و b و c می‌باشند. پتانسیل  $V_a$  به این ترتیب محاسبه می‌شود:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{a_1} + V_{a_2} + V_{a_3})$$

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( q_a \ln \frac{1}{r} + (q_b + q_c) \ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{12}}} \right)$$

با توجه به اینکه  $q_b + q_c = -q_a$  می‌باشد داریم:

$$V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{12}}}{r} \quad (3-89)$$



شکل ۳-۲۹ خط پک فاز با درنظر گرفتن تاثیر زمین

مثال ۳-۳ کاپاسیتانس یک فاز نسبت به نقطه خوشی را برای یک خط یک فاز با هادیهای Pheasant حساب کنید. فاصله دو هادی از یکدیگر ۵m و ارتفاع آنها از زمین ۲۰m می‌باشد.

حل: ابتدا با توجه به جدول (۱-۳) قطر خارجی هادی را بدست آورده و از آنجا شعاع هادی را محاسبه می‌کنیم:

$$r = 1/382 \times \frac{1}{2} \times 0.254 = 0.1755 \text{ m}$$

$$r' = r \sqrt{1 + \frac{D'}{4h^2}} = 0.1755 \sqrt{1 + \frac{5}{4 \times 20^2}} = 0.1769 \text{ m}$$

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r'}} = \frac{2\pi \times 8/85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5}{0.1769}} = 9/852 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

اگر اثر زمین را در نظر نگیریم داریم:

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} = \frac{2\pi \times 8/85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5}{0.1755}} = 9/838 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

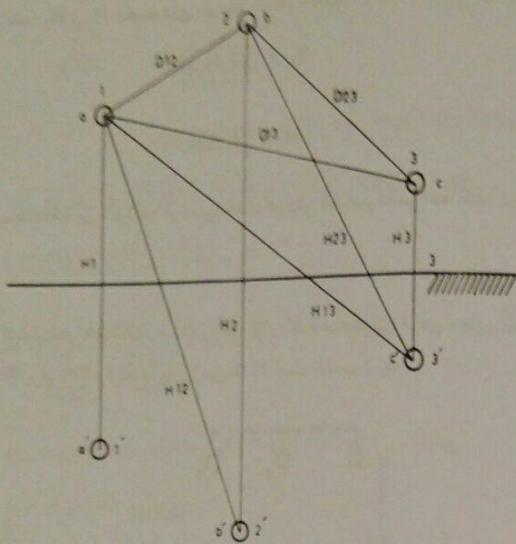
$$C_{aa} = \frac{q_a}{V_a}$$

$$C_{aa} = \frac{\frac{2\pi\epsilon_0}{D_{eq}}}{\ln \frac{r}{r}} F/m \quad (3-90)$$

در این رابطه  $D_{eq}$  بترتیب زیر بدست می آید:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{11} D_{22} D_{33}} \quad (3-91)$$

و این همان فاصله متوسط هندسی (GMD) است که در محاسبه اندوکتانس نیز داشته باشد. بدینهای است در صورتیکه فاصله فازها با یکدیگر برابر باشد، بجای  $D_{eq}$  از فاصله فازها  $D$  استفاده می شود.



شکل ۳-۳۰ خط سه فاز با درنظر گرفتن اثر زمین

ولتاژ متوسط فاز a برابر است با:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{a1} + V_{a2} + V_{a3})$$

با جایگزین کردن  $q_a = -q_b - q_c$  خواهیم داشت:

$$V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{D_{eq}}{r} \sqrt[3]{H_1 H_r H_{rr}} \right) \quad (3-92)$$

$$C_{aa} = \frac{\frac{2\pi\epsilon_0}{D_{eq}}}{\ln \left( \frac{D_{eq}}{r} \sqrt[3]{H_1 H_r H_{rr}} \right)} F/m \quad (3-93)$$

این رابطه را می توان بصورت زیر نوشت:

$$C_{aa} = \frac{\frac{2\pi\epsilon_0}{D_{eq}}}{\ln \frac{D_{eq}}{r} - \ln \frac{H_m}{H_s}} F/m \quad (3-94)$$

### ۳-۲۳ کاپاسیتانس خط سه فاز با درنظر گرفتن اثر زمین

با استفاده از تصاویر بارهای الکتریکی می توان اثر زمین را در تعیین کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز بررسی نمود. شکل (۳-۳۰) هادیهای خط انتقال سه فاز را در قسمت I از سیکل جابجایی فازها نشان می دهد. تصاویر آینه ای بارهای  $q_a$ ,  $q_b$  و  $q_c$  بترتیب با  $-q_b - q_c$  و  $-q_a$  نشان داده شده اند. با توجه به رابطه (۳-۸۴) ولتاژ فاز a را می توان به این ترتیب نوشت:

$$V_{a1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( q_a \ln \frac{H_1}{r} + q_b \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} + q_c \ln \frac{H_{13}}{D_{13}} \right)$$

در قسمت II و III از جابجایی خواهیم داشت:

$$V_{a2} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( q_a \ln \frac{H_r}{r} + q_b \ln \frac{H_{rr}}{D_{rr}} + q_c \ln \frac{H_{1r}}{D_{1r}} \right)$$

$$V_{a3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( q_a \ln \frac{H_r}{r} + q_b \ln \frac{H_{1r}}{D_{1r}} + q_c \ln \frac{H_{rr}}{D_{rr}} \right)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{r}} = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5/24}{0.1755}} = 9.824 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

حال کاپاسیتانس را با در نظر گرفتن اثر زمین بدست می آوریم:

$$H_m = \sqrt[3]{H_{lr} H_{rr} H_{tr}} = \sqrt[3]{\frac{24}{24} \times \frac{24}{24} \times \frac{24}{24}} = 24/65 \text{ m}$$

$$H_s = \sqrt[3]{H_l H_r H_t} = \sqrt[3]{24 \times 24 \times 24} = 24 \text{ m}$$

$$C = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5/24}{0.1755} - \ln \frac{24/65}{24}} = 9.871 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$Y_c = j\omega C = j \times 2\pi \times 50 \times 9.871 \times 10^{-12} = j^3 / 101 \times 10^{-9} \text{ S/m}$$

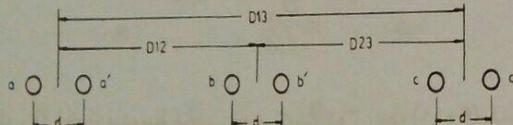
$$Y_c = j^3 / 101 \times 10^{-9} \text{ S/Km}$$

$$I_a = j\omega C V_{an} = Y_c V_{an} = j^3 / 101 \times 10^{-9} \times \frac{24}{\sqrt{3}} \times 10^7 = j^3 / 4118 \text{ A/Km}$$

به این ترتیب جریان خازنی (کاپاسیتیو) خط  $V_{an}$  برابر  $4118 \text{ A/Km}$  است. برای تعیین جریان کاپاسیتیو کل خط، این مقدار باید در طول خط بر حسب Km ضرب شود.

### ۳-۲۴ کاپاسیتانس خطوط باهادیهای باندل

شکل (۳-۳۲) (۳) خطی باهادیهای گروهی (باندل) را نشان می دهد که هر باندل آن دارای دو رشته هادی می باشد. با محاسبه  $V_a$  (ولتاژ فاز a) می توان کاپاسیتانس هر فاز چنین خطی را محاسبه نمود. اگر بار الکتریکی در فاز a را  $q_a$  نشان دهیم، هادی های a و a' هر



شکل ۳-۳۲ خط سه فاز باهادی های باندل دو رشته ای

۸۳

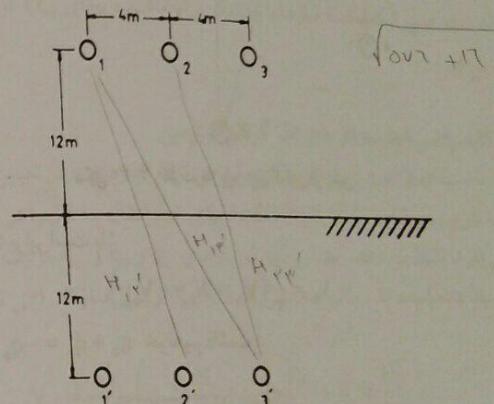
$$H_m = \sqrt[3]{H_{lr} H_{rr} H_{tr}}$$

$$H_s = \sqrt[3]{H_l H_r H_t}$$

(۳-۹۵)

به این ترتیب مشاهده می شود که اثر زمین باعث افزایش کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز می گردد.

مثال ۳-۸ کاپاسیتانس خط انتقال سه فاز KV ۲۳۰ را که فاصله هر دو هادی مجاور آن مطابق شکل (۳-۳۱) برابر ۴m و ارتفاع آنها از زمین ۱۲m است بدست آورید.



شکل ۳-۳۱ مربوط به مثال ۳-۸

شعاع هادیها از نوع Pheasant cm ۱/۷۵۵ می باشد. جریان کاپاسیتیو خط را نیز محاسبه کنید.

حل: ابتدا کاپاسیتانس خط را بدون در نظر گرفتن اثر زمین محاسبه می کنیم:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 8} = 5/24 \text{ m}$$

۸۲

$$V_{a_1} = \frac{\frac{1}{2}q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{\frac{1}{2}q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{d} + \frac{\frac{1}{2}q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$+ \frac{\frac{1}{2}q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{\frac{1}{2}q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{\frac{1}{2}q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$V_{a_2} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( q_a \ln \frac{1}{\sqrt{rd}} + q_b \ln \frac{1}{D_{1r}} + q_c \ln \frac{1}{D_{1r}} \right)$$

$$V_{a_3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( q_a \ln \frac{1}{\sqrt{rd}} + q_b \ln \frac{1}{D_{1r}} + q_c \ln \frac{1}{D_{1r}} \right)$$

$$\text{با توجه به روابط } q_b + q_c = -q_a \quad V_a = \frac{1}{3} (V_{a_1} + V_{a_2} + V_{a_3}) \quad \text{داریم:}$$

$$V_a = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}} \quad (3-96)$$

ولذا کاپاسیتانس فاز a نسبت به نقطه خشی برابر است با:

$$C_a = \frac{\frac{2\pi\epsilon_0}{D_{eq}}}{\ln \frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}} \quad F/m \quad (3-97)$$

در این رابطه  $D_{eq}$  فاصله متوسط هندسی هایدها است که از رابطه (3-91) بدست می آید.  
مقایسه رابطه (3-97) با رابطه (3-90) نشان می دهد که  $\sqrt{rd}$  جانشین  $r$  شده است.

$\sqrt{rd}$  را می توان  $D_{eq}^b$  خط باندل برای محاسبه کاپاسیتانس نامید. تفاوت  $D_{eq}^b$  در این حالت با  $D_{eq}^b$  که برای محاسبه آندوکتانس بکار می رود این است که در محاسبه کاپاسیتانس برای تعیین  $D_{eq}^b$  (شعاع متوسط هندسی) بجای  $D$  هادی از استفاده می شود که  $r$  در اینجا شعاع خارجی هادی است. بنابراین معادله تعیین کاپاسیتانس خط سه فاز به این صورت نوشته می شود:

$$C_a = \frac{\frac{2\pi\epsilon_0}{D_{eq}}}{\ln \frac{D_{eq}^b}{D_{eq}}} \quad F/m \quad (3-98)$$

شعاع متوسط هندسی (GMR) برای تعیین کاپاسیتانس خطوط انتقال سه فاز با هایدهای باندل  
برتیب زیر محاسبه می شود.

$$D_{eq}^b = \sqrt{rd} \quad \text{هادی باندل دورشته ای}$$

$$D_{eq}^b = \sqrt[4]{rd^2} \quad \text{هادی باندل سه رشته ای} \quad (3-99)$$

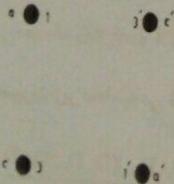
$$D_{eq}^b = 1.09 \sqrt[4]{rd^2} \quad \text{هادی باندل چهار رشته ای}$$

### ۳-۲۵ کاپاسیتانس خطوط سه فاز دو مداره

در یک خط سه فاز دو مداره می توان کاپاسیتانس هر فاز یک مدار را بدست آورد و با تقریب نسبت آقابل قبول آنرا دو باربر نمود تا کاپاسیتانس خط دوبل بدست آید. در هر صورت اگر دو مدار خط انتقال روی یک دکل قرار گرفته باشند بهتر است برای دقت بیشتر تاثیر مدارها را بر یکدیگر برمی نمود.

در شکل (3-۳۳) یک خط انتقال سه فاز دو مداره در قسمت I از سیکل جابجایی

فازها نشان داده شده است.



شکل ۳-۳۳ خط سه فاز دو مداره در قسمت I از جابجایی فازها

$$V_{a_1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$V_{a'_1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D_{1r}}$$

$$C_a = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}} F/m \quad (3-101)$$

فاصله متوسط هندسی (GMD) (خط میان فاز دو مداره بترتیب زیر تعریف می‌شود):

$$GMD = \sqrt[4]{D_{ab_{eq}} D_{bc_{eq}} D_{ca_{eq}}} \quad (3-102)$$

$$D_{ab_{eq}} = \sqrt[4]{D_{1r} D_{1r'} D_{1r''} D_{1r'''}} \quad (3-103)$$

$$D_{bc_{eq}} = \sqrt[4]{D_{1r} D_{1r'} D_{1r''} D_{1r'''}} \quad (3-104)$$

$$D_{ca_{eq}} = \sqrt[4]{D_{1r} D_{1r'} D_{1r''} D_{1r'''}} \quad (3-105)$$

شعاع متوسط هندسی GMR نیز مطابق زیر محاسبه می‌شود:

$$GMR = \sqrt[r]{r_a r_b r_c} \quad (3-106)$$

$$r_a = \sqrt[r]{D_{1r}} \quad (3-107)$$

$$r_b = \sqrt[r]{D_{1r'}} \quad (3-108)$$

$$r_c = \sqrt[r]{D_{1r''}} \quad (3-109)$$

### ۳-۲۶ خلاصه محاسبه کاپاسیتانس خطوط انتقال

رابطه اصلی تعیین کاپاسیتانس خطوط انتقال بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$C_a = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{eq}}{D_{eq}}} F/m \quad (3-110)$$

کاپاسیتانس خازنی  $C_a$  بر حسب  $\omega$  در فرکانس  $Km$  نیز از ضرب کردن مقدار

بهین ترتیب با توجه به قسمت های II و III از سیکل جابجایی فازها (شکل های ۳-۱۹ و

۳-۲۰) می‌توان  $V_{a_{eq}}$  و  $V_{a'_{eq}}$  و  $V_{a_{eq}}$  را نوشت و سپس با استفاده از روابط زیر  $V_{an}$  را

محاسبه نمود:

$$V_a = \frac{1}{3} (V_{a_1} + V_{a_{11}} + V_{a_{111}})$$

$$V_{a'} = \frac{1}{3} (V_{a'_1} + V_{a'_{11}} + V_{a'_{111}})$$

$$V_{an} = \frac{1}{3} (V_a + V_{a'})$$

$$q_b + q_c = -q_a$$

پس از انجام عملیات لازم  $V_{an}$  بصورت زیر محاسبه می‌شود:

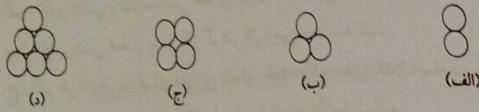
$$V_{an} = \frac{q_a}{12(2\pi\epsilon_0)} \ln \frac{(D_{1r} D_{1r'} D_{1r''} D_{1r'''})(D_{1r'} D_{1r''} D_{1r'''} D_{1r''''})(D_{1r''} D_{1r'''} D_{1r''''} D_{1r''''''})}{r^6 (D_{1r} D_{1r'} D_{1r''} D_{1r''''})} \quad (3-100)$$

کاپاسیتانس در  $50 \times 2\pi = 1000$  بدست می آید: و متعاقباً در

$$B_c = \frac{1/747 \times 10^{-5}}{\ln \frac{D_{eq}}{D_{sc}}} \Omega/Km \quad (3-111)$$

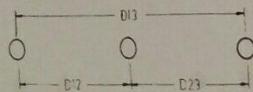
### مسئلہ نمبر سوم

۳-۳ برای هر یک از هادیهای رشته‌ای شکل (۳-۳۴) شعاع متوسط هندسی (GMR) را بحسب شعاع هر رشته  $D$  بدست آورید.



شکل ۳-۳۴ مربوط به مساله (۳-۳)

۳-۲ در یک خط انتقال سه فاز فاصله هادیهای سه فاز با یکدیگر مساوی بوده و مقدار آن  $D = 5 m$  می باشد. اگر بخواهیم خط انتقال را بصورت افقی مطابق شکل (۳-۳۵) طراحی نمائیم، فاصله هادیهای مجاور چقدر باشد تا اندوکتانس حاصله با اندوکتانس خط سه فاز اولیه برابر باشد. ( $D_{12} = D_{23}$ )



شکل ۳-۳۵ مربوط به مساله (۳-۲)

۳-۳ در خط سه فاز  $765KV$  مطابق شکل (۳-۳۶) از هادیهای باندل از نوع Pheasant استفاده شده است. اندوکتانس، کاپاسیتانس و جریان خازنی خط را در فرکانس  $60 HZ$  بدست آورید.

راکتانس خازنی  $X$  نیز بر حسب  $\Omega.Km$  به این ترتیب محاسبه می شود:

$$X_c = \frac{1}{B_c} = 5/724 \times 10^4 \ln \frac{D_{eq}}{D_{sc}} \Omega.Km \quad (3-112)$$

برای استفاده از روابط (۳-۱۱۰) تا (۳-۱۱۲) حالات های مختلف زیر را در نظر می گیریم:

**الف:** خط انتقال یک فاز. در این صورت  $D_{eq}$  فاصله بین دو هادی خط بوده و  $D_{sc}$  نیز شعاع خارجی هادی یعنی  $2m$  باشد. کاپاسیتانس بدست آمده، کاپاسیتانس هر یک از هادیها نسبت به نقطه خنثی می باشد و کاپاسیتانس بین دو هادی نصف کاپاسیتانس هر هادی نسبت به نقطه خنثی است.

**ب:** خط انتقال سه فاز. در این حالت  $D_{eq}$  فاصله متوسط هندسی از رابطه زیر بدست

می آید:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}} \quad (3-113)$$

**ج:** خط سه فاز با هادیهای باندل. در این صورت بجای  $D_{sc}$  باید از  $D_{eq}^b$  استفاده نمود و  $D_{eq}$  نیز از رابطه (۳-۱۱۳) بدست می آید که در اینجا  $D_{12}$ ,  $D_{23}$  و  $D_{13}$  فاصله مراکز باندلها از یکدیگر می باشند.

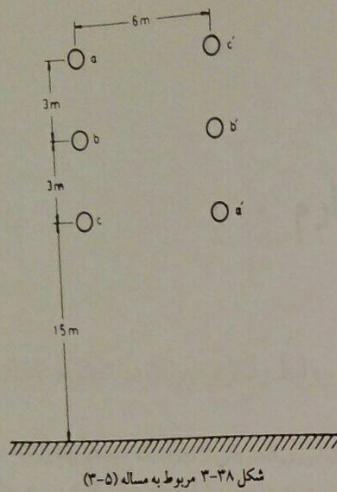
**د:** خط انتقال سه فاز دو مداره. در این صورت با تقریب قابل قبولی می توان

کاپاسیتانس خط یک مداره را در برابر کرد و برای محاسبه دقیق تر باید  $D_{ac_{eq}}$ ,  $D_{bc_{eq}}$ ,  $D_{ab_{eq}}$  و  $R_{eq}$  را با استفاده از روابط (۳-۱۰۳) تا (۳-۱۰۵) تعیین نمود و سپس  $D_{eq}$  یا GMD را به این

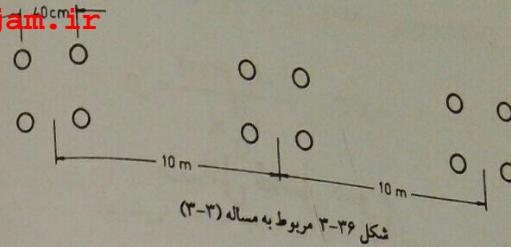
ترتیب محاسبه نمود:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab_{eq}} D_{bc_{eq}} D_{ac_{eq}}} \quad (3-114)$$

همچنین باید GMR خط دو مداره را با استفاده از روابط (۳-۱۰۶) تا (۳-۱۰۹) محاسبه نمود تا بتوان از رابطه (۳-۱۱۰) کاپاسیتانس خط دو مداره را بدست آورد. در خطوط سه فاز دو مداره باندل نیز مطابق فوق عمل می کنیم و تنها باید بجای  $2$  از  $D_{eq}^b$  استفاده نمود.



شکل ۳-۳۸ مربوط به مساله (۳-۵)



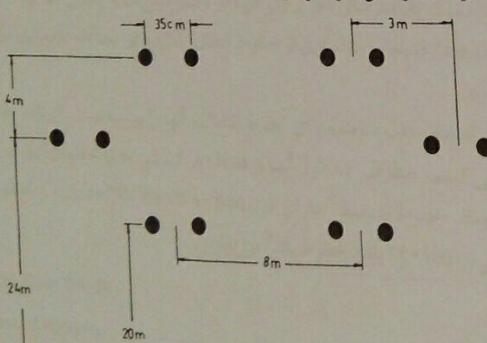
شکل ۳-۳۶ مربوط به مساله (۳-۳)

۴-۴ خط انتقال سه فازی مطابق شکل (۳-۳۷) دارای آرایش هادیه‌ای بصورت مثلث می‌باشد. هادیها از نوع Cardinal می‌باشند.

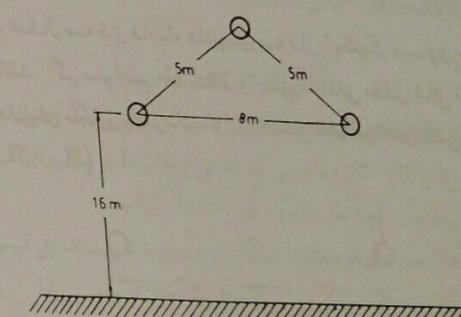
الف: اندوکتانس و کاپاسیتانس خط را بدون تأثیر زمین بدست آورید.

ب: کاپاسیتانس خط را با در نظر گرفتن اثر زمین محاسبه کنید.

ج: اگر هر فاز از باندل‌های دوتائی تشکیل شده باشد بطوریکه فاصله دو رشته در هر باندل  $30\text{ cm} = d$  باشد قسمت‌های (الف) و (ب) را مجددآ حل نمائید.



شکل ۳-۳۹ مربوط به مساله (۳-۶)



شکل ۳-۴۰ مربوط به مساله (۳-۴)

۴-۵ در یک خط سه فاز دو مداره از هادیهای Drake استفاده شده است. فاصله بین هادیها و ارتفاع آنها مطابق شکل (۳-۳۸) مشخص شده است.

الف: اندوکتانس و راکتانس القائی خط را محاسبه کنید.

ب: کاپاسیتانس و ساپسیتانس خط را محاسبه نمائید.

## فصل چهارم

### روابط ولتاژ و جریان در خطوط انتقال

خطوط انتقال انرژی الکتریکی از اجزاء یک سیستم بهم پیوسته می باشند و برای تعیین جریانها، ولتاژها، قدرت ها، افت ولتاژها، تلفات و دیگر کمیتهای خطوط باید سیستم بهم پیوسته را حل نمود. روش حل سیستم ها و تعیین کمیت های فوق الذکر را بعداً تحت عنوان «مطالعه پخش بار<sup>۱</sup>» خواهیم دید، لیکن مطالعه روابط ولتاژها و جریانها در یک خط انتقال دید بهتری از اهمیت پارامترهای خط و تاثیر آنها در ولتاژ شین ها و پخش قدرتها<sup>۲</sup> در نقاط مختلف خواهد داد. همچنین مدلسازی از خطوط انتقال راه را برای مطالعات بعدی سیستم ها هموار می سازد.

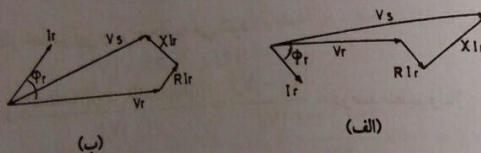
برای انتخاب مدل مناسب برای خطوط انتقال، آنها را به سه دسته کوتاه، متوسط و بلند تقسیم می کنیم. خطوطی که طول آنها از ۸۰ Km کمتر است خطوط انتقال کوتاه<sup>۳</sup> نامیده می شوند. خطوط متوسط<sup>۴</sup> دارای طول ۸۰ Km تا ۲۴۰ Km هستند، و خطوطی که طول آنها بیشتر از ۲۴۰ Km باشد خطوط بلند<sup>۵</sup> می باشند.

1. Load Flow Study
2. Flow of Powers
3. Short Line
4. Medium Line
5. Long Line

در این روابط  $Z = R + j\omega L$  کل امدادانس سری هر فاز و  $R$  و  $L$  نیز بترتیب کل مقاومت و اندوکتانس هر فاز خط می باشند. این روابط را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

باتوجه به روابط فوق دیاگرام برداری ولتاژها در دو حالت (الف) و (ب) در شکل (۴-۲) نشان می دهیم. در حالت الف (پس فاز) جریان انتهای خط به اندازه  $\Phi_r$  از ولتاژ انتهای خط عقب تراست و در حالت ب (پیش فاز) جریان انتهای خط به اندازه  $\Phi_r$  از ولتاژ انتهای خط جلوتر است.



شکل ۴-۲ دیاگرام برداری خط انتقال کوتاه

در صد تنظیم<sup>۱</sup> ولتاژ یک خط طبق تعریف از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{|V_{r_0}| - |V_r|}{|V_r|} \times 100 = \text{در صد تنظیم ولتاژ} \quad (4-4)$$

در این رابطه  $|V_{r_0}|$  ولتاژ انتهای خط در بی باری<sup>۲</sup> و  $|V_r|$  ولتاژ انتهای خط در بار کامل<sup>۳</sup> می باشد. در تعیین  $|V_{r_0}|$  و  $|V_r|$  ولتاژ ابتدای خط  $|V_s|$  باید ثابت نگه داشته شود. در بی باری

1. Percent Regulation

2. No Load

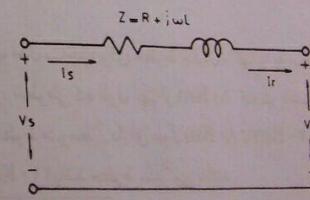
3. Full Load

خطوط انتقال از روی معمولاً بارهای سه فاز متعادل را تذیله می کنند. هادیهای سه فاز خطوط معمولاً دارای فواصل مساوی نبوده و جایگاهی فازها نیز عملانجام نمی شود، با اینحال عدم تقارن بوجود آمده ناچیز است. لذا کل سیستم را متقابل فرض نموده و مدار معادل برای تشخیص مقدار پارامترها در واحد طول و در کل خط از علامت اختصاری زیر در این فصل استفاده می کنیم:

$Z =$	امدادانس سری هر فاز در واحد طول
$y =$	امدادانس موازی هر فاز در واحد طول
$I =$	طول خط انتقال
$Z = zl$	امدادانس سری هر فاز
$Y = yl$	امدادانس موازی هر فاز

#### ۴-۱ خط انتقال کوتاه

در یک خط انتقال از روی کوتاه از امدادانس موازی خط (مربوط به کاباسیتانس) صرفنظر می کنیم. مدار معادل چنین خطی در شکل (۴-۱) نشان داده شده است. در این شکل  $V_s$  و  $I_s$  بترتیب ولتاژ و جریان در ابتدای خط<sup>۱</sup> و  $V_r$  و  $I_r$  بترتیب ولتاژ و جریان در انتهای خط<sup>۲</sup> هستند. مقادیر  $V_s$  و  $V_r$  و ولتاژهای یک فاز نسبت به نقطه خشی می باشند.



شکل ۴-۱ مدار معادل خط انتقال کوتاه

باتوجه به این شکل داریم:

$$I_s = I_r$$

1. Sending End

2. Receiving End

پارامتری خط انتقال در طول ۵۰ Km را مطابق زیر بدست می آوریم:

$$R = 0.3 \times 50 = 15 \Omega$$

$$X = 2\pi \times 50 \times 0.95 \times 10^{-3} \times 50 = 14.92 \Omega$$

جربان خط انتقال  $I_s = I_i = I$  برابر است با:

$$|I| = \frac{100 \times 10^7}{\sqrt{3} \times 132 \times 0.8} = 546 / \sqrt{3} A$$

$$I = |I| \angle -\Phi_r = 546 / \sqrt{3} \angle -36.9^\circ A$$

$$V_s = V_r + ZI_r = 76210 + (154 + j14.92) \times 546 / \sqrt{3} \angle -36.9^\circ$$

$$V_s = 82000 \angle 41.2^\circ V = 82 / \sqrt{3} \angle 41.2^\circ KV$$

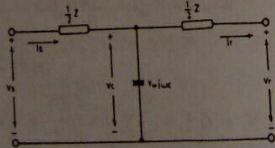
ولتاژ خطی در ابتدای خط برابر است با:

$$|V_s| = 82\sqrt{3} = 142 KV$$

$$\frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} \times 100 = \frac{142 - 132}{132} \times 100 = 7.57\%$$

#### ۴-۲ خط انتقال متوسط

در خطوط انتقال با طول متوسط، اندیانس موازی در محاسبات وارد می شود. اگر کپاسیتانس خط را در وسط خط بطور متوجه در نظر بگیریم و اندوکتانس خط را به دو قسم تقسیم کنیم مدار اسمی  $T$  مطابق شکل (۴-۳) بدست می آید:



شکل ۴-۳ مدار اسمی خط متوسط

1. Nominal T

$|V_{t_0}| = |V_s|$

$$\frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} \times 100 = \frac{\text{درصد تنظیم ولتاژ}}{|V_r|} \quad (4-5)$$

ولتاژ ابتدای خط  $|V_s|$  را بحسب ولتاژ انتهای خط  $|V_r|$  بطور تقریبی می توان به این صورت نوشت (ایات کنید):

$$|V_s| = |V_r| + |I|(R \cos \Phi_r \pm X \sin \Phi_r) \quad (4-6)$$

در این رابطه  $|V_s|$  جربان خط انتقال است که با  $|V_r|$  برابر است. علامت مثبت بین  $R \cos \Phi_r$  و  $X \sin \Phi_r$  مربوط به حالت پس فاز (شکل ۴-۲ الف) و علامت منفی مربوط به حالت پیش فاز (شکل ۴-۲ ب) می باشد. افت ولتاژ در خط انتقال برابر است با:

$$|\Delta V| = |V_s| - |V_r| = |I|(R \cos \Phi_r \pm X \sin \Phi_r) \quad (4-7)$$

درصد تنظیم ولتاژ خط نیز این چنین محاسبه می شود:

$$\frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} = \frac{|I|(R \cos \Phi_r \pm X \sin \Phi_r)}{|V_r|} \times 100 = \frac{\text{درصد تنظیم ولتاژ}}{|V_r|} \times 100 \quad (4-8)$$

روابط (۴-۷) و (۴-۸) نشان می دهد که هر چه جربان انتهای خط از ولتاژ عقب تر باشد افت ولتاژ و درصد تنظیم بیشتر می شود. در ضریب قدرت های پیش فاز افت ولتاژ و درصد تنظیم کمتر شده و به مقادیر صفر و منفی نیز می رساند.

مثال ۴-۱ در یک خط انتقال سه فاز بطول ۵۰ Km بار انتهای خط قدرت ۱۰۰ MW را در ضریب قدرت  $0.8$  پس فاز و ولتاژ  $132 KV$  جذب می نماید. مقاومت و اندوکتانس خط بترتیب  $0.3 \Omega/Km$  و  $0.95 mH/Km$  هستند. ولتاژ ابتدای خط و درصد تنظیم ولتاژ را محاسبه کنید.

حل: ابتدا ولتاژ فازی را در انتهای خط محاسبه می کنیم:

$$V_r = \frac{132}{\sqrt{3}} \times 10^7 = 76210 V$$

$$V_s = \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) V_r + Z I_r \quad (4-11)$$

$$I_s = \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) Y V_r + \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) I_r$$

اگر معادلات (4-11-4) را به صورت کلی زیر بنویسیم:

$$V_s = A V_r + B I_r \quad (4-12)$$

$$I_s = C V_r + D I_r$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$A = D = \frac{ZY}{2} + 1 \quad (4-13)$$

$$B = Z \quad C = Y \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right)$$

ضرائب ABCD به ضرائب عمومی خط انتقال موسومند.

در شرایط بی باری با قراردادن  $V_s = 0$  در رابطه (4-12)  $I_s = \frac{V}{A}$  و در نتیجه رابطه در صد تنظیم ولتاژ برای خط انتقال با طول متوسط بصورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{1}{|A|} \frac{|V_s| - |V_r|}{|V_r|} \times 100 \quad (4-4)$$

مثال ۴-۲ در یک خط انتقال سه فاز ۲۳۰ KV بطول ۲۰۰ Km استفاده شده است. هادیها بصورت افقی قرار داشته و فاصله هر دو هادی مجاور ۴m می باشد. مقاومت هر فاز  $132\Omega/Km$  است. اگر بار انتهای خط در ضرب قدرت  $150MW$  پس فاز و ولتاژ قدرت  $230KV$  کنید.

$$r = \frac{1}{2} \times 0.132 \times 0.25 = 0.10725 \quad m$$

حل: با استفاده از جدول (۱-۳) داریم:

$$V_s = V_r + \frac{1}{Y} Z I_s$$

$$V_r = V_s + \frac{1}{Y} Z I_r$$

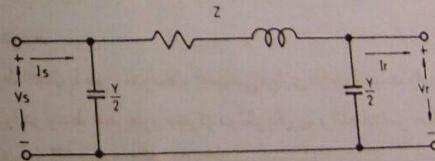
$$I_s = I_r + Y V_r$$

$$V_s = \left( 1 + \frac{YZ}{2} \right) V_r + Z \left( 1 + \frac{YZ}{2} \right) I_r \quad (4-9)$$

$$I_s = Y V_r + \left( 1 + \frac{YZ}{2} \right) I_r \quad (4-10)$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{YZ}{2} & Z \left( 1 + \frac{YZ}{2} \right) \\ Y & 1 + \frac{YZ}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

اگر ادمیتانس خط را به دو قسمت تقسیم کنیم و در ابتدا و انتهای خط قرار دهیم مدار اسی  $\pi$  مطابق شکل (۴-۴) بدست می آید:



شکل ۴-۴ مدار اسی  $\pi$  خط متوسط

در مدار اسی  $\pi$  خط انتقال داریم:

$$V_s = V_r + Z \left( I_r + \frac{Y}{2} V_r \right) = \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) V_r + Z I_r$$

$$I_s = I_r + \frac{Y}{2} V_r + \frac{Y}{2} V_s = I_r + \frac{Y}{2} V_r + \frac{Y}{2} \left[ \left( \frac{ZY}{2} + 1 \right) V_r + Z I_r \right]$$

برای محاسبه درصد تنظیم ولتاژ، ابتدا ولتاژ انتهای خط را در بی باری حساب می کنیم:

$$A = 1 + \frac{YZ}{\gamma} = 1 + 9W \angle 0^\circ / 44^\circ$$

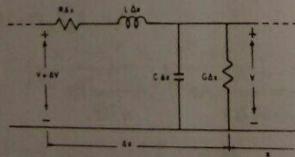
$$|V_{\infty}| = \frac{|V_s|}{|A|} = \frac{277/5}{1 + 9W} = 284 \text{ KV}$$

$$\frac{284 - 230}{230} \times 100 = 23/4 \text{ درصد تنظیم ولتاژ}$$

### ۴-۳ خط انتقال بلند

در یک خط انتقال بلند نمی توان پارامترها را بصورت منسوب کرز در نظر گرفت و از مدارهای اسی  $\tilde{T}$  یا  $\pi$  خط انتقال استفاده نمود. در چنین خطی پارامترها بصورت یکنواخت در طول خط پخش شده اند. در شکل (۴-۵) مدار معادل یک فاز خط انتقال بلند در قسمت بسیار کوچکی بطول  $\Delta x$  و به فاصله  $X$  از انتهای خط نشان داده است. اپدانس سری و اپدانس موازی در این قسمت بر ترتیب  $z\Delta x$  و  $y\Delta x$  می باشند. ولتاژ در انتهای این قسمت  $V$  و در ابتدای آن  $V + \Delta V$  است. بنابراین اختلاف ولتاژ  $\Delta V$  بین ابتداء و انتهای این قسمت برابر است:

$$\begin{aligned} \Delta V &= Iz\Delta x \\ \frac{\Delta V}{\Delta x} &= Iz \end{aligned} \quad (4-15)$$



شکل ۴-۵ قسمت بسیار کوچک از خط انتقال بلند

حد معادله (۴-۱۵) وقتی که  $\Delta x \rightarrow 0$  عبارتست از :

$$\frac{dV}{dx} = Iz \quad (4-16)$$

$$D_s = 1.284 \text{ ft} = 1.284 \times 0.3048 = 0.4088 \text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt{4 \times 4 \times \lambda} = 5.4 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{5.4}{0.4088} = 12.7 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$X = \omega L = 2\pi \times 50 \times 12.7 \times 10^{-7} \times 10^7 \times 200 = 79/\lambda \Omega$$

$$C = \frac{2\pi \times \lambda / 1.5 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5.4}{0.4088}} = 9.4 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$Y = j\omega C = j2\pi \times 50 \times 9.4 \times 10^{-12} \times 10^7 \times 200 = j5/68 \times 10^{-1} \Omega$$

$$Z = R + jX = 132 \times 200 + j79/\lambda = 132/\lambda \angle 79/\lambda \Omega$$

$$V_r = \frac{23}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 132/\lambda \angle 0^\circ \text{ KV}$$

$$|I_r| = \frac{150 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 230 \times 0.443} = 443 \text{ A}$$

$$I_r = 443 \angle -\cos^{-1} 0.443 = 443 \angle -31/\lambda^\circ \text{ A}$$

$$V_s = \left( 1 + \frac{YZ}{\gamma} \right) V_r + Z I_r = \left( 1 + \frac{5/68 \times 10^{-1} \angle 79/\lambda^\circ \times 132/\lambda \angle 0^\circ}{\gamma} \right)$$

$$\times 132/\lambda \angle 0^\circ + 84/\sqrt{3} \times 443 \times 10^{-3} \angle -31/\lambda^\circ$$

$$= 160/23 \angle 8/92^\circ \text{ KV}$$

ولتاژ خطی در ابتدای خط انتقال برابر است با :

$$|V_s| = 160/23 \sqrt{3} = 277/5 \text{ KV}$$

در این رابطه  $z = R + j0l$ .  $z$  امپدانس خط در واحد طول می باشد.

بهمن ترتیب  $\Delta I + \Delta V$  جریان در ابتداء آجریان در انتهای قسمت بقیه است ولذا اختلاف جریان در این فاصله  $\Delta I$  است که از امپدانس موازی  $y\Delta x$  عبور می کند و برابر است با:

$$\Delta I = Vy\Delta x$$

در حد به ازاء  $\Delta x \rightarrow 0$  داریم:

$$\frac{dI}{dx} = Vy \quad (4-17)$$

در اینجا  $Z_c$  امپدانس مشخصه خط بوده و مقدار آن برابر است با:

$$Z_c = \sqrt{\frac{y}{y}} \quad (4-22)$$

بنابراین معادلات ولتاژ  $V$  و جریان  $I$  بصورت زیرنوشته می شوند:

$$V = \frac{V_r + I_r Z_c e^r}{2} + \frac{V_r - I_r Z_c e^{-r}}{2} \quad (4-23)$$

$$I = \frac{V_r / Z_c + I_r e^r}{2} + \frac{V_r / Z_c - I_r e^{-r}}{2} \quad (4-24)$$

در اینجا  $\gamma$  ثابت انتشار<sup>2</sup> بوده و مقدار آن برابر است با:

$$\gamma = \sqrt{yz} \quad (4-25)$$

روابط (4-23) و (4-24) ولتاژ و جریان در هر نقطه را بر حسب ولتاژ و جریان انتهای خط و پارامترهای خط نشان می دهد. این روابط را می توان بصورت زیرنوشت:

$$V = \frac{e^r + e^{-r}}{2} V_r + \frac{e^r - e^{-r}}{2} I_r Z_c$$

$$I = \frac{e^r - e^{-r}}{2} \frac{V_r}{Z_c} + \frac{e^r + e^{-r}}{2} I_r$$

با استفاده از توابع هیپربولیک داریم:

$$V = V_r \cosh \gamma r + I_r Z_c \sinh \gamma r \quad (4-26)$$

$$I = I_r \cosh \gamma r + \frac{V_r}{Z_c} \sinh \gamma r \quad (4-27)$$

### 1. Characteristic Impedance

### 2. Propagation Constant

در این رابطه  $y = G + j0C$  امپدانس خط در واحد طول است. با مشتق گیری از رابطه (4-16) بر حسب  $x$  داریم:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = z \frac{dI}{dx} \quad (4-18)$$

با جایگزینی مقدار  $\frac{dI}{dx}$  از رابطه (4-17) در رابطه (4-18) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = yzV$$

پاسخ این معادله دیفرانسیل به صورت زیرنوشته می شود:

$$V = Ae^{\sqrt{yz}x} + Be^{-\sqrt{yz}x} \quad (4-19)$$

جریان آنرا مطبق رابطه (4-16) برابر است با:

$$I = \frac{1}{z} \frac{dV}{dx} = \frac{1}{\sqrt{z/y}} Ae^{\sqrt{yz}x} - \frac{1}{\sqrt{z/y}} Be^{-\sqrt{yz}x} \quad (4-20)$$

برای تعیین  $A$  و  $B$ ، در انتهای خط به ازاء  $x = 0$ ، مقادیر جریان و ولتاژ  $I = I_r$  و  $V = V_r$  بوده ولذا داریم:

$$V_r = A + B$$

$$I_r = \frac{1}{\sqrt{z/y}}(A - B)$$

مثال ۴-۳ در یک خط انتقال KV ۴۰۰ بطول ۲۳۰ Km، راکتانس سری  $\frac{1}{113}$  و ادمیتانس موازی  $\frac{1}{100}$  است (از کندوکتانس صرفنظر شده است). بار انتهای خط قدرت MW ۲۰۰ را در ولتاژ KV ۲۳۰ و ضریب قدرت یک جذب می نماید. ولتاژ، جریان و قدرت در ابتدای خط را محاسبه کنید.

حل:

$$z = \frac{1}{113} + j \cdot \frac{1}{100} = 0.9204 / 79^\circ \Omega/Km$$

$$y = G + j\omega C = \frac{1}{2} / 2 \times 10^{-9} \Omega/Km = 3 / 2 \times 10^{-9} / 90^\circ \Omega/Km$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0.9204}{3 / 2 \times 10^{-9}}} / \frac{79 / 5^\circ - 90^\circ}{2} = 440 / 3 / -5 / 25^\circ \Omega$$

$$\gamma = \sqrt{yz} = \sqrt{0.9204 \times 3 / 2 \times 10^{-9}} / \frac{79 / 5^\circ + 90^\circ}{2}$$

$$\gamma = 0.00141 / 84 / 75^\circ = 0.00129 + j \cdot 0.0014$$

$$\gamma l = (0.00129 + j \cdot 0.0014) \times 400 = 0.0516 + j / 56$$

$$I_r = \frac{200 \times 10^7}{\sqrt{3} \times 230 \times 1} = 50.2 / 0^\circ A$$

$$V_r = \frac{230}{\sqrt{3}} = 132 / 8 / 0^\circ KV$$

$$\cosh \gamma l = \cosh 0.0516 \cos 0.0516 + j \sinh 0.0516 \sin 0.0516$$

$$= 1.0013 \times 0 / 847 + j \cdot 0.0516 \times 0 / 531$$

$$= 0.8481 + j \cdot 0.274 = 0.8485 / 1 / 85^\circ$$

$$\sinh \gamma l = \sinh 0.0516 \cos 0.0516 + j \cosh 0.0516 \sin 0.0516$$

$$= 0.0516 \times 0 / 847 + j \cdot 0.0013 \times 0 / 531$$

۱۰۶

۱۰۷

#### ۴-۴ مدار معادل خط انتقال بلند

مدارهای اسمی  $\pi$  و یا  $T$  نمی توانند بعنوان مشخص کننده خط انتقال بلند مورد استفاده قرار گیرند زیرا حالت گسترده بودن پارامترهای ابطور یکنواخت در طول خط نمی تواند منظور نمایند. برای تعیین مدار معادل یک خط انتقال بلند، یک مدار  $\pi$  مشابه شکل (۴-۴) را در نظر می گیریم، با این تفاوت که به جای  $Z$  از  $Z'$  و به جای  $Y$  از  $Y'$  استفاده می نماییم.  $Z'$  و  $Y'$  به ترتیب امپدانس سری و ادمیتانس موازی خط انتقال بلند در مدار معادل  $\pi$  مطابق شکل (۴-۶) می باشند.

در شکل (۴-۶) رابطه ولتاژ ابتدای خط  $V_r$  بر حسب  $I_r$  و  $V$  (ولتاژ و جریان انتهای خط) بصورت زیر نوشته می شود:

$$V_r = \frac{132 / 8 / 0 / 10^7}{0.8485 / 1 / 85^\circ + 0.274} = 0.5325 / 85 / 3^\circ$$

$$V_r = 179 / 42^\circ KV$$

قدر مطلق ولتاژ خطی در ابتدای خط برابر است با:

$$|V_r| = 179 \sqrt{3} = 310 KV$$

$$I_r = 50.2 \times 0.8485 / 1 / 85^\circ + 0.274 \times 0.5325 / 85 / 3^\circ$$

$$I_r = 4676 / 22 / 3^\circ A$$

با محاسبه ضریب قدرت PF در ابتدای خط، قدرت متغیره در ابتدای خط بدست می آید:

$$PF = \cos(42^\circ - 22 / 3^\circ) = 0.921$$

$$P = \sqrt{3} \times 210 \times 4676 / 6 \times 0.921 \times 10^7 = 233 MW$$

#### ۴-۵ مدار معادل خط انتقال بلند

مدارهای اسمی  $\pi$  و یا  $T$  نمی توانند بعنوان مشخص کننده خط انتقال بلند مورد استفاده قرار گیرند زیرا حالت گسترده بودن پارامترهای ابطور یکنواخت در طول خط نمی تواند منظور نمایند. برای تعیین مدار معادل یک خط انتقال بلند، یک مدار  $\pi$  مشابه شکل (۴-۴) را در نظر می گیریم، با این تفاوت که به جای  $Z$  از  $Z'$  و به جای  $Y$  از  $Y'$  استفاده می نماییم.  $Z'$  و  $Y'$  به ترتیب امپدانس سری و ادمیتانس موازی خط انتقال بلند در مدار معادل  $\pi$  مطابق شکل (۴-۶) می باشند.

در شکل (۴-۶) رابطه ولتاژ ابتدای خط  $V_r$  بر حسب  $I_r$  و  $V$  (ولتاژ و جریان انتهای خط) بصورت زیر نوشته می شود:

$$V_r = \frac{132 / 8 / 0 / 10^7}{0.8485 / 1 / 85^\circ + 0.274} = 0.5325 / 85 / 3^\circ$$

این رابطه نشان می دهد که ادیشنس موازی  $\frac{Y}{2}$  مدار اسمی  $\pi$  باید در ضرب  $\tanh(\gamma l/2)$  ضرب شود تا ادیشنس موازی  $\frac{Y'}{2}$  برای مدار معادل  $\pi$  خط انتقال بلند بدست آید. البته ضرائب  $\frac{Y}{2}$  و  $\frac{Y'}{2}$   $\sinh(\gamma l/2)$  و  $\tanh(\gamma l/2)$  خسبی به عددیک پوشه و مدار اسمی  $\pi$  با ترتیب قابل قبولی برای خطوط انتقال بلند نیز من تواند مورد استفاده قرار گیرد. مدار معادل  $\pi$  خط بلند نیز بطریق مشابه قابل دستیابی است.

مثال ۴-۲ برای مثال ۳-۴ مدار معادل  $\pi$  خط انتقال را بدست آورده و با مدار اسمی  $\pi$  آن مقایسه نماید.

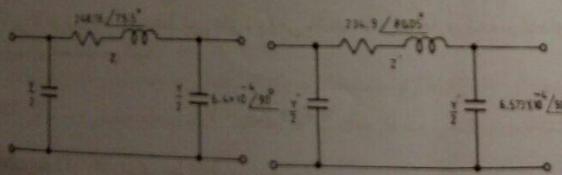
$$Z' = Z_0 \sinh \gamma l = 440/3 / -5/25 \times 0/5335 / 85/3^\circ \quad \text{حل:}$$

$$Z' = 234/9 / 85/25^\circ \Omega$$

$$Z = z = 0/6204 / 85/25^\circ \times 400 = 248/16 / 85/25^\circ \Omega$$

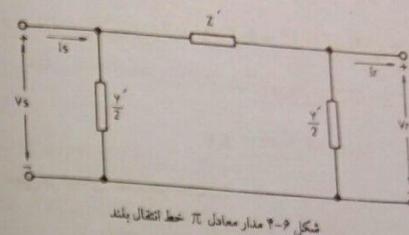
$$\begin{aligned} \frac{Y'}{Y} &= \frac{1}{Z_0} \tanh \frac{\gamma l}{2} = \frac{1}{Z_0} \cdot \frac{\cosh \gamma l - 1}{\sinh \gamma l} = \frac{\cosh \gamma l - 1}{Z'} \\ &= \frac{1/1485 / 1/185 - 1}{234/9 / 85/25^\circ} = 6/573 \times 10^3 / 85/25^\circ \quad \text{و} \end{aligned}$$

$$\frac{Y}{Y} = \frac{1}{Y} \times 2/2 \times 10^{-3} / 90^\circ \times 400 = 6/4 \times 10^{-3} / 90^\circ \quad \text{و}$$



(الف): مدار معادل  $\pi$   
نکل ۴-۷ مدارهای اسمی و معادل  $\pi$  خط انتقال بلند

۱۰۹



نکل ۴-۶ مدار معادل  $\pi$  خط انتقال بلند

$$V_s = \left( \frac{Z' Y'}{2} + 1 \right) V_r + Z' I_r \quad (4-41)$$

مقایسه رابطه (۴-۴۱) با رابطه (۴-۲۸) نشان می دهد که:

$$Z' = Z_0 \sinh \gamma l \quad (4-42)$$

$$Z' = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \sinh \gamma l = Zl \frac{\sinh \gamma l}{\sqrt{ZY}} \quad (4-43)$$

$$Z' = Z \frac{\sinh \gamma l}{\gamma l} \quad (4-44)$$

همانطوریکه مشاهده می شود اپداتس سری مدار اسمی  $\pi$  باید در ضرب  $\sinh(\gamma l/2)$  ضرب شود تا  $Z'$  مدار معادل  $\pi$  خط انتقال بلند بدست آید. بهمین ترتیب مقایسه ضرائب  $V$  در روابط (۴-۴۱) و (۴-۲۸) نشان می دهد که:

$$\frac{Z' Y'}{2} + 1 = \cosh \gamma l \quad (4-44)$$

با استفاده از رابطه (۴-۴۲) و جایگزین  $Z_0 \sinh \gamma l$  بجای  $Z'$  در روابط (۴-۴۴) خواهیم داشت:

$$\frac{Y'}{Y} = \frac{1}{Z_0} \tanh \frac{\gamma l}{2} = \frac{Y}{2} \frac{\tanh(\gamma l/2)}{\gamma l/2} \quad (4-45)$$

۱۱۰

$$I_s = CV_r + DI_r$$

$$D = A \quad AD - BC = 1$$

دو معادله اخیر را برای  $I_i$  و  $I_r$  بر حسب  $V_i$  و  $V_r$  حل می کنیم:

$$I_i = \frac{D}{B} V_i - \frac{1}{B} V_r \quad (4-47)$$

$$I_r = \frac{1}{B} V_i - \frac{A}{B} V_r \quad (4-48)$$

در رابطه (۴-۴۷) با جایگزینی  $I_i$  برای  $I_r$  و  $V_r$  برای  $V_i$  داریم:

$$I_i = \frac{D}{B} V_i - \frac{1}{B} V_i$$

ضرائب  $A = D$  و  $B = 1$  را بترتیب زیر تعریف می کنیم:

$$A = D \quad \underline{\alpha}$$

$$B = |B| \quad \underline{\beta}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$I_i = \frac{|D|}{|B|} |V_i| \angle \alpha + \delta \quad \underline{\beta} - \frac{1}{|B|} |V_i| \angle -\beta$$

$$I_i^* = \frac{|D|}{|B|} |V_i| \angle \beta - \alpha - \delta - \frac{1}{|B|} |V_i| \angle \beta$$

با جایگزینی این مقدار در رابطه (۴-۴۶) داریم:

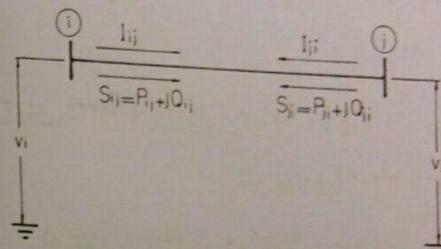
$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = \frac{|D|}{|B|} |V_i| \angle \beta - \alpha - \delta - \frac{1}{|B|} |V_i| \angle \beta + \delta \quad (4-49)$$

در این رابطه اگر ولتاژها فازی باشند قدرت یکفاز انتقالی خط بدست می آید و اگر ولتاژها خطی باشند قدرت انتقالی سه فاز محاسبه خواهد شد. قسمت های حقیقی و موهومی رابطه

(۴-۴۹) را جدا می کنیم:

$$P_{ij} = \frac{|D|}{|B|} |V_i| |V_j| \cos(\beta - \alpha) - \frac{|V_i| |V_j|}{|B|} \cos(\beta + \delta) \quad (4-50)$$

۵-۴ قدرت انتقالی در خط انتقال انرژی  
دو شین  $i$  و  $j$  را که بترتیب ابتداء و انتهای یک خط انتقال هستند مطابق شکل (۴-۸) در نظر بگیرید.  $P_{ij}$  و  $Q_{ij}$  بترتیب قدرتهای اکتیو، راکتیو و مختلط جاری از شین  $i$  به طرف شین  $j$  باشند که از شین  $i$  جدا می شوند. همچنین  $P_{ji}$  و  $Q_{ji}$  بترتیب قدرتهای اکتیو، راکتیو و مختلط جدا شده از شین  $j$  هستند که بطرف شین  $i$  جاری می شوند.



شکل ۴-۸ قدرت های جاری در خط انتقال

اگر ولتاژ شین انتهای را بعنوان مرجع در نظر بگیریم داریم:

$$V_j = |V_j| \angle \delta$$

زاویه جلو افتادگی  $V_j$  نسبت به  $V_i$  را با  $\delta$  نشان می دهیم:

$$V_i = |V_i| \angle 0^\circ$$

$V_i$  و  $V_j$  بترتیب ولتاژ مختلط شین های  $i$  و  $j$  می باشند. قدرت جاری شده در ابتدای خط به  $V_i$  ترتیب ولتاژ محاسبه می شود:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \quad (4-46)$$

حال رابطه (۴-۱۲) را برای خط انتقال می نویسیم:

$$V_s = AV_r + BI_r$$

$$Q_{ij} = \frac{|D|}{|B|} |V_i|^2 \sin(\beta - \alpha) - \frac{|V_i||V_j|}{|B|} \sin(\beta + \delta) \quad (4-51)$$

روابط (۴-۵۰) و (۴-۵۱) بخش قدرتهای اکتیو را خط از شین  $i$  را مشخص می کنند.

در خطوط انتقال کوتاه داریم:  
 $A = D = 1$  و  $B = Z$

اگر از مقاومت اهمی خط در مقابل راکتانس القائی آن صرف نظر کنیم خواهیم داشت:

$$B = jX = X \angle 90^\circ$$

$$\alpha = 0^\circ \quad \beta = 90^\circ \quad |D| = 1 \quad |B| = X$$

به این ترتیب روابط (۴-۵۰) و (۴-۵۱) برای خطوط کوتاه به این صورت نوشته می شوند:

$$P_{ij} = \frac{|V_i||V_j|}{X} \sin \delta \quad (4-52)$$

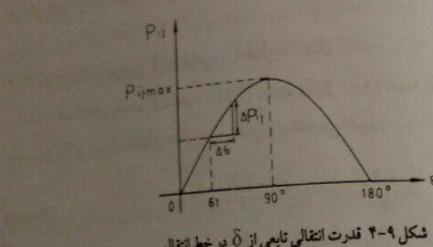
$$Q_{ij} = \frac{|V_i|}{X} (|V_i| - |V_j| \cos \delta) \quad (4-53)$$

اگر زاویه  $\delta$  کوچک باشد  $\cos \delta \rightarrow 1$  و لذا داخل پرانتز رابطه (۴-۵۳) افت و لشاز خط را نشان می دهد:

$$Q_{ij} = \frac{|V_i|}{X} \Delta V \quad (4-54)$$

رابطه (۴-۵۲) نشان می دهد که قدرت انتقالی در یک خط به لشاز ابتدا و انتهای خط بستگی دارد و همچنین با تغییر زاویه دو شین ابتدائی و انتهایی تغییر می کند. حداکثر قدرت انتقالی یک خط در  $\delta = 90^\circ$  بدست می آید که مقدار آن برابر است با:

$$P_{\max_{ij}} = \frac{|V_i||V_j|}{X} \quad (4-55)$$



شکل ۴-۹ قدرت انتقالی تابعی از  $\delta$  در خط انتقال

در نقطه کاری مانند  $P_{ij}$  با زاویه  $\delta$  برای افزایش جزئی در زاویه  $\delta$  بیزیان  $\Delta\delta$  قدرت انتقالی بیزیان  $\Delta P_{ij}$  افزایش می یابد. طبق تعریف نسبت  $\Delta P_{ij}$  به  $\Delta\delta$  را ضرب سنکرونیزه کننده خط انتقال می نامند:

$$T_{ij} = \frac{\Delta P_{ij}}{\Delta\delta} \quad (4-56)$$

در فاصله بسیار کوچک  $\Delta\delta$  منحنی سینوسی را خطی فرض کرده و داریم:

$$T_{ij} = \frac{dP_{ij}}{d\delta} = P_{\max_{ij}} \cos \delta \quad (4-57)$$

اگر لشاز شین ها و زاویه آنها در دسترس باشد (نحوه محاسبه این مقادیر را در مطالعه پخش بار خواهیم دید)،  $T_{ij}$  ضرب سنکرونیزه کننده نامی به ازاء مقادیر مشخص مطابق زیر بدست می آید:

$$T_{ij} = \frac{|V_i|^2 |V_j|^2}{X_{ij}} \cos \delta \quad (4-58)$$

#### 1. Synchronizing Coefficient

سیار [www.powerjam.ir](http://www.powerjam.ir) (مستقیم) از ابتدای خط به انتهای آن در حالت حرکت است و موج سیار برگشت بر عکس از انتهای به ابتدای خط حرکت می کند. ولتاژ در هر نقطه از خط از مجموع دو مولفه رفت و برگشت آن نقطه بدست می آید. چون معادلات جریان نیز مشابه معادلات ولتاژ هستند جریان هر نقطه از خط انتقال نیز از جمع مولفه های رفت و برگشت امواج سیار جریان در آن نقطه بدست می آید.

اگر امپدانس بار انتهای خط با امپدانس مشخصه  $Z_c$  برابر باشد،  $Z_c = Z_L$  برابر بوده و با جایگزینی این مقدار در رابطه (۴-۶۰) مشاهده می شود که موج برگشت برای ولتاژ (و همچنین جریان) حذف می شود. چنین خطی به خط بی نهایت معروف است. علت پذیر بردن کلمه بی نهایت این است که یک خط با طول بی نهایت نمی تواند دارای موج برگشت باشد.

قدر مطلق امپدانس مشخصه  $|Z_c|$  حدود  $250 \Omega$  تا  $400 \Omega$  است و زاویه فاز آن در حدود صفر تا  $15^\circ$  است. اگر خط را بدون تلفات در نظر بگیریم:

$$R = G = 0$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4-62)$$

و این نشان می دهد که  $Z_c$  کاملاً اهمی است و زاویه فاز آن صفر است. برای خط انتقال انرژی بدون تلفات مقدار اهمی  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  را ترجیحاً امپدانس موجی<sup>2</sup> می نامند و امپدانس موجی حالت خاصی از امپدانس مشخصه خط در نظر گرفته می شود که در آن از مقاومت اهمی و کندوکتانس صرف نظر شده باشد.

بار امپدانس موجی<sup>3</sup> SIL یک خط انتقال، قدرتی است که توسط خط به مقاومت معادل امپدانس موجی داده می شود. براساس این تعریف بار امپدانس موجی (بار طبیعی) یک خط انتقال برابر است با:

1. Infinite Line

2. Surge - Impedance

3. Surge - Impedance Loading (SIL)

به این ترتیب برای هر خط انتقال در سیستم قدرت مقدار مشخص و ثابت  $T_z$  را در شرایط بهره برداری میینی از سیستم خواهیم داشت.

روابط (۴-۵۳) و (۴-۵۴) نشان می دهد که قدرت راکتیو انتقالی از شین ابتدائی یک خط انتقال به افت ولتاژ خط بستگی داشته و از زاویه ولتاژ  $\theta$  مستقل است. در ضمن با افزایش دامنه ولتاژ شین ابتدائی  $|V_0|$  قدرت راکتیو جدا شده از این شین افزایش می یابد.

۶- بار امپدانس موجی<sup>1</sup> (بار طبیعی)<sup>2</sup> خطوط انتقال همانطوریکه در قسمت (۴-۳) دیدیم ولتاژ در هر نقطه بفاصله  $X$  از انتهای خط بر حسب ولتاژ<sup>3</sup> جریان انتهای خط بصورت زیر نوشته می شود:

$$V = \frac{V_r + I_r Z_c e^{\alpha x}}{2} + \frac{V_r - I_r Z_c e^{-\alpha x}}{2} \quad (4-59)$$

با جایگزینی  $\alpha + j\beta = \gamma$  در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$V = \frac{V_r + I_r Z_c e^{\alpha x} e^{j\beta x}}{2} + \frac{V_r - I_r Z_c e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}}{2} \quad (4-60)$$

$$V = V_r + V_s \quad (4-61)$$

در اینجا  $V$  از دو قسمت تشکیل شده است. دامنه  $\frac{V_r + I_r Z_c e^{\alpha x}}{2}$  که با دور شدن از انتهای خط افزایش می یابد و ضرب  $e^{j\beta x}$  که بردار  $V_s$  را با دور شدن از انتهای خط به اندازه  $\beta X$  جلوتر می اندازد. بنابراین هر چه از ابتدای خط بطرف انتهای آن حرکت کنیم دامنه مذکور کاهش یافته و زاویه فاز آن عقب تر می افتد. این وضعیت مشخص کننده یک موج سیار است که به موج سیار مستقیم<sup>3</sup> معروف است. دامنه جمله دوم یعنی  $\frac{V_r - I_r Z_c e^{-\alpha x}}{2}$  با دور شدن از انتهای خط کاهش یافته و زاویه فاز آن (مریبوط به  $e^{-j\beta x}$ ) نیز عقب تر می افتد و این وضعیت نشان دهنده موج سیار دیگری است که آن را موج سیار برگشت<sup>4</sup> می نامند. در حقیقت موج

1. Surge - Impedance Loading

2. Natural Load

3. Incident - Wave

4. Reflected - Wave

$$v = f\lambda \quad \text{m/s}$$

(۴-۶۹)

در اینجا فرکانس بر حسب تعداد سیکل در ثانیه یا Hz و  $\lambda$  طول موج بر حسب متغیر باشد. برای تعیین سرعت انتشار موج ابتدا  $\beta$  را محاسبه می کنیم:

$$\beta = \omega \sqrt{LC} = 2\pi f \sqrt{\frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{r} \cdot \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln \frac{D}{r'}}$$

چون  $\gamma$  تقریباً با  $\beta$  برابر است داریم:

$$\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad \text{rad/m}$$

(۴-۷۰)

لذا خواهیم داشت:

$$\lambda = \frac{1}{f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad \text{m} \quad (4-71)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{m/s} \quad (4-72)$$

و حالا می توانیم سرعت انتشار موج  $v$  را بدست آوریم:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi \times 10^{-7} \times 8 \times 10^{-12}}{2 \times 10^8 \times 8.85 \times 10^{-12}}} = 2.998 \times 10^8 \quad \text{m/s} \approx 3 \times 10^8 \quad \text{m/s}$$

بنابراین سرعت انتشار موج تقریباً با سرعت نور برابر است. طول موج خط برابر است با:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{50} = 6 \times 10^6 \text{ m} = 6000 \quad \text{Km}$$

بطورکلی اگر در رابطه:

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$SIL = \frac{|V|}{Z_c} \quad \text{MW}$$

(۴-۶۳)

در این رابطه  $V$  ولتاژ خطی بار برابر حسب  $KV$  و  $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$  امپدانس موجی خط بر حسب اهمی باشد.

در یک خط بدون تلفات که بار آن SIL باشد با توجه به رابطه (۴-۶۰) ولتاژ خط در هر نقطه برابر است با:

$$V = V_r / \beta x \quad (4-64)$$

و این نشان می دهد که در چنین خطی ولتاژ همه نقاط با ولتاژ انتهای خط برابر بوده و هر چه بده ابتدای خط نزدیکتر می شویم زاویه ولتاژ افزایش می یابد، بطوریکه ولتاژ ابتدای خط از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_s = V_r / \beta l \quad (4-65)$$

ثابت انتشار  $\gamma$  در خط انتقال بدون تلفات به این ترتیب محاسبه می شود:

$$\gamma = \sqrt{yz} = \sqrt{j\omega C \cdot j\omega L} = j\omega \sqrt{LC} \quad (4-66)$$

$$\alpha = 0 \quad \text{و} \quad \beta = \omega \sqrt{LC} \quad (4-67)$$

با توجه به معادله ولتاژ در رابطه (۴-۶۰) یک سیکل کامل ولتاژ هنگامی کامل می شود که به اندازه  $360^\circ$  یا  $2\pi$  رادیان تغییر کند. طبق تعریف طول موج  $\lambda$  مسافتی بین دو نقطه از موج در طول خط انتقال است که یک سیکل را در بر گیرد. لذا داریم:

$$\beta \lambda = 2\pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad \text{m} \quad (4-68)$$

در این رابطه  $\beta$  ثابت فاز بر حسب rad/m است. سرعت انتشار موج  $v$  این چنین محاسبه می شود:

1. Wavelength

$$0 = \sinh \gamma l = \sinh \beta l = \sinh \omega \sqrt{LC} l$$

$$\omega \sqrt{LC} l = n\pi$$

$$l = \frac{n\pi}{2\pi f \sqrt{LC}} = \frac{n}{100\sqrt{LC}} = \frac{n}{100} v$$

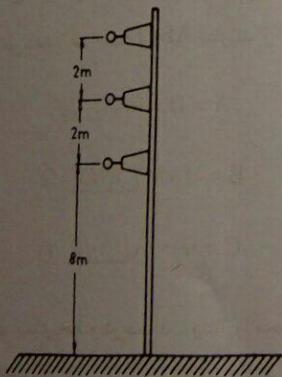
$$l = \frac{3 \times 10^4}{100} n \quad m$$

$$l = 300, 600, 900, \dots \quad Km$$

بنابراین اگر خطوط انتقال را با طولهای ۳۰۰۰ و ۶۰۰۰ و ... کیلومتر طراحی کنیم، ولتاژ جریان ابتدا و انتهای این خطوط با یکدیگر برابرند. عملآ طراحی و استفاده از چنین خطوط طولانی غیر ممکن است و طول خطوط از چند صد کیلومتر تجاوز نمی نماید. برای دستیابی به خطوط تنظیم شده در عمل خازن های سری یا راکتورهای موازی در خط تاحدی استفاده می شود که با کاهش اندوکتانس و یا کاپاسیتانس خط باعث کاهش  $\beta$  شده و در نتیجه  $\sinh l \rightarrow 0$ ، و این موجب می شود تا ولتاژ و جریان در ابتدای خط با ولتاژ و جریان در انتهای خط مساوی شوند.

#### 1. Tuned - Power Line

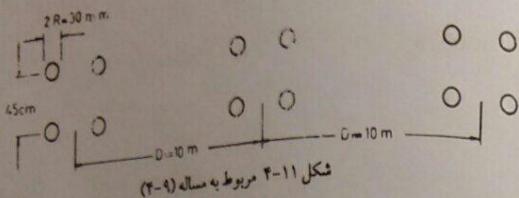
۱۱۸



شکل ۴-۱۰ مریوط به مساله (۴-۳)

۴-۴ در مساله (۴-۳)، اگر در حالت بارداری، بار انتهای خط  $132KV$  را در ولتاژ  $125MW$

۱۱۹



الف: اندوکتانس و کاپاسیتانس این خط را محاسبه کنید. از مقاومت خط صرفنظر کنید.

ب: می خواهیم ولتاژ ابتدای خط  $765KV$  باشد. قدرت راکتیو تولیدی خط انتقال در بی باری چقدر است (مگاوار؟)

ج: فرض کنیم قدرت راکتیو تولیدی خط که در قسمت (ب) محاسبه شد از ظرفیت جذب ژنراتورها بیشتر باشد (بخاطر ملاحظات پایداری سیستم قدرت). برای عملی شدن طرح، راکتورهای موازی در دو انتهای قرار می دهیم. قدرت راکتیو (مگاوار) نامی این راکتورها چقدر باشد تا قدرت راکتیو تولیدی خط کاملاً مهار شود و ژنراتورها قادرت راکتیو جذب نکنند؟

۴-۱۰ در مساله ۴-۹ پس از نصب راکتورهای مورد نظر:

الف: در حالتی که ولتاژ ابتدای و انتهای خط  $765KV$  هستند ولتاژ وسط خط را بدست آورید.

ب: اگر بخواهیم ولتاژ در وسط خط نیز  $765KV$  باشد، بجای دو راکتور، پیشنهاد می شود که از سه راکتور در دو انتهای و سطح خط استفاده شود. قدرت راکتیو نامی هر راکتور باید چقدر باشد؟

۴-۵ یک خط انتقال  $KV = 400$  به طول  $320 Km$  دارای امپدانس سری  $\Omega/Km = 5/0 + j5/0$  و ادمیتانس موازی  $\Omega/Km = 5 \times 10^{-6}$  است. این خط قدرت  $180 MW$  را با ولتاژ  $400 KV$  و ضریب قدرت  $9/0$  پس فاز به انتهای خط می دهد. ولتاژ ابتدای خط را به سه صورت زیر محاسبه کنید:

الف: با استفاده از مدار معادل خط کوتاه.

ب: با استفاده از مدار اسمی  $\pi$  خط متوسط.

ج: با استفاده از معادلات خطوط بلند.

۴-۶ برای خط انتقال مساله (۴-۵) مدار معادل  $\pi$  خط بلند را رسم و مقادیر عناصر آنرا مشخص نمایید. سپس درصد تنظیم ولتاژ این خط را بدست آورید.

۴-۷ در یک خط انتقال  $Km = 350$  ولتاژ ابتدای خط  $230 KV$  است. پارامترهای خط عبارتند از:  $\Omega/Km = 0/12$  ،  $R = 0/12 \mu\Omega/Km$  و  $X = 1/1$

الف: اگر انتهای خط باز باشد (بی باری) جریان ابتدای خط و قدرت راکتیو تولیدی را در ابتدای خط بدست آورید.

ب: اگر بخواهیم ولتاژ انتهای خط در بی باری از  $250 KV$  تجاوز نکند طول خط حداقل باید چقدر باشد؟

۴-۸ یک خط انتقال  $450 Km$  قدرت  $400 MW$  را در ضریب قدرت  $8/0$  پس فاز و ولتاژ  $400 KV$  به بار انتهای خط می دهد. ضرائب ABCD عبارتند از:

$$A = D = 0/82 / 1/5$$

$$B = 168/9 / 87/5 \Omega$$

$$C = 0/0018 / 90/5$$

الف: ولتاژ و جریان ابتدای خط و درصد افت ولتاژ را محاسبه کنید.

ب: ولتاژ انتهای خط را در حالت بی باری محاسبه کنید. همچنین جریان ابتدای خط و درصد تنظیم ولتاژ را برای حالت بی باری بدست آورید.

۴-۹ یک خط انتقال  $765KV$  دارای طول  $600 Km$  می باشد. هر فاز خط مطابق شکل (۴-۱۱)

## فصل پنجم

### مدار معادل سیستم های قدرت

#### ۵-۱ مقدمه

برای مطالعه و محاسبه کمیت های مختلف یک سیستم لازم است مدار معادل سیستم قدرت را بدست آوریم. سیستم قدرت از اجزاء مختلفی نظیر ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال، بارها و ... تشکیل شده است و تعیین مدل هر یک از این عناصر می تواند در مدلسازی کل سیستم کمک نماید. در فصل چهارم مدل خطوط انتقال انرژی مورد بررسی قرار گرفت. در این فصل مدار معادل ژنراتورها و ترانسفورماتورها و همچنین مدل بارها مورد مطالعه قرار می گیرد. سپس از بهم پیوستن این اجزاء، مدار معادل سیستم قدرت که به «دیاگرام امپدانس» موسوم است بدست می آید. استفاده از روش پریونیت (نسبت به واحد) در تعیین دیاگرام امپدانس نقش مهمی را ایفاء می کند که به آن خواهیم پرداخت و در نهایت مدار معادل بدست آمده برای سیستم قدرت آماده بهره برداری در محاسبات و مطالعات مختلف شبکه خواهد بود.

#### ۵-۲ ماشین سنکرون<sup>۱</sup>

ماشینهای سنکرون از مهمترین قسمت های یک سیستم قدرت به حساب می آیند. در نیروگاههای تولید برق اغلب چندین ژنراتور سنکرون بصورت موازی وظیفه تولید قدرت را بعده دارند. قدرت نامی ژنراتورهای امروزه از چند صد مگا ولت آمپر تا بیش از حدود ۱۰۰۰ مگا ولت آمپر است. کار ژنراتور سنکرون مانند دیگر ماشینهای الکتریکی براساس قانون الکترومغناطیسی فاراده بنای شده است. کلمه سنکرون به این علت به کار می رود که ماشین

1. Synchronous Machine

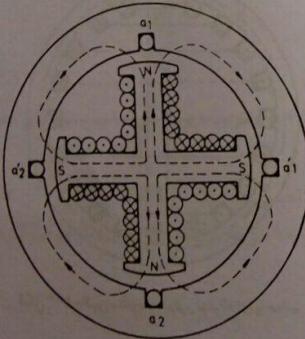
رотор با سرعت ثابتی بگردش در می آید و در سیم بندیهای سه فاز استاتور نیروی محرکه الکتریکی القاء می کند. تغییرات ولتاژ القاء شده در این سیم بندیها نسبت به زمان سینوس است و فرکانس آن بر حسب سیکل بر ثانیه (هرتز) با سرعت گردش رotor در ثانیه برابر است. بنابراین یک ماشین سنکرون دو قطبی باید ۳۰۰۰ دور در دقیقه بگردد تا ولتاژی با فرکانس  $50\text{ Hz}$  در استاتور القاء شود.

در بسیاری از ماشینها تعداد قطب های رotor بیش از دو عدد می باشد. شکل ۵-۲)

نمایش یک ماشین سنکرون با چهار قطب را نشان می دهد. در این حالت دو سیکل کامل برای توزیع سینوسی شار مغناطیسی مطابق شکل مذکور خواهیم داشت. در این شکل فقط فاز a نشان داده شده است که از دو سیم بندی سری a-a' و b-b' تشکیل شده است. بطورکلی برای یک ماشین سنکرون که تعداد قطب ها در آن p باشد داریم:

$$f = \frac{P}{2} \cdot \frac{n}{60} \quad \text{Hz} \quad (5-1)$$

که در این رابطه n سرعت رotor بر حسب دور در دقیقه می باشد.

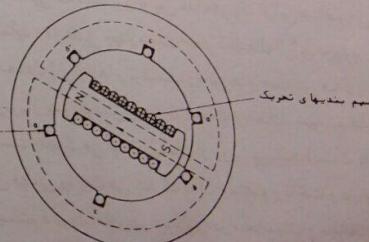


شکل ۵-۲ ماشین سنکرون چهار قطب

در ماشینی که رotor آن دارای چهار قطب است اگر رotor  $180^\circ$  درجه دوران کند یک سیکل کامل برای ولتاژ القاء شده حاصل می شود که معادل  $360^\circ$  درجه الکتریکی است. رابطه

تحت شرایط ماندگار در سرعت و فرکانس ثابتی کار می کند. ماشینهای سه فاز استاتور نیروی موتور نیز می توانند طراحی و مورد بهره برداری قرار گیرند که در این صورت انرژی الکتریکی دریافت و آنرا به انرژی مکانیکی تبدیل می نمایند. مطالعه ما در این فصل در مورد ماشین سنکرون فقط به مدلهای ماشین در شرایط کار ماندگار تحت بار سه فاز متقارن محدود می شود.

شکل ۵-۳ (شما) یک رotor سنکرون سه فاز را نشان می دهد. استاتور <sup>۲</sup> این ماشین دارای سیم بندی آرمیجر <sup>۳</sup> سه فاز' aa' , bb' و cc' می باشد. سیم بندی تحریک <sup>۴</sup> نیز روی رotor <sup>۵</sup> نمایش داده شده است. این سیم بندی با جریان مستقیم تحریک می شود. منبع تولید جریان مستقیم اغلب با ماشین سنکرون هم محور است. قطب های رotor معمولاً طوری طراحی می شوند که توزیع چگالی شار مغناطیسی B در فاصله هوایی <sup>۶</sup> تقریباً بصورت سینوسی باشد.



شکل ۵-۱ نمایش یک ماشین سنکرون

#### 1. Steady - State

2. Stator

3. Armature Winding

4; Field Winding

5. Rotor

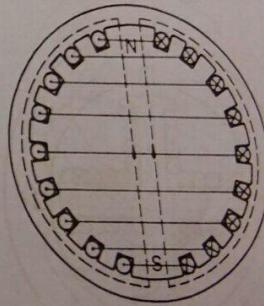
6. Air - Gap

$$\theta_c = \frac{P}{2} \theta_m \quad (5-2)$$

که در آن  $\theta_c$  زاویه الکتریکی مربوط به ولتاژ القاء شده بوده و  $\theta_m$  زاویه مکانیکی مربوط به موقعیت رотор می باشد.

ماشینهای که در شکل (۱-۵) و (۲-۵) نشان داده شده اند ماشینهای با قطب بر جسته نامیده می شوند. نوع دیگری از رotor در شکل (۳-۵) نمایش داده شده است.

ماشینهای که درای این نوع رotor هستند به ماشینهای با قطب صاف یا استوانه ای موسومند. در توربین ژنراتور (توربین های بخار یا گاز) که سرعت های بسیار زیادی دارند از ماشینهای سنکرون با قطب صاف استفاده می شود. در هیدرو ژنراتورها (نیروگاههای آبی) از ماشینهای با قطب بر جسته استفاده می شود زیرا سرعت توربین های آبی نسبتاً کم بوده و تعداد قطب های زیادی برای تولید ولتاژ با فرکانس ۵۰ Hz موردنیاز می باشد.



شکل ۳-۵ ماشین سنکرون با رotor استوانه ای با صاف

### ۵-۳ مدار معادل ماشین سنکرون

هنگامی که ماشین سنکرون بی بار است و جریانی از آرمیچر (استاتور) نمی گذرد،

1. Salient Pole

2. Cylindrical Rotor (Nonsalient - Pole)

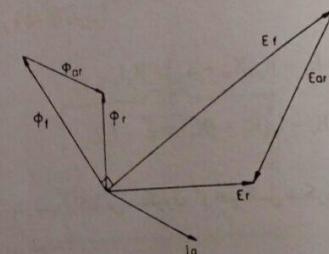
نشابه مثلث شارهای مغناطیسی و مثلث ولتاژها در شکل (۴-۵) نشان می دهد که ولتاژ  $E_{ar}$  نیز متناسب با  $\Phi_{ar}$  بوده و  $90^\circ$  درجه از آن عقب تر است و چون  $\Phi_a$  هم فاز با  $I_a$  و متناسب با آنست لذا داریم:

$$E_{ar} = -jI_a X_\phi \quad (5-3)$$

در اینجا راکتانس القائی  $X_\phi$  ضریب تناسب بین  $E_{ar}$  و جریان  $I_a$  می باشد و تأثیر عکس

1. Armature Reaction
2. Saturation
3. Air - Gap Flux

با  $\Phi_a$  متناسب بوده و  $90^\circ$  درجه از آن عقب تر است. اگر از استاتور جریان  $I_a$  عبور کند شار دور  $\Phi_a$  بوجود می آید که با سرعتی معاد سرعت رotor و هم جهت با آن دوران می کند. این شار مغناطیسی که به شار عکس العمل آرمیچر<sup>۱</sup> معروف است با جریان آرمیچر  $I_a$  هم فاز می باشد. چنانچه از اثر اشباع<sup>۲</sup> صرف نظر کنیم از مجموع  $\Phi_a$  و  $\Phi_{ar}$  رادر فاز  $a$  بوجود مغناطیسی حاصل در فاصله هوای  $l_a$  بدست می آید که ولتاژ  $E_a$  رادر فاز  $a$  بوجود می آورد. این ولتاژ با شار تولید کننده آن  $\Phi_a$  متناسب است. دیاگرام برداری فاز  $a$  در شکل (۵-۴) نشان داده شده است. ولتاژهای  $E_a$  و  $E_r$  از شارهای مغناطیسی  $\Phi_a$  و  $\Phi_r$  که آنها را بوجود آورده اند باندازه  $90^\circ$  درجه عقب تر هستند.



شکل ۴-۵ دیاگرام برداری شارهای مغناطیسی و ولتاژهای حاصله

نشابه مثلث شارهای مغناطیسی و مثلث ولتاژها در شکل (۴-۵) نشان می دهد که ولتاژ  $E_{ar}$  نیز متناسب با  $\Phi_{ar}$  بوده و  $90^\circ$  درجه از آن عقب تر است و چون  $\Phi_a$  هم فاز با  $I_a$  و متناسب با آنست لذا داریم:

$$E_{ar} = -jI_a X_\phi \quad (5-3)$$

در اینجا راکتانس القائی  $X_\phi$  ضریب تناسب بین  $E_{ar}$  و جریان  $I_a$  می باشد و تأثیر عکس

1. Armature Reaction
2. Saturation
3. Air - Gap Flux

العمل آرمیچر را نشان می دهد. این راکتانس مغناطیس کننده<sup>۱</sup> ماشین موسوم است.

ولتاژ القاء شده  $E_f$  در فاز a برابر شار مغناطیسی در فاصله هوا برابر است با:

$$E_f = E_i - jI_a X_\phi \quad (5-4)$$

ولتاژ ترمینالهای زناتور  $V_t$  از اختلاف ولتاژ  $E_f$  بافت ولتاژ در مقاومت آرمیچر  $R_s$  و راکتانس پراکنندگی  $X_L$ <sup>2</sup> بدست می آید. راکتانس  $X_\phi$  تاثیر شار پراکنندگی (نشست) آرمیچر راکه توسط  $I_a$  بوجود آمده است نشان می دهد. بنابراین:

$$V_t = E_f - R_s I_a - jI_a X_L \quad (5-5)$$

با ترکیب روابط (5-4) و (5-5) داریم:

$$V_t = E_f - jI_a (X_\phi + X_L) - R_s I_a \quad (5-6)$$

$$V_t = E_f - I_a (R_s + jX_s) = E_f - I_a Z_s \quad (5-7)$$

در این رابطه  $X_s$  و  $Z_s$  بترتیب راکتانس سنکرون<sup>3</sup> و امپدانس سنکرون نامیده می شوند که طبق روابط زیر تعریف می شوند:

$$X_s = X_\phi + X_L \quad (5-8)$$

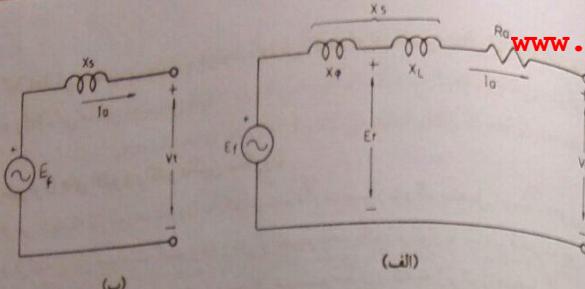
$$Z_s = R_s + jX_s \quad (5-9)$$

شکل (5-5 الف) مدار معادل یک فاز زناتور سنکرون را نشان می دهد. معمولاً  $R_s$  در مقایسه با  $X_s$  بسیار کوچک و قابل صرفنظر می باشد، لذا مدار معادل را می توان مطابق شکل (5-5 ب) نمایش داد که در اغلب بحث های سیستم ها از این بعد از همین مدل استفاده می کنیم.

1. Magnetizing Reactance

2. Leakage Reactance

3. Synchronous Reactance

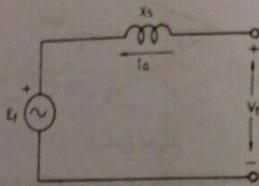


(ب)

(الف)

شکل ۵-۵ مدار معادل یک فاز زناتور سنکرون

مدار معادل موتور سنکرون مشابه زناتور سنکرون بوده و تنها تفاوت در جهت جریان  $I_a$  است که در موتور از ترمینالها به طرف  $E_f$  و در خلاف جهت جریان زناتور رسم می شود (شکل ۵-۶).



شکل ۵-۶ مدار معادل موتور سنکرون

رابطه ولتاژ ترمینالهای موتور بصورت زیر نوشته می شود:

$$V_t = E_f + jI_a X_s \quad (5-10)$$

در محاسبات اتصال کوتاه یک ماشین سنکرون در فصول بعدی خواهیم دید که بلافاصله پس از وقوع اتصال کوتاه مقدار جریان اتصال کوتاه با جریان اتصال کوتاه ماندگار متفاوت بوده و از آن پیشتر است. در این صورت بجای راکتانس سنکرون  $X_s$  از راکتانس زیر گذرا<sup>1</sup>  $X''_s$  و یا راکتانس گذرا<sup>2</sup>  $X'$  در مدل ماشین سنکرون استفاده می کنیم. مقادیر راکتانس های  $X_s$  و  $X''_s$

1. Subtransient Reactance

2. Transient Reactance

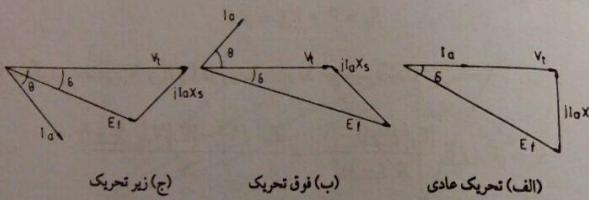
نولید می شود. بعارت دیگر ژنراتور جریان پیش فاز از میستم جذب کرده و در نتیجه مانند یک خازن قدرت راکتیو تولید می کند. در حالت فوق تحریک داریم:

$$|E_f| \cos \delta > V_i \quad (5-12)$$

شکل (5-7) نیز حالت کار زیر تحریک<sup>2</sup> ژنراتور سنکرون را نشان می دهد. در این حالت جریان تولیدی ژنراتور پیش فاز بوده و بعارت دیگر ژنراتور جریان پس فاز جذب می کند و لذا مانند یک سیم پیچ قدرت راکتیو مصرف می کند. در شرایط کار زیر تحریک داریم:

$$|E_f| \cos \delta < V_i \quad (5-13)$$

باید دقت نمود که در هر سه حالت کار زاویه  $\delta$  مثبت می باشد.



شکل ۵-۷ دیاگرام برداری موتور سنکرون در سه حالت کار

شکل (5-8) دیاگرام برداری ولتازهای در موتور سنکرون را برای سه حالت کار نشان می دهد.

در تحریک عادی  $|E_f| \cos \delta = V_i$  بوده و ضریب قدرت یک می باشد. در نتیجه قدرت راکتیو موتور صفر است. در حالت فوق تحریک  $|E_f| \cos \delta > V_i$  بوده، موتور جریان پیش فاز تحریک  $|E_f| \cos \delta < V_i$  بوده، موتور جریان پس فاز جذب می کند و در نتیجه قدرت راکتیو به شین می شود. این حالت کار ژنراتور را تحریک عادی<sup>4</sup> می نامند.

شکل های (5-7) و (5-8) نشان می دهند که اولاً ژنراتورها و موتورهای سنکرون مصرف می نماید. زاویه  $\delta$  در هر سه حالت کار موتور سنکرون منفی است.

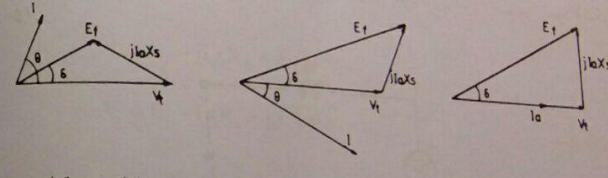
1. Over - Excited

2. Under - Excited

X' و یا "X" اغلب بر حسب پرینتیت یا در صد داده می شوند که امپدانس مبنای یعنی راستاسها از قدرت و ولتاژ نامی ماشین تعین می شود.

**۵-۴ برسی توان های اکتیو و راکتیو ماشین سنکرون**

فرض کنید که ژنراتور سنکرون به یک سیستم قدرت بسیار بزرگ متصل است بنحوی که ولتاژ و فرکانس این سیستم ثابت بوده و در اثر تغییر تحریک ژنراتور یا تبادل قدرت بین ژنراتور و سیستم تغییر نمی نمایند. چنین شینی از سیستم مذکور که به ژنراتور متصل است شین می نهاید انتایله می شود. فرض کنیم که قدرت ثابت  $V_i |I_a| \cos \theta$  توسط ژنراتور به شین می نهاید داده می شود. دیاگرام برداری ولتازهای در سه حالت ضریب قدرت یک، پس فاز و پیش فاز برای ژنراتور در شکل (5-7) نشان داده شده است.



(ج) زیر تحریک

شکل ۵-۸ دیاگرام برداری ژنراتور سنکرون در سه حالت کار

، زاویه  $E_f$  نسبت به  $V_i$  ، به زاویه قدرت<sup>2</sup> یا زاویه گشتاور<sup>3</sup> ماشین موسوم است. زاویه جریان استاتور نسبت به ولتاژ ترمینالهای ژنراتور است. در حالی که این زاویه صفر و در نتیجه ضریب قدرت یک است مطابق شکل (5-7 الف) داریم:

$$|E_f| \cos \delta = V_i \quad (5-11)$$

در اینصورت قدرت راکتیو تولیدی ژنراتور صفر بوده و فقط قدرت اکتیو از ژنراتور به شین بی نهایت منتقل می شود. این حالت کار ژنراتور را تحریک عادی<sup>4</sup> می نامند.

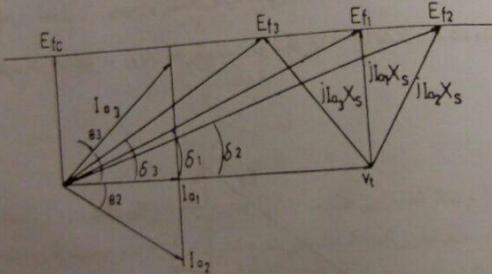
1. Infinite Bus
2. Power Angle
3. Torque Angle
4. Normal - Excitation

در حالت فوق تحریک قدرت راکتیو تولید و در حالت زیر تحریک قدرت راکتیو نمایند، تأثیر آنها بر قدرت راکتیو با تغییر جریان تحریک ماشین بذیر است. برای در صورتی که داخل پرانتز این رابطه مشتبه باشد قدرت راکتیو مشتبه و یا منفی خواهد شد (حالاتی که کار فوق تحریک و زیر تحریک).

اگر ولتاژ شین می‌نهایت  $|V_i|$  ثابت باشد کترل توان راکتیو با تغییر تحریک  $|E_t|$  امکان پذیر است. از آنجاییکه کترل توان راکتیو در توان راکتیو ثابت انجام می‌شود براساس رابطه (۵-۱۴) ثابت است. با توجه به رابطه (۵-۱۴) داریم:

$$|E_t| \sin \delta = \frac{P}{|V_i|} X_i = \frac{|V_i| |I_a| \cos \theta}{|V_i|} X_i = X_s |I_a| \cos \theta \quad (5-17)$$

شکل (۵-۹) دیاگرام برداری ژنراتور سنتکرون را در قدرت راکتیو ثابت و به ازاء سه مقدار جریان تحریک نشان می‌دهد.



شکل ۵-۹ دیاگرام برداری ژنراتور سنتکرون در قدرت راکتیو ثابت

همانطوریکه در شکل (۵-۹) دیده می‌شود با کاهش جریان تحریک، زاویه  $\delta$  افزایش می‌یابد. در  $\delta = 90^\circ$  مطابق شکل مذکور مقدار بعранی ولتاژی باری  $E_t$  را داریم و چنانچه مقدار جریان تحریک از این حد کمتر شود ژنراتور از حالت پایدار خارج خواهد شد. برای کترل قدرت راکتیو ژنراتور سنتکرون، بدون اینکه جریان تحریک تغییر کند با توجه به رابطه (۵-۱۴) مشاهده می‌شود که با ثابت بودن  $|V_i|$  و  $|E_t|$  تنها عامل تغییر دهنده قدرت راکتیو، زاویه قدرت  $\delta$  می‌باشد. منحنی تغییرات قدرت بر حسب زاویه  $\delta$  در شکل

در حالات فوق تحریک قدرت راکتیو تولید و در حالت زیر تحریک قدرت راکتیو نمایند، تأثیر آنها بر قدرت راکتیو با تغییر جریان تحریک ماشین بذیر است. برای بدست آوردن روابطی باری قدرت راکتیو و راکتیو متناظر به شین می‌نهایت داریم:

$$V_i = |V_i| \underline{\angle 90^\circ} \quad E_t = |E_t| \underline{\angle \delta}$$

$$I = \frac{|E_t| \underline{\angle \delta} - |V_i|}{X_s \underline{\angle 90^\circ}}$$

قدرت مختلط متناظر شده از زیراتور به شین می‌نهایت برابر است با:

$$S_i = P_i + jQ_i = E_t I^*$$

قدرت مختلط دریافت شده توسط شین می‌نهایت نیز برابر است با:

$$S_r = P_r + jQ_r = V_i I^*$$

با جایگزینی مقادیر  $V_i$  و  $E_t$  و  $S_r$  و  $S_i$  خواهیم داشت:

$$S_i = |E_t| \underline{\angle \delta} \frac{|E_t| \underline{\angle -\delta} - |V_i|}{X_s \underline{\angle 90^\circ}} = \frac{|E_t|^2 \underline{\angle 90^\circ} - |E_t| |V_i| \underline{\angle 90^\circ + \delta}}{X_s}$$

$$S_r = |V_i| \underline{\angle 90^\circ} \frac{|E_t| \underline{\angle -\delta} - |V_i|}{X_s \underline{\angle 90^\circ}} = \frac{|V_i| |E_t| \underline{\angle 90^\circ - \delta} - |V_i|^2 \underline{\angle 90^\circ}}{X_s}$$

بنگاهیک قسمت های حقیقی و موهومی روابط فوق داریم:

$$P = P_i = P_r = \frac{|V_i| |E_t|}{X_s} \sin \delta \quad (5-14)$$

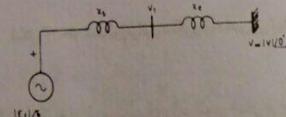
$$Q_i = \frac{|E_t|}{X_s} (|E_t| - |V_i| \cos \delta) \quad (5-15)$$

$$Q_r = \frac{|V_i|}{X_s} (|E_t| \cos \delta - |V_i|) \quad (5-16)$$

با افزایش زاویه قدرت از  $\delta$  به  $\delta_c$ ، جریان آرمیچر از  $I_a$  به  $I_{a_1}$  افزایش یافته و ضریب قدرت نیز به یک نزدیک تر می شود.

در حالت کلی ژنراتور سنکرون از طریق ترانسفورماتور یا خط انتقال و یا هر دو به یک شین بی نهایت متصل می شود. اگر مطابق شکل (۵-۱۲) راکتانس عناصر ارتباطی بین ژنراتور و شین بی نهایت را با  $X$  نشان دهیم داریم:

$$X = X_s + X_e \quad (5-19)$$



شکل ۵-۱۲ اتصال ژنراتور به شبکه بی نهایت

در اینصورت قدرت های اکتیو و راکتیو داده شده به شین بی نهایت از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$P = \frac{|V||E_t|}{X} \sin \delta \quad (5-20)$$

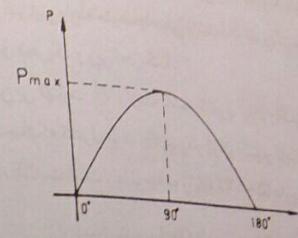
$$Q = \frac{|V|}{X} (|E_t| \cos \delta - |V|) \quad (5-21)$$

در این روابط  $V$  ولتاژ شین بی نهایت و  $\delta$  زاویه بین ولتاژ بی باری ژنراتور و ولتاژ شین بی نهایت است. همانطوریکه مشاهده می شود کنترل توان راکتیو بوسیله جریان تحریک ژنراتور در توان اکتیو ثابت انجام می شود، لیکن کنترل توان اکتیو با تغییر زاویه  $\delta$  قدرت راکتیو را نیز کمی تغییر می دهد. از آنجا که در زوایای کوچک تغییرات سینوس بمراتب بیشتر از تغییرات کسینوس است لذا تقریباً می توان فرض نمود که کنترل قدرت اکتیو با تغییر زاویه  $\delta$  نیز در قدرت راکتیو ثابت انجام می شود.

**۵-۵ منحنی حد پایداری ماندگار ژنراتور سنکرون**  
مطابق شکل (۵-۱۳) ژنراتوری با راکتانس سنکرون  $X$  را در نظر بگیرید که از طریق

#### 1. Static Stability Limit Curve

۱۳۵



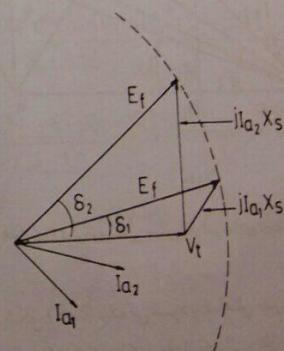
شکل ۵-۱۰ منحنی تغییرات قدرت اکتیو بر حسب زاویه قدرت (مشخصه قدرت - زاویه)

حداکثر قدرتی که یک ژنراتور سنکرون می تواند به شین بی نهایت بدهد طبق رابطه (۵-۱۴)

برابر است با:

$$P_{max} = \frac{|V_i||E_t|}{X_s} \quad (5-18)$$

نحوه کنترل قدرت اکتیو در جریان تحریک ثابت در شکل (۵-۱۱) نشان داده شده است.



شکل ۱۱ دیاگرام برداری ژنراتور سنکرون در جریان تحریک ثابت

#### 1. Power - Angle Characteristics

۱۳۴

این رابطه نشان می دهد که مکان هندسی قدرت های اکتیو و راکتیو  $P$  و  $Q$  که توسط ماشین تولید می شوند دایره ای به مرکز  $P$ ،  $Q$  و شعاع  $R$  می باشد بطوریکه:

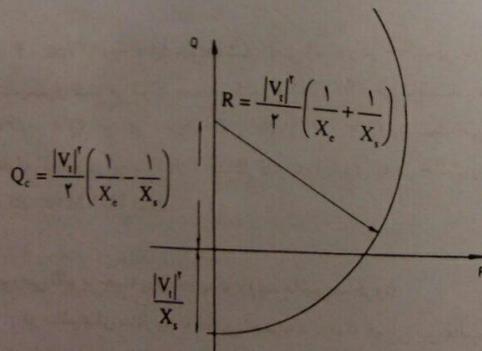
$$P_s = \frac{-|V_i|^2 X}{\gamma X_s X_e \tan \delta} \quad (5-27)$$

$$Q_s = \frac{|V_i|^2}{\gamma} \left( \frac{1}{X_e} - \frac{1}{X_s} \right) \quad (5-28)$$

$$R = \frac{|V_i|^2}{\gamma \sin \delta} \left( \frac{1}{X_e} + \frac{1}{X_s} \right) \quad (5-29)$$

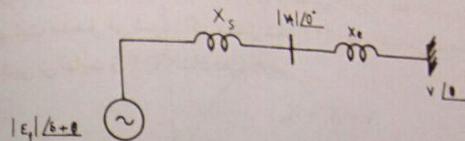
حداکثر قدرت قابل انتقال در  $\delta = 90^\circ$  بدست می آید که حد پایداری ماندگار زنرator است. با فوار دادن  $\delta = 90^\circ$  در رابطه (5-26) معادله دایره زیر بدست می آید:

$$P^* + \left[ Q - \frac{|V_i|^2}{\gamma} \left( \frac{1}{X_e} - \frac{1}{X_s} \right) \right]^2 = \left[ \frac{|V_i|^2}{\gamma} \left( \frac{1}{X_e} + \frac{1}{X_s} \right) \right]^2 \quad (5-30)$$



شکل ۵-۱۲ منحنی حد پایداری ماندگار ماشین سنکرون

راکتانس  $X_e$  به شین می نهایت با ولتاژ  $|V| \angle \theta = V$  متصل است. می خواهیم رابطه ای بین  $P$  و  $Q$  و  $\delta$  بدست آوریم.



شکل ۵-۱۳ اتصال زنرator سنکرون به شین می نهایت

قدرت های اکتیو و راکتیو که از ترمینالهای زنرator خارج می شوند از روابط زیر بدست

می آیند:

$$P = \frac{|E_f||V_i|}{X_s} \sin(\delta + \theta) \quad (5-22)$$

$$Q = \frac{|V_i|}{X_s} [|E_f| \cos(\delta + \theta) - |V_i|] \quad (5-23)$$

از طرف دیگر قدرت اکتیو  $P$  از رابطه زیر نیز قابل محاسبه است:

$$P = \frac{|E_f||V|}{X} \sin \delta = \frac{|V_i||V|}{X_s} \sin(-\theta) \quad (5-24)$$

در اینجا  $X = X_e + X_s$  می باشد.  $|E_f|$  با توجه به رابطه (5-24) به این ترتیب بدست می آید:

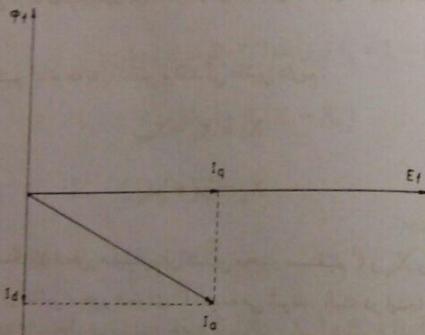
$$|E_f| = |V_i| \frac{X}{X_s} \frac{\sin(-\theta)}{\sin \delta} \quad (5-25)$$

با جایگزینی مقدار  $|E_f|$  از رابطه (5-25) در روابط (5-22) و (5-23) و سپس با جمع کردن توان دوم طرفین این روابط خواهیم داشت:

$$\left( P + \frac{|V_i|^2 X}{\gamma X_s X_e \tan \delta} \right)^2 + \left[ Q - \frac{|V_i|^2 (X_s - X_e)}{\gamma X_s X_e} \right]^2 = \left[ \frac{|V_i|^2 X}{\gamma X_s X_e \sin \delta} \right]^2 \quad (5-26)$$

در محور قطب ها کمتر از محور بین قطب ها است. به محور قطبها محور مستقیم و به محور بین قطب ها محور عمودی<sup>۲</sup> گفته می شود. پنایین جریان آرمیچر را می توان به دو بردار  $I_q$  و  $I_d$  تجزیه نمود که مولفه  $I_d$  در امتداد محور مستقیم و مولفه  $I_q$  در امتداد محور عمودی می باشد (شکل ۵-۱۵).

مولفه  $I_d$  که از  $E_d$  درجه عقب تراست باعث ایجاد شار عکس العمل آرمیچر  $\Phi_d$  می گردد که هم فاز با  $I_d$  بوده و مطابق شکل (۵-۱۶) خلاف جهت  $\Phi_d$  می باشد. مولفه  $I_q$  شار عکس العمل آرمیچر  $\Phi_q$  را تولید می کند که در جهت محور عمودی است.



شکل ۵-۱۵ مولفه های جریان آرمیچر در دو محور مستقیم و عمودی

عکس العمل آرمیچر در محور مستقیم بیشتر از عکس العمل آرمیچر در محور عمودی است زیرا فاصله هوایی در محور مستقیم خیلی کمتر از فاصله هوایی در محور عمود بوده ولذا رلکتانس آن بمراتب کمتر است. در اینجا بجای راکتانس مغناطیس کننده  $X_d$  راکتانس مغناطیس کننده محور مستقیم  $X_d$  و راکتانس مغناطیس کننده محور عمودی  $X_q$

1. Direct - Axis
2. Quadrature - Axis

پنایین مکان هندسی  $P$  و  $Q$  دایره ای به شعاع  $R = \frac{|V_i|}{2} \left( \frac{1}{X_d} + \frac{1}{X_q} \right)$  و به مرکز  $P_d$  و  $P_q$  می باشد. این دایره در شکل (۵-۱۴) نشان داده شده است و بدین معنی حد پایداری ماندگار ژنراتور سنتکرون معروف است.

منحنی حد پایداری ماندگار حداقل قدرت راکتیو مجاز را به ازاء هر قدرت اکتیو تولیدی ژنراتور نشان می دهد.

**مثال ۵-۱** یک ژنراتور سنتکرون با راکتانس  $X_d = 0.25pu$  و  $X_q = 0.25pu$  در مبنای  $100 MVA$  دارای ولتاژ  $0.96pu$  در ترمینهای خروجی است. حداقل قدرت راکتیو مجاز خروجی این ژنراتور را در قدرت های اکتیو صفر (بی باری)،  $0.5pu$  و  $0.96pu$  بدست آورید.

حل: معادله دایره با توجه به مقادیر داده شده این چنین بدست می آید:

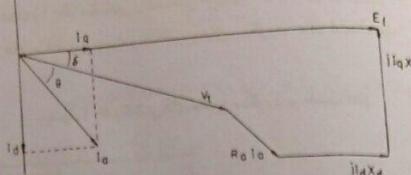
$$P^r + \left[ Q - \frac{0.96^2}{2} \left( \frac{1}{0.25} - \frac{1}{0.25} \right) \right] = \left[ \frac{0.96^2}{2} \left( \frac{1}{0.25} + \frac{1}{0.25} \right) \right]$$

$$P^r + (Q - 0.475)^2 = 4.89$$

در  $P = 0$ ،  $Q = -0.475pu$  خواهد شد. یعنی ژنراتور در حالت بی باری حد اکثر قدرت راکتیوی که می تواند جذب کند  $0.497MVA$  می باشد. در  $P = 0.5pu$ ،  $Q = -0.497pu$  و در  $P = 0.96pu$  می دهد که ژنراتور در این بار ( $pu$ ) حد اکثر قدرت راکتیوی که در حالت زیر تحریک می تواند جذب کند  $0.497MVA$  است.

**۵-۶** برومس تأثیر جسته بودن قطبها در روابط ماشین سنتکرون در ماشینهای سنتکرون با قطب برجسته، فاصله هوایی بین قطب های زیادتر از فاصله هوایی زیر قطبها است ولذا مقاومت مغناطیسی (رلکتانس)<sup>۱</sup> فاصله هوایی یکنواخت نبوده و

1. Reluctance



شکل ۵-۱۷- دیاگرام برداری ولتاژها در ماشین سنکرون با قطب بر جست

برای رسم این دیاگرام از آنجا که  $I_d$  و  $I_q$  مولفه های  $I_a$  هستند داریم:

$$I_a = I_d + I_q$$

لذا با جایگزینی  $I_a = I_d + I_q$  در رابطه (۵-۳۳) خواهیم داشت:

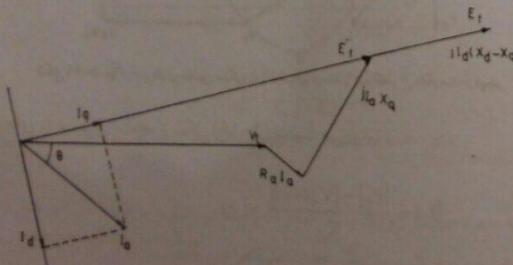
$$E_t = V_t + I_a(R_d + jX_q) + jI_d(X_d - X_q) \quad (5-34)$$

$$E_t = E'_t + jI_d(X_d - X_q) \quad (5-35)$$

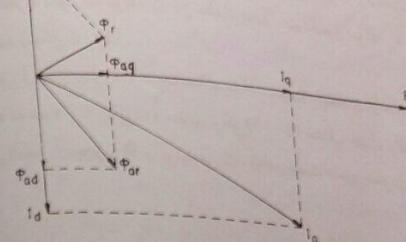
که در این رابطه داریم:

$$E'_t = V_t + I_a(R_d + jX_q) \quad (5-36)$$

در رابطه (۵-۳۵)  $E_t$  و  $E'_t$  همفاز هستند زیرا  $I_a$  نسبت به  $E_t$  به اندازه ۹۰ درجه عقب تر است و لذا از همفاز با  $E_t$  خواهد بود. مرحله رسم دیاگرام برداری ولتاژها با توجه به روابط (۵-۳۵) و (۵-۳۶) در شکل (۵-۱۸) نشان داده شده است.



شکل ۵-۱۸- مرحله رسم دیاگرام برداری ولتاژها در ماشین سنکرون با قطب بر جست



شکل ۵-۱۹- دیاگرام برداری جریان ها و شارهای مغناطیسی در ماشین سنکرون با قطب بر جست

را معرفی می کیم. با توجه به راکتانس پراکنده می باشد:

$$X_d = X_L + X_{\phi d} \quad (5-31)$$

$$X_q = X_L + X_{\phi q} \quad (5-32)$$

$X_d$  راکتانس سنکرون محور مستقیم (راکتانس محور مستقیم)<sup>۱</sup> و  $X_q$  راکتانس سنکرون محور عمودی (راکتانس محور عمودی)<sup>۲</sup> نامیده می شوند. البته در اینجا فرض شده است که راکتانس پراکنده  $X_d$  برای هر دو مولفه جریان محور مستقیم و محور عمودی یکسان است. به این ترتیب رابطه ولتاژها به این صورت نوشته می شود:

$$E_t = V_t + I_a R_d + jI_d X_d + jI_q X_q \quad (5-33)$$

دیاگرام برداری ولتاژها با توجه به رابطه اخیر در شکل (۵-۱۷) رسم شده است.

1. Direct - Axis Reactance

2. Quadrature - Axis Reactance

جدول ۱-۵ راکتانس های ماشین سنتکرون بر حسب pu

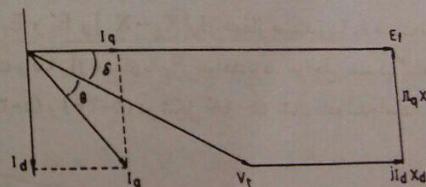
	$X_d$	$X_q$
توربوژنراتورهای ۲ قطب	۰/۹۵-۱/۴۵	۰/۹۲-۱/۴۲
توربوژنراتورهای ۴ قطب	۱/۰۰-۱/۴۵	۰/۹۲-۱/۴۲
ژنراتورهای با قطب برجسته	۰/۶-۱/۵	۰/۴-۰/۸
کندانسورهای سنتکرون	۱/۲۵-۲/۲۰	۰/۹۵-۱/۳

برای بدست آوردن روابط قدرت های اکتیو و راکتیو خروجی ژنراتور، با توجه به شکل

۱-۱۹) می توان نوشت:

$$P = |I_d| |V_t| \sin \delta + |I_q| |V_t| \cos \delta \quad (5-37)$$

$$Q = |I_d| |V_t| \cos \delta - |I_d| |V_t| \sin \delta \quad (5-38)$$



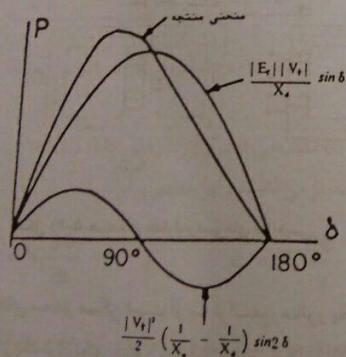
شکل ۱-۱۹ دیاگرام برداری ماشین سنتکرون با قطب برجسته با صرف نظر از مقاومت آرمیجر

جريان های  $I_d$  و  $I_q$  با استفاده از شکل (۱-۱۹) بدست می آیند:

$$|I_d| = \frac{|E_t| - |V_t| \cos \delta}{X_d}$$

#### 1. Synchronous Condensers

در ماشین سنتکرون با روابط صاف (استوانه ای) که فاصله هوایی یکنواخت می باشد  $X_s = X_d = X_q$  بوده ولذا جملات دوم روابط (۵-۳۹) و (۵-۴۰) حذف شده و فقط جملات اول این روابط باقی می مانند که مشابه روابط (۱۴-۵) و (۱۶-۵) می باشند. شکل (۵-۲۰) منحنی تغییرات قدرت اکتیو بر حسب زاویه قدرت (مشخصه قدرت - زاویه) را برای ماشین سنتکرون با قطب برجسته نشان می دهد.



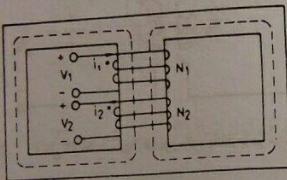
شکل ۵-۲۰ مشخصه قدرت - زاویه در ماشین سنتکرون با قطب برجسته

از آنجاکه جمله دوم در روابط (۵-۳۹) و (۵-۴۰) در مقایسه با جمله اول آنها قابل ملاحظه نمی باشد از این بعد از اثر بر جستگی قطبها صرف نظر می کنیم و برای هر دو نوع ماشین با قطب

**۵-۷ ترانسفورماتورها**

همانطوریکه در فصل های ۳ و ۴ مشاهده کردیم برای انتقال قدرت های زیاد و کم کردن تلفات انتقال از خطوط انتقال انرژی با ولتاژهای بالا استفاده می شود. از طرف دیگر تولید قدرت با ولتاژهای در حدود چند صد کیلو ولت توسط ژنراتورهای سنکرون عملاء امکان پذیر نیست. بنابراین ترانسفورماتورها بعنوان دستگاههایی که برای تغییر ولتاژهایی می روند از اهمیت ویژه ای در سیستم های قدرت برخوردار هستند. ترانسفورماتورهای قادر در حال حاضر نا قدرت ۱۰۰۰ MVA ساخته شده و مورد بهره برداری قرار گرفته اند.

قسمت اصلی یک ترانسفورماتور هسته مغناطیسی<sup>۲</sup> می باشد که شار مغناطیسی AC را هدایت می کند. هسته آهنی از لایه هایی از آلیاژ آهن و سیلیکان به ضخامت ۰.۲ mm ساخته می شود تا تلفات آهنی آن به حداقل برسد. شکل (۵-۲۱) سه نوع از هسته های متداول و نحوه بسته شدن مسیر مغناطیسی را نشان می دهد.



شکل ۵-۲۲ ترانسفورماتور یک فاز با دو سیم پیچ

شکل (۵-۲۲) نشان می دهد که ولتاژهای القاء شده  $v_1$  و  $v_2$  برای شار مغناطیسی متغیر  $\Phi$  با یکدیگر همفاز می باشند. این مقادیر برابرند با:

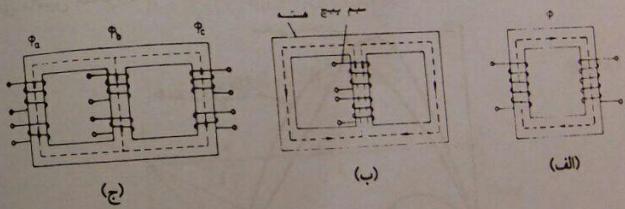
$$v_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{و} \quad v_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (5-41)$$

در اینجا  $N_1$  و  $N_2$  تعداد دور سیم پیچ های اولیه و ثانویه می باشند. این معادلات را می توان بصورت فازور نوشت:

$$V_1 = j\omega N_1 \Phi \quad (5-42)$$

$$V_2 = j\omega N_2 \Phi \quad (5-43)$$

## 1. Ideal Transformer



شکل ۵-۲۱ هسته های متداول و مسیرهای مغناطیسی

(ب) شکل (۵-۲۱) و یا از یک ترانسفورماتور سه فاز مطابق شکل (۵-۲۱) (ج) تشکیل شده باشند. مجموعه هسته و سیم پیچ ها در محفظه ای محتوی روغن مخصوص قرار می گیرد. وجود روغن باعث می شود تا عایق بندی بین سیم پیچ ها بهتر انجام شود و حرارت

## 1. Power Transformers

## 2. Magnetic Core

اگر مزدوج طرفین رابطه فوق را بدمست آوریم خواهیم داشت:

$$\frac{I_1'}{I_r} = \frac{N_r}{N_1} = \frac{1}{a}$$

$$V_r I_r' = V_r I_r \quad (5-47)$$

رابطه اخیر نشان می دهد که در ترانسفورماتور ایده آن قدرت ظاهری و قدرت مخلوط ورودی باعین قدرت ها در خروجی برابر هستند.

اگر امپدانس  $Z_r$  را به دو سر خروجی ترانسفورماتور شکل (۵-۲۳) متصل کنیم :

$$Z_r = \frac{V_r}{I_r} = \frac{V_r \left( \frac{N_r}{N_1} \right)}{I_r \left( \frac{N_r}{N_1} \right)} = \left( \frac{N_r}{N_1} \right)^2 \frac{V_r}{I_1}$$

امپدانسی را که در دو سر طرف اول اندازه گیری می شود با  $Z'$  نشان می دهیم :

$$Z'_r = \frac{V_r}{I_1}$$

$$Z'_r = \left( \frac{N_1}{N_r} \right)^2 Z_r = a^2 Z_r \quad (5-48)$$

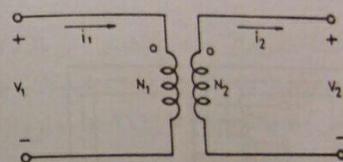
بنابراین امپدانس متصله به ترمینالهای طرف دوم ترانسفورماتور با ضرب شدن در  $a^2$  به طرف اول تبدیل می شود.

**۵-۹ مدار معادل ترانسفورماتور واقعی**  
یک ترانسفورماتور واقعی در عمل دارای هیچیک از مشخصات ذکر شده برای ترانسفورماتور ایده آن نمی باشد. قابلیت نفوذ مغناطیسی مابین نهایت نیست، شار پیوست با یک سیم پیچ با سیم پیچ دیگر کاملاً پیوست نمی باشد، تلفات آهنی هسته صفر نیست و سیم پیچ ها دارای مقاومت اهمی هستند. در بررسی مدار معادل ترانسفورماتور واقعی از اطلاعات

$$\frac{V_r}{V_r} = \frac{N_r}{N_1} = a \quad (5-44)$$

در اینجا نسبت تعداد دور سیم پیچ های اولیه به ثانویه  $a$  را نسبت تبدیل <sup>۱</sup> ترانسفورماتور می نامند.

مطابق شکل (۵-۲۳) قرار دادن نقطه در یک سر هر یک از سیم پیچ ها می تواند مشخص کننده نحوه بستن حلقه های سیم پیچ ها باشد. این شکل جایگزین شکل (۵-۲۲) می باشد و نشان می دهد که ولتاژ های القاء شده در سیم پیچ های اولیه و ثانویه همفاز می باشند.



شکل ۵-۲۳ شمای ترانسفورماتور پکفاز با دو سیم پیچ

قانون اهم برای هسته مغناطیسی شکل (۵-۲۲) به این صورت نوشته می شود:

$$I_r N_1 - I_1 N_1 = \mathcal{R} \Phi \quad (5-45)$$

در این رابطه  $\mathcal{R}$  رلوکتانس کل مسیر مغناطیسی است. در ترانسفورماتور ایده آن که قابلیت نفوذ مغناطیسی مابین نهایت است رلوکتانس برابر صفر بوده و لذا داریم :

$$I_r N_1 - I_1 N_1 = 0$$

$$\frac{I_1}{I_r} = \frac{N_r}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (5-46)$$

#### 1. Transformer Ratio (Turns Ratio)

مقدی که از ترانسفورماتور ایده آل بدست آمده است استفاده می شود.

در ترانسفورماتور ایده آل طبق رابطه  $I_1 = \frac{N_r}{N_1} I_r$  ، اگر ترانسفورماتوری بار باشد  $I_r = 0$  در اینصورت جریان  $I_1$  نیز برابر صفر می گردد و این بدان مفهوم است که امپدنس دیده شده از طرف اول برابر بی نهای است. علت این امر آنست که رلوکتانس مغناطیسی صفر منظر شده است. در ترانسفورماتور واقعی که قابلیت نفوذ مغناطیسی  $\mu$  بی نهای نیست، رلوکتانس  $R_m$  نیز برابر صفر نبوده و در حالت بی باری جریان مغناطیس کننده  $I_m$  از طرف اول عبور می کند. این موضع با توجه به رابطه (۵-۴۵) نیز مطابق زیر قابل پیش بینی است:

$$N_r I_r - N_1 I_1 = R_m \Phi$$

$$I_r = I_m = \frac{R_m \Phi}{N_r} \quad (5-49)$$

با استفاده از رابطه (۵-۴۲) شار مغناطیسی  $\Phi$  برابر است با:

$$\Phi = \frac{V_1}{j\omega N_1}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$I_m = -j \frac{R_m}{\omega N_1} V_1 \quad (5-50)$$

در این رابطه  $R_m$  ادمیتانس مغناطیسی کننده از دید طرف اول است که از رابطه زیر بدست می آید:

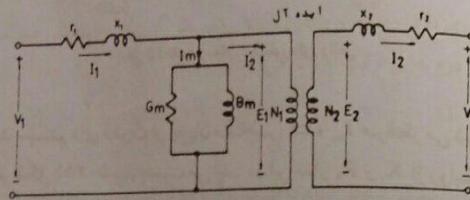
$$Y_m = -j \frac{R_m}{\omega N_1^2} = -j B_m \quad (5-51)$$

این رابطه نشان می دهد که ادمیتانس مغناطیسی کننده کاملاً راکتیو است، لیکن آزمایش بی باری نشان می دهد که  $Y_m$  دارای قسمت حقیقی نیز بوده و بصورت زیر قابل نوشتن است:

$$Y_m = G_m - jB_m \quad (5-52)$$

1. Magnetizing Current

2. Magnetizing Admittance



شکل ۵-۲۴ مدار معادل ترانسفورماتور واقعی با استفاده از مفهوم ترانسفورماتور ایده آل

در ترانسفورماتور واقعی قسمتی از شار مغناطیسی پیوست با سیم پیچ اول، سیم پیچ دوم را قطع نمی کند. مقدار این شار متناسب با جریان سیم پیچ اول بوده و افت ولتاژی ایجاد می کند که ضریب تناسب این افت ولتاژ با جریان اولیه را با  $X_m$  نشان داده و آنرا راکتانس پراکنده<sup>۳</sup> می نامیم. این راکتانس با سیم پیچ اول بصورت سری قرار می گیرد. بهمین ترتیب راکتانس پراکنده<sup>۳</sup> متناظر آن، سری با سیم پیچ دوم در نظر گرفته می شود. این راکتانس ها در شکل (۵-۲۴) نشان داده شده اند. همانطوری که مشاهده می شود، مقاومت های اهمی سیم پیچ های اول و دوم نیز سری با این راکتانس ها را رسم شده اند.

براساس روابط ترانسفورماتور ایده آل اگر جریان، ولتاژ و امپدنس طرف دوم شکل (۵-۲۴) را به طرف اول تبدیل کنیم مدار معادل ترانسفورماتور مطابق شکل (۵-۲۵) (الف) می شود.

1. Eddy Current Loss

2. Hysteresis Loss

3. Leakage Reactance

متقارن بوده و تنها قدرت های یکسان می باشد. برای بررسی مقادیر جریان، ولتاژ و امپدانس بر حسب آمپر، ولت و اهم باید دید این کمیت ها تبدیل شده به کدام طرف ترانسفورماتور هستند. در سیستم های قدرت واقعی که چندین ترانسفورماتور و سطوح مختلف ولتاژ وجود دارند این وضعیت پیچیده تر می شود. استفاده از سیستم پریونیت مشکل مذکور را حل نموده و بطور قابل ملاحظه ای محاسبات سیستم های قدرت را در این رابطه آسان می کند.

اگر راکتانس پراکنده یک ترانسفورماتور بر حسب پریونیت و یا در صدد داده شود لازم نیست مشخص شود که این راکتانس تبدیل شده به کدام طرف است. در حقیقت راکتانس پراکنده بر حسب پریونیت از دیدگاه هر دو سیم پیچ یکسان است. برای اثبات این موضوع ترانسفورماتوری با قدرت  $S$  و ولتاژ  $V_1/V_2$  را در نظر بگیرید. امپدانس های مبنای در سیم پیچ های اول و دوم به این ترتیب بدست می آیند:

$$Z_{b_1} = \frac{V'_1}{S} \quad \Omega \quad \text{و} \quad Z_{b_2} = \frac{V'_2}{S} \quad \Omega$$

راکتانس های پراکنده تبدیل شده به طرف اول و دوم را بر حسب اهم بترتیب با  $X_1$  و  $X_2$  نشان می دهیم. در اینصورت داریم:

$$X_1 = X_b \left( \frac{V_1}{V'_1} \right)^r \quad \Omega$$

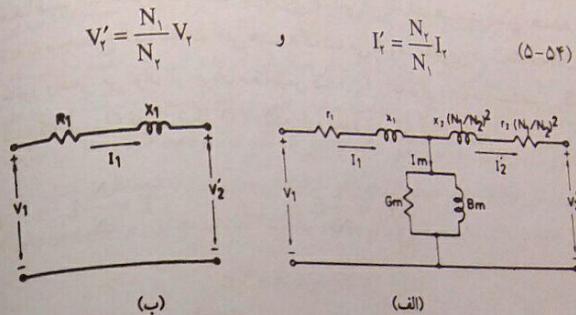
راکتانس های پراکنده بر حسب pu تبدیل شده به طرف اول و دوم را بترتیب با  $X_{pu_1}$  و  $X_{pu_2}$  نشان می دهیم که از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$X_{pu_1} = \frac{X_1}{Z_{b_1}} = \frac{X_1}{V'_1/S} = X_1 \frac{S}{V'_1}$$

$$X_{pu_2} = \frac{X_2}{Z_{b_2}} = \frac{X_2 (V_1/V'_1)^r}{V'_2/S} = X_2 \frac{S}{V'_2}$$

همانطوریکه مشاهده می شود:

$$X_{pu_1} = X_{pu_2} \quad (5-57)$$



شکل ۵-۲۵ مدار معادل ترانسفورماتور واقعی

در محاسبات سیستم های قدرت از جریان مغناطیس کننده  $I_m$  صرفنظر می شود و لذا مدار معادل ساده تر شکل (۵-۲۵) بدست می آید. در این مدار  $R_1$  و  $X_1$  از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$R_1 = r_1 + \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 r_t \quad (5-55)$$

$$X_1 = x_1 + \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 x_t$$

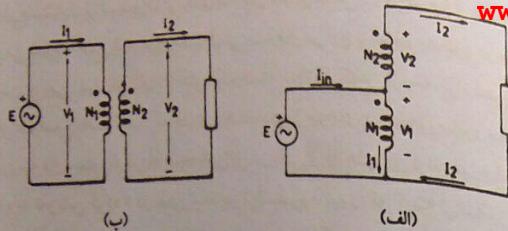
در بسیاری از محاسبات ممکن است از مقاومت  $R$  نیز در مقایسه با راکتانس  $X_1$  صرفنظر شود که در اینصورت مدار معادل ترانسفورماتور فقط با راکتانس پراکنده تبدیل شده به طرف اول  $X_1$  و یا راکتانس پراکنده تبدیل شده به طرف دوم  $X_2$  نشان داده می شود. راکتانس  $X_2$  بر حسب  $X_1$  این چنین محاسبه می شود:

$$X_2 = x_1 + \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 x_t = \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 X_1 = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^r X_1 \quad (5-56)$$

#### ۵-۱۰ مقادیر پریونیت در ترانسفورماتور

در سیم پیچ های اولیه و ثانویه یک ترانسفورماتور، جریانها، ولتاژها و امپدانس ها

از این پس بعد راکتans پراکنندگی ترانسفورماتور را بر حسب پریونیت یا درصد بیان می کنیم که این مبنای این راکتans از قدرت و ولتاژ نامی ترانسفورماتور بدست می آید.



شکل ۵-۲۶ مقایسه ترانسفورماتور و اتو ترانسفورماتور با سیم پیچ یکسان N<sub>1</sub> و N<sub>2</sub>

مثال ۵-۲ یک ترانسفورماتور یکفاز ۲۴KVA و ۲/۰/۶KV بصورت یک اتو ترانسفورماتور افزاینده ساخته شده است. جریان هر قسمت از اتو ترانسفورماتور و قدرت خروجی را بدست آورید.

حل: با توجه به شکل (۵-۲۶ الف) داریم:

$$|I_1| = \frac{24}{0.6} = 40 \quad A$$

$$|I_r| = I_L = \frac{24}{2/4} = 10 \quad A$$

$$|V_L| = |V_1 + V_r| = 2/4 + 0/6 = 3 \quad KV$$

$$|S_L| = |V_L I_L| = 3 \times 10 = 30 \quad KVA$$

$$|I_{in}| = |I_1 + I_r| = 40 + 10 = 50 \quad A$$

$$|V_{in}| = |V_1| = 0/6 \quad KV$$

$$|S_{in}| = |V_{in} I_{in}| = 0/6 \times 50 = 30 \quad KVA$$

مثال ۵-۱۲ ترانسفورماتورهای سه فاز با اتصال سه ترانسفورماتور یکفاز یکدیگر ترانسفورماتور سه فاز بدست می آید،

### ۱-۵-۵ اتو ترانسفورماتور

اگر سیم پیچ های یک ترانسفورماتور مطابق شکل (۵-۲۶ الف) علاوه بر پیوست مغناطیسی، از لحاظ الکتریکی نیز بهم متصل باشند اتو ترانسفورماتور بدست می آید. شکل مذکور یک اتو ترانسفورماتور افزاینده<sup>۲</sup> را نشان می دهد. با استفاده از مفاهیم ترانسفورماتور

ایده آآل می توان نوشت:

$$\frac{V_1}{V_r} = \frac{N_1}{N_r}$$

از طرف دیگر قدرت نامی ترانسفورماتور از رابطه زیر بدست می آید:

$$S_n = |V_1| |I_r| = |V_r| |I_r| \quad (5-58)$$

قدرت ظاهری خروجی که به بار داده می شود برابر است با:

$$S_{out} = (|V_1| + |V_r|) |I_r| = |V_r| |I_r| + |V_r| |I_r| \frac{N_1}{N_r} \quad (5-59)$$

قدرت ظاهری ورودی نیز این چنین محاسبه می شود:

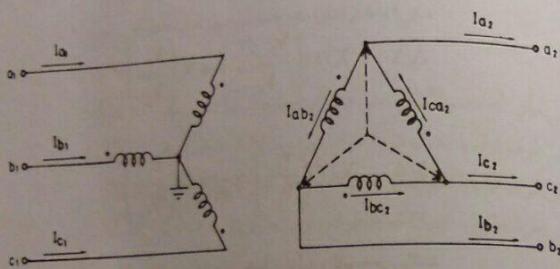
$$S_{in} = |V_1| (|I_r| + |I_1|) = |V_1| |I_r| + |V_1| |I_r| \frac{N_1}{N_r} \quad (5-60)$$

بنابراین قدرت نامی اتو ترانسفورماتور با دو سیم پیچ N<sub>1</sub> و N<sub>r</sub> (شکل ۵-۲۶ الف) بیشتر از قدرت نامی ترانسفورماتور عادی است که با همان دو سیم پیچ طراحی شده باشد (شکل ۵-۲۶ ب). در ضمن باید دقت نمود که چون جریان هر سیم پیچ در هر دو شکل یکسان است لذا تلفات یکسان بوده و ضربی بهره اتو ترانسفورماتور بیشتر از ترانسفورماتور عادی با همان دو سیم پیچ است. از معایب اتو ترانسفورماتور می توان عدم وجود عایق بندی الکتریکی بین سیم پیچهای اولیه و ثانویه و زیاد بودن جریان اتصال کوتاه را نام برد.

1. Autotransformer

2. Step - Up Autotransformer

شکل (۵-۲۷) ولتاژهای فازی اولیه و  $V_{a_1}$ ،  $V_{b_1}$ ،  $V_{c_1}$  ولتاژهای فازی ثانویه هستند. طبق جریانهای اولیه و ثانویه در هر فاز با یکدیگر همفاز هستند. بهمین ترتیب  $I_a$  و  $I_b$  در هر فاز با یکدیگر همفاز هستند. جریانهای ثانویه می‌باشد. جریانهای اولیه و ثانویه در هر فاز با یکدیگر همفاز هستند. یکی دیگر از اتصالات ترانسفورماتورها که کاربرد زیادی دارد ترانسفورماتور  $\Delta/\Delta/24$  است که شما آن در شکل (۵-۲۸) دیده می‌شود.



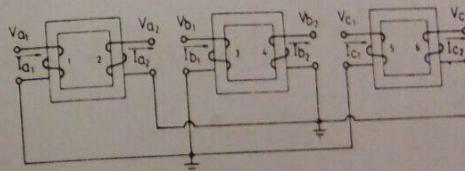
شکل ۵-۲۸ ترانسفورماتور سه فاز با اتصال  $\Delta/24$

با کمی بررسی در شکل (۵-۲۸) خواهیم دید که ولتاژ معادل فازی طرف مثلث  $V_{\Delta}$  از ولتاژ فازی طرف ستاره  $V_{a_1}$  به اندازه  $30^\circ$  درجه عقب تر است. ولتاژهای خطی طرف مثلث نیز نسبت به ولتاژهای خطی همان خود در طرف ستاره  $30^\circ$  درجه عقب تر هستند. بهمین ترتیب جریانهای خطی طرف مثلث از جریانهای خطی همان خود در طرف ستاره  $30^\circ$  درجه عقب تر می‌باشد. این نتایج فقط در مورد نحوه اتصال شکل (۵-۲۸) صادق است و چنانچه نحوه اتصال سیم پیچ‌ها در ترانسفورماتور ستاره - مثلث تغییر کند نتایج نیز تغییر خواهد کرد.

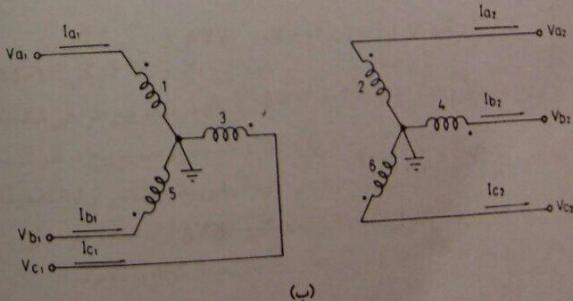
برای تبدیل مقدار یک راکتانس از یک طرف ترانسفورماتور سه فاز به طرف دیگر می‌توان راکتانس مذکور را همواره در توان دوم نسبت ولتاژهای خطی ضرب نمود و این موضوع به نوع اتصال ترانسفورماتور بستگی ندارد. روابط زیر صحت این مطلب را در چهار نوع اتصال ثابت می‌کنند. در این روابط ابتدا راکتانس معادل ستاره سیم پیچ طرف اول (X<sub>1</sub>) به سیم پیچ مربوط به اتصال طرف اول تبدیل شده، سپس در توان دوم نسبت ولتاژهای فازی

استفاده می‌شود. جمع شارهای مغناطیسی سه فاز در این ترانسفورماتور در هر لحظه برابر صفر است. بدینهای است که تلفات آهنی یک هسته سه فاز کمتر از سه ترانسفورماتور یکهزار است. این موضوع باضافه صرفه جویی اقتصادی از مزایای ترانسفورماتور سه فاز با هسته مغناطیسی سه فاز است. لیکن چنانچه خرابی در یکی از فازهای این ترانسفورماتور بوجود آید که هسته باید تعویض گردد، در صورتیکه در ترانسفورماتوری که از سه ترانسفورماتور یک فاز تشکیل شده است فقط هسته مربوط به فاز خراب شده جایگزین می‌شود.

برای هر یک از سیم پیچ‌های اولیه و ثانویه ترانسفورماتور سه فاز دو نوع اتصال را می‌توان در نظر گرفت. اتصال ستاره  $\Delta$  و اتصال مثلث  $\Delta$ . بنابراین ترانسفورماتور دارای چهار نوع اتصال  $Y/Y$ ،  $\Delta/\Delta$  و  $\Delta/Y$  می‌باشد. نقطه صفر هر یک از اتصالات  $\Delta$  نیز ممکن است به زمین متصل شود. شکل (۵-۲۷) ترانسفورماتور سه فازی با اتصال ستاره-ستاره را نشان می‌دهد. نقطه صفر این ستاره‌ها زمین شده است. این اتصال را با علامت  $\Delta/24$  نشان می‌دهیم.

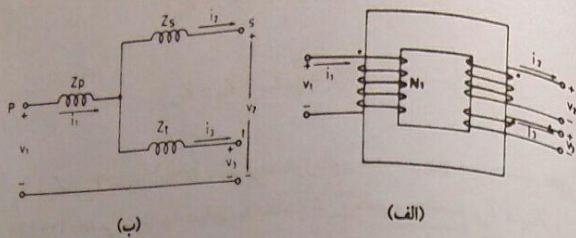


(الف)



(ب)

شکل ۵-۲۷ ترانسفورماتور سه فاز با اتصال  $\Delta/24$



شکل ۵-۲۹ ترانسفورماتور با سه سیم پیچ و مدار معادل آن

امپدانس هایی که معمولاً با آزمایش های استاندارد بدست می آیند. عبارتند از:

$$Z_{ps} = \text{امپدانس طرف اول با اتصال کوتاه طرف دوم و مدار باز طرف سوم}$$

$$Z_{pt} = \text{امپدانس طرف اول با اتصال کوتاه طرف سوم و مدار باز طرف دوم}$$

$$Z_{st} = \text{امپدانس طرف دوم با اتصال کوتاه طرف سوم و مدار باز طرف اول}$$

امپدانس های فرق الذکر چنانچه بر حسب اهم باشند تبدیل شده به یکی از سه طرف (مثلث تبدیل شده به طرف اول) داده خواهند شد و اگر بر حسب پریونیت باشند باید به قدرت مبنای یکی از سه طرف و یا قدرت مبنای سیستم (مثلث ۱۰۰ MVA) تبدیل گردند. اگر

امپدانس های طرف اول، دوم و سوم در مدار معادل شکل (۵-۲۹ ب) را بترتیب با  $Z_s$ ,  $Z_p$  و  $Z_t$  نشان دهیم داریم:

$$Z_{ps} = Z_p + Z_s$$

$$Z_{pt} = Z_p + Z_t$$

$$Z_{st} = Z_s + Z_t$$

با حل این سه معادله برای  $Z_p$ ,  $Z_s$  و  $Z_t$  خواهیم داشت:

$$Z_p = \frac{1}{\gamma} (Z_{ps} + Z_{pt} - Z_{st})$$

$$Y/Y : X \left( \frac{V_{L_r}/\sqrt{3}}{V_{L_i}/\sqrt{3}} \right)^r = X \left( \frac{V_{L_r}}{V_{L_i}} \right)^r$$

$$Y/\Delta : X \left( \frac{V_{L_r}/\sqrt{3}}{V_{L_i}/\sqrt{3}} \right) \left( \frac{1}{\gamma} \right) = X \left( \frac{V_{L_r}}{V_{L_i}} \right)^r$$

$$\Delta/Y : X \left( \frac{V_{L_r}/\sqrt{3}}{V_{L_i}} \right)^r = X \left( \frac{V_{L_r}}{V_{L_i}} \right)^r$$

$$\Delta/\Delta : X \left( \frac{V_{L_r}}{V_{L_i}} \right)^r \times \frac{1}{\gamma} = X \left( \frac{V_{L_r}}{V_{L_i}} \right)^r$$

در این روابط  $V_{L_r}$  و  $V_{L_i}$  بترتیب ولتاژ های خطی اولیه و ثانویه می باشند.

### ۱۳-۵ ترانسفورماتورهای سه سیم پیچه

ترانسفورماتورهای سه سیم پیچه در بسیاری از قسمت های سیستم های قدرت برای صرفه جویی در نصب دستگاهها بکار برده می شوند. در بسیاری از موارد سیم پیچ های طرف اول و دوم این ترانسفورماتورها نقش اصلی را برای انتقال قدرت بازی می کنند و سیم پیچ سوم که معمولاً دارای قدرت کمی است برای تعذیب مصارف داخلی نیروگاهها و پست ها و یا نصب راکتورها و خازنها و امثالهم بکار می رود. در ترانسفورماتور با دو سیم پیچ قدرت نامی هر دو طرف یکسان است، در صورتیکه در ترانسفورماتور با سه سیم پیچ قدرت نامی هر سه طرف با یکدیگر متفاوت است. در شکل (۵-۲۹) یک فاز ترانسفورماتور سه سیم پیچه و مدار معادل آن نشان داده شده است. در این مدار معادل نقطه صفر ستاره نشان داده شده وجود خارجی نداشته و کاملاً فرضی است و در ضمن هیچگونه ارتباطی با نقطه صفر سیستم ندارد.

#### 1. Three - Winding Transformers

$$Z_i = \frac{1}{\gamma} (Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt}) \quad (5-61)$$

$$Z_t = \frac{1}{\gamma} (Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps})$$

معمولًا  $Z_p$ ،  $Z_i$  و  $Z_t$  بعنوان اطلاعات یک ترانسفورماتور سه سیم پیچه بر حسب PU و پر مبنای ۱۰۰ MVA داده می شوند و احتیاجی به محاسبه این مقادیر بر حسب  $Z_d$ ،  $Z_{ps}$  و  $Z_{pt}$  نمی باشد.

مثال ۵-۳ یک ترانسفورماتور سه فاز سه سیم پیچه دارای مشخصات زیر است:

$$Y/Y \quad ۱۲۲/۶۳/۲۰ \quad ۵۰/۴۰/۱۰ \quad MVA$$

از مقاومت اهمی سه سیم پیچ صرف نظر شده و راکتانس های پراکنده گیری شده، دارای این مقادیر هستند:

$$X_{ps} = \% \lambda \quad \text{و} \quad X_{pt} = \% \lambda \quad \text{و} \quad X_{st} = \% \lambda$$

مقادیر مبنای برای راکتانس ها، قدرت و ولتاژ طرفی است که این راکتانس ها در آن اندازه گیری شده اند. مدار معادل این ترانسفورماتور را در مبنای ۵۰ MVA بدست آورید.

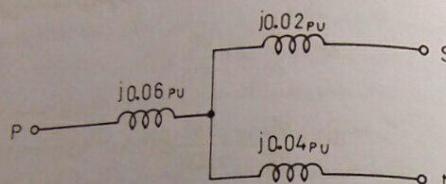
حل: ولتاژ مبنای در طرف اول  $122KV$ ، در طرف دوم  $63KV$  و در طرف سوم  $20KV$  در نظر گرفته می شود. بنابراین با توجه به قدرت مبنای ۵۰ MVA داریم:

$$Z_{ps} = j \cdot 10 \quad pu \quad , \quad Z_{pt} = j \cdot 10 \quad pu$$

$$Z_{st} = j \cdot 10 \times \frac{50}{40} = j \cdot 12.5 \quad pu$$

$$Z_p = \frac{1}{\gamma} (j(10 + 12.5 - 10)) = j \cdot 6 \quad pu$$

$$Z_i = \frac{1}{\gamma} (j(10 + 12.5 - 10)) = j \cdot 2 \quad pu$$



شکل ۵-۳۰ مدار معادل ترانسفورماتور با سیم پیچ در مبنای ۵۰ MVA

#### ۵-۱۴ مشخصات بار

بطور کلی «بار»<sup>۱</sup> به دستگاه یا ترکیبی از دستگاهها اطلاق می شود که از شبکه انرژی جذب می نماید. در عمل محدوده مصرف بارها لامپهای چند وات تا موتورهای القائی<sup>۲</sup> چندین میگاوات را شامل می شود. لامپهای روشنایی، هیترها، موتورهای الکتریکی و ... از نوع بارها را تشکیل می دهند. در محاسبات سیستم های قدرت معمولاً روی هر یک از شین های سیستم انتقال، بارهای منطقه مربوطه را بصورت یک بار متتمرکز نشان می دهیم. این بار متتمرکز در حقیقت ترکیبی از بارهای امداداتی، موتورهای القائی، موتورهای سنکرون و غیره می باشد.

بارها علاوه بر قدرت اکتیو دارای مصرف قدرت راکتیو نیز هستند که قسمت اعظم مصرف این قدرت بواسطه وجود موتورهای القائی می باشد. بنابراین برای یک بار مرکب که بطور متتمرکز روی یک شین منظور می گردد می توان قدرت اکتیو، ولتاژ و ضرب قدرت را مشخص نمود. میزان قدرت مصرفی اکتیو و راکتیو بارها از یک طرف با زمان تغییر می نماید و از طرف دیگر به فرکانس و ولتاژ بستگی دارد. این وابستگی را می توان مطابق رابطه زیر بیان نمود:

$$P = P(f, |V|)$$

$$Q = Q(f, |V|)$$

1. Load

2. Induction Motors

نحوه تغییرات کوچک در فرکانس  $\Delta f$  و براز تغییرات  $\Delta P$  و  $\Delta Q$  این چنین محاسبه می شود:

فرکانس نشان می دهد. نحوه تغییر این قدرت ها در یک موتور القائی با بر این کاملاً متفاوت است. بعنوان مثال قدرت مصرفی اکتیو موتورهای القائی با افزایش امپدانسی افزایش می یابد، در حالیکه در بار امپدانسی مطابق رابطه (۵-۶۵) افزایش فرکانس ذرکانس باعث کاهش قدرت مصرفی می شود.

در یک بار مرکب نحوه تغییر قدرت های اکتیو و راکتیو بر حسب تغییرات ولتاژ و ذرکانس از روش های تحلیلی امکان پذیر نیست و از طرفی به نوع ترکیب و به میزان درصد عناصر تشکیل دهنده بار بستگی دارد. مثلاً برای یک بار مرکب شامل ۶۰ درصد موتورهای القائی، ۲۰ درصد موتورهای سنکرون و ۲۰ درصد جمع بارهای دیگر آزمایش نشان می دهد که به ازاء یک درصد افزایش ولتاژ، قدرت اکتیویک درصد و قدرت راکتیو  $1/3$  درصد افزایش می باند. همچنین به ازاء یک درصد افزایش فرکانس، قدرت اکتیویک درصد افزایش می یابد.

مثال ۵-۴ در یک بار امپدانسی به ضریب قدرت  $85/0$  پس فاز، یک درصد تغییر ولتاژ چند درصد قدرت اکتیو را تغییر می دهد. همچنین تغییر قدرت براز یک درصد تغییر فرکانس را بدست آورید.

حل: با استفاده از رابطه (۵-۶۵) داریم:

$$\frac{\Delta P}{\Delta |V|} \approx \frac{\partial P}{\partial |V|} = \frac{R}{|V|^2} R' + X'$$

$$= \frac{|V|}{|V|^2} \frac{P}{|V|} = \frac{P}{|V|}$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{\Delta |V|}{|V|} \quad (5-67)$$

بنابراین یک درصد تغییر ولتاژ بمیزان دو درصد قدرت اکتیو را تغییر می دهد.

چنانچه از رابطه (۵-۶۵) بر حسب  $f$  مشتق بگیریم:

$$\frac{\Delta P}{\Delta f} \approx \frac{\partial P}{\partial f} = -|V|^2 \frac{4\pi RLX}{(R' + X')^2} = -|V|^2 \frac{4RX^2}{f(R' + X')^2}$$

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial f} \Delta f + \frac{\partial P}{\partial |V|} \Delta |V| \quad (5-62)$$

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial f} \Delta f + \frac{\partial Q}{\partial |V|} \Delta |V| \quad (5-63)$$

اگر درصد ترکیب بارها در یک منطقه مشخص باشد می توان ضرائب  $\frac{\partial P}{\partial f}$ ،  $\frac{\partial Q}{\partial f}$ ،  $\frac{\partial P}{\partial |V|}$  و  $\frac{\partial Q}{\partial |V|}$  را بدست آورد و براز تغییرات کوچک ولتاژ و یا فرکانس تغییر قدرت های اکتیو و راکتیو را محاسبه نمود.

یک بار ساده امپدانسی را در نظر بگیرید. قدرت مصرفی بار  $P$ ، ولتاژ نامی آن  $V$  و ضریب قدرت  $\cos\Phi$  مشخصات بار را تشکیل می دهند. در اینصورت قدرت ظاهری بار  $S = \frac{P}{\cos\Phi}$  بوده و مدار معادل چنین باری شامل امپدانسی سری از مقاومت  $R$  و راکتانس  $X$  می باشد بنحوی که می توان نوشت:

$$R + jX = \frac{V'}{S} \angle \Phi = \frac{V'}{S} \cos\Phi + j \frac{V'}{S} \sin\Phi \quad (5-64)$$

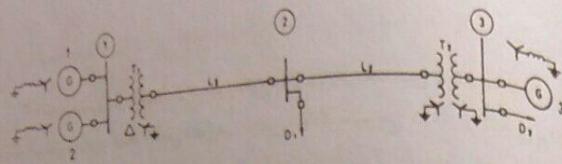
قدرت مختلط بار بر حسب  $R$  و  $X$  را می توان به این صورت نوشت:

$$S = P + jQ = VI^* = V \left( \frac{V}{Z} \right)^* = \frac{|V|^2}{Z^*} = \frac{|V|^2}{R - jX} = |V|^2 \frac{R + jX}{R' + X'}$$

$$P = |V|^2 \frac{R}{R' + X'} = \frac{|V|^2 R}{R' + (2\pi f L)} \quad (5-65)$$

$$Q = |V|^2 \frac{X}{R' + X'} = \frac{|V|^2 2\pi f L}{R' + (2\pi f L)} \quad (5-66)$$

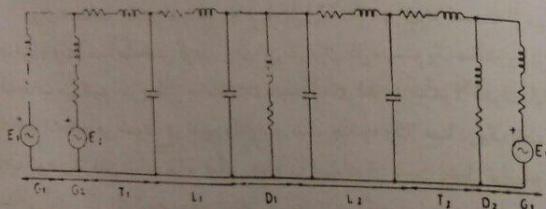
همانطوریکه مشاهده می شود قدرت های اکتیو و راکتیو بار امپدانسی با توان دوم ولتاژ نسبت مستقیم دارند. این روابط همچنین وابستگی این دو قدرت و نوع تغییر آنها را



شکل ۵-۳۱ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

نقطه صفر رُزاتورها مطابق شکل (۵-۳۱) اغلب بوسیله یک راکتانس به زمین متصل شود تا برای اتصال کوتاه یک فاز به زمین و لذت دو فاز دیگر آن بالا نزد و در ضمن جریان اتصال کوتاه مذکور نیز محدود گردد. همچنین نقطه صفر ستاره بیشتر ترانسفورماتورهای موجود در سیستم ها مستقیماً زمین می شود.

برای بررسی عملکرد سیستم ها در شرایطی نظیر بارداری و یا اتصال کوتاه، با استفاده از دیاگرام تک خطی می توان مدار معادل (دیاگرام امپدانس) سیستم را از اتصال مدارهای معادل یک عنصر بدست آورد. شکل (۵-۳۲) دیاگرام امپدانس مربوط به سیستم قدرت شکل (۵-۳۱) را نشان می دهد.



شکل ۵-۳۲ دیاگرام امپدانس مربوط به دیاگرام تک خطی شکل (۵-۳۱)

در رسم دیاگرام امپدانس شکل (۵-۳۲) موارد زیر در نظر گرفته می شود:  
۱- مدار معادل رُزاتور و موتورهای سنکرون بایروی محرك و امپدانس سنکرون آنها نمایش داده می شود. در محاسبات اتصال کوتاه بجای  $X$  یکی از راکتانس های  $X'$  و یا بکار می رود و از مقاومت اهمی آرمیچر صرف نظر می شود. در محاسبات حالات ماندگار سیستم مانند محاسبات پخش بار، پایداری ماندگار و اتصال کوتاه ماندگار از راکتانس سنکرون  $X$  استفاده می شود. در محاسبات پایداری گذرا نیز  $X'$  مورد استفاده قرار

$$= -P \frac{2RX'}{f(R' + X')}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -2 \frac{X'}{R' + X'} \frac{\Delta f}{f} = -2 \sin^2 \Phi \frac{\Delta f}{f}$$

بنابراین میزان کاهش قدرت اکتیو به ازاء افزایش یک درصد فرکانس برابر  $2 \sin^2 \Phi$  درصد می باشد. در این مثال  $268/0 = \cos \Phi = 0.85$  و  $\sin \Phi = 0.5268$  می باشند. لذا داریم:

$$\frac{\Delta P}{P} = -0.5268 \frac{\Delta f}{f} \quad (5-68)$$

یعنی یک درصد افزایش فرکانس تقریباً  $555/0$  درصد قدرت مصرفی بار را کاهش می دهد.

### ۱۵ دیاگرام امپدانس سیستم های قدرت

تا اینجا مدل عناصر سیستم های قدرت نظری مашینهای سنکرون، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و بارهای امورده برسی قرار داده ایم. با استفاده از مدل این عناصر می توانیم مدار معادل کل سیستم را که به دیاگرام امپدانس<sup>۱</sup> موسوم است بدست آوریم. نمایش سیستم قدرت بصورت سه فاز کاری مشکل و پیچیده است و رسم هر سه فاز همه عناصر سیستم اطلاعات بیشتری در اختیار ما قرار نمی دهد. لذا سیستم های قدرت را برای یک فاز و با علامت اختصاری عناصر نشان می دهند. این طرز نمایش به دیاگرام تک خطی<sup>۲</sup> سیستم های قدرت معروف است.

شکل (۵-۳۱) دیاگرام تک خطی یک سیستم ساده را نشان می دهد. همانطوری که مشاهده می شود نوع اتصال سه پیچ های ترانسفورماتور و ماشین های سنکرون بر روی دیاگرام تک خطی نشان داده می شود. کلیدهای قدرت<sup>۳</sup> نیز در نقاط مختلف شبکه بوسیله مربع های کوچک مشخص می گردند.

1. Impedance Diagram

2. One - Line Diagram

3. Circuit Breakers

من آنقدر.

۴- در رسم مدار معادل ترانسفورماتورها از جریان مغناطیسی کشیده صرف نظر می شود و مدل ترانسفورماتور فقط شامل مقاومت اهمی معادل سیم پیچ های راکتانس پراکنده می شود. معادل X رسم می شود. در محاسبات اتصال کوتاه اغلب از مقاومت اهمی نیز صرف نظر می شود.

۵- در مدار معادل خطوط انتقال از مدار اسمی  $\pi$  استفاده می شود که در شکل (۵-۳۲) برای خطوط L<sub>۱</sub> و L<sub>۲</sub> باشان داده شده است. در محاسبات اتصال کوتاه اغلب از کاباسیتانس و مقاومت اهمی خطوط صرف نظر می شود، لیکن در مطالعه پخش بار و پایداری سیستم ها از مدار کامل  $\pi$  استفاده می گردد.

۶- مدار معادل هر یک از بارها بصورت یک امپدانس شامل مقاومت و راکتانس القائی رسم شده است. البته در اینجا فرض شده است که بارهای سیستم قادر موتورهای الکتریکی هستند. گرچه بارها از امپدانس ها و موتورهای القائی و... تشکیل می شوند و مدار معادل کل آنها امپدانس نیست، لیکن در بسیاری از محاسبات سیستم های قدرت (نظیر پایداری گذرا) با تقریب قابل قبولی می توان از مدار معادل امپدانس  $X + jR$  بجای بار مرکب استفاده نمود.

برای محاسبه مقادیر امپدانس ها در شکل (۵-۳۲)، برای هر قسمت از سیستم باید قدرت مبنای و لتاژ مبنای مشخص گردد. برای این کار برای کل سیستم یک مقدار را بتوان قدرت مبنای انتخاب می کنیم. در بیشتر محاسبات سیستم های قدرت معمولاً قدرت ۱۰۰ MVA بتوان مبنای انتخاب می شود. در تعیین و لتاژ های مبنای، چنانچه و لتاژ مبنای در یک نقطه از سیستم انتخاب شود و لتاژ های مبنای نقاط دیگر اجباراً با استفاده از نسبت تبدیل ترانسفورماتور ها بدست می آیند. اگر و لتاژ نامی و قدرت نامی هر یک از دستگاهها با مقادیر مبنای انتخاب شده متفاوت باشند در اینصورت باید امپدانس بر حسب پریوئیت آن دستگاه را طبق رابطه (۲-۳۴) به مبنای جدید تبدیل نمود.

#### مثال ۵-۵ مشخصات سیستم قدرت شکل (۵-۳۱) به قرار زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \text{ژنراتور } G_1 &: 20 \text{ MVA}, 6/6 \text{ KV}, X'' = 7.25 \\ \text{ژنراتور } G_2 &: 30 \text{ MVA}, 6/6 \text{ KV}, X'' = 7.25 \\ \text{ژنراتور } G_3 &: 20 \text{ MVA}, 3/8/1 \text{ KV}, X'' = 7.20 \\ \text{ترانسفورماتور } T_1 &: 50 \text{ MVA}, 6/6/3 \text{ KV}, X = 7.10 \end{aligned}$$

ترانسفورماتور  $T_1$  از سه ترانسفورماتور یک فاز با مشخصات زیر شکل شده است:

$$X = 7.12 \Omega, 36/4/2/2 \text{ KV}, 10 \text{ MVA}$$

$X = 4/78 \Omega$	L <sub>۱</sub>	خط انتقال
$X = 9/56 \Omega$	L <sub>۲</sub>	خط انتقال
۴-MW	D <sub>۱</sub>	بار
۴-MW	D <sub>۲</sub>	بار
$\cos\Phi = 0.8$	پس فاز	دیگرام راکتانس سیستم را در قدرت مبنای $S_b = 5$ MWA رسم و مقادیر راکتانس ها را بر حسب pu مشخص نماید. و لتاژ مبنای در شین ۱ را $6/6 \text{ KV}$ در نظر بگیرید.

حل: قدرت سه فاز ترانسفورماتور  $T_1$  سه برابر قدرت ترانسفورماتور یکفاز است و این مقدار برابر است با:

$$3 \times 10 = 30 \text{ MVA}$$

نسبت و لتاژ های خطی در این ترانسفورماتور نیز عبارتست از:

$$\sqrt{3} \times 36/4/\sqrt{3} \times 2/2 = 63/3/81 \text{ KV}$$

ولتاژ های مبنای در نقاط مختلف سیستم بترتیب زیر بدست می آیند:

$$1 \text{ KV}: 6/6: \text{ شین ۱}$$

$$6/6: 6/6 \times \frac{6}{6/3} = 69/14 \text{ KV}: \text{ شین ۲}$$

$$6/6: 6/6 \times \frac{3/81}{63} = 4/88 \text{ KV}: \text{ شین ۳}$$

حال راکتانس زیر گذرای ژنراتور ها را در مبنای انتخاب شده بدست می آوریم:

$$G_1: X'' = 7.25 \times \frac{50}{4} = 0.925 \text{ pu}$$

$$|Z| = \frac{87/12}{95/6} = 0.911 \text{ pu}$$

$$Z = |Z| \angle \Phi = 0.911 \angle \cos^{-1} 0.8 = 0.729 + j 0.547 \text{ pu}$$

$$D_r : S = \frac{20}{0.911} = 22/53 \text{ MVA}$$

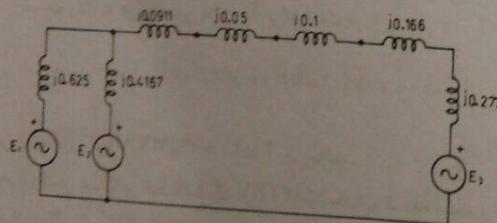
$$|Z| = \frac{(2/18)^2}{22/53} = 0.617 \Omega$$

$$Z_s = \frac{(4/18)^2}{50} = 0.249 \Omega$$

$$|Z| = \frac{0.617}{0.249} = 1.766 \text{ pu}$$

$$Z = 1/766 \angle \cos^{-1} 0.8 = 1/5 + j 0.93 \text{ pu}$$

دیاگرام امپدانس با توجه به مقادیر بدست آمده در شکل (۵-۳۲) رسم شده است. مقادیر نوشته شده روی راکتانس ها بر حسب pu هستند. با فرض اینکه محاسبات اتصال کوتاه مورد نظر است از جریانهای بار صرفنظر شده و مدار معادل بارها در این شکل رسم نشده است.



شکل ۵-۳۳ دیاگرام امپدانس میشمند قدرت شکل (۵-۳۱) در قدرت ۵۰MVA

مثال ۵-۶ دیاگرام تک خطی سیستم قدرتی در شکل (۵-۳۴) نشان داده شده است.  
مشخصات این سیستم بشرح زیر است:  
 $X'' = 7/20$  ۲۱KV ، ۱۲۵MVA :  $G$  ژنراتور سنتکرون

$$G_r : X'' = 0.725 \times \frac{50}{30} = 0.416V \text{ pu}$$

$$G_r : X'' = 0.725 \times \frac{50}{30} \times \left( \frac{2/18}{4/18} \right)^2 = 0.277 \text{ pu}$$

به عنوان ترتیب راکتانس پراکنندگی ترانسفورماتور ها را تعیین می کنیم:

$$T_r : X = 0.1 \times \left( \frac{6/3}{6/6} \right)^2 = 0.0911 \text{ pu}$$

$$T_r : X = 0.725 \times \frac{50}{30} \times \left( \frac{2/18}{4/18} \right)^2 = 0.166 \text{ pu}$$

امپدانس مبنای خطوط انتقال و راکتانس بر حسب پریونیت هر یک از خطوط نیز بترتیب زیر محاسبه می شوند:

$$Z_b = \frac{V_b^r}{S_b} = \frac{(69/14)^2}{50} = 95/6 \Omega$$

$$L_r : \frac{4/78}{95/6} = 0.05 \text{ pu}$$

$$L_r : \frac{9/56}{95/6} = 0.1 \text{ pu}$$

اگر مدار معادل هر یک از بارها را امپدانسی معادل  $R + jX$  در نظر بگیریم داریم:

$$D_r : S = \frac{P}{\cos \Phi} = \frac{40}{0.8} = 50 \text{ MVA}$$

$$|Z| = \frac{V_b^r}{S} = \frac{(66)^2}{50} = 87/12 \Omega$$

$$Z_b = \frac{V_b^r}{S_b} = \frac{(69/14)^2}{50} = 95/6 \Omega$$

و لیازهای بینا در قسمت های مختلف سیستم روی دیاگرام تک خطی شکل (۵-۳۴) در داخل پرانتزها نشان داده شده اند. حال راکتانس های قسمت های مختلف سیستم را در مبنای انتخاب شده بدست می آوریم:

$$G : X'' = 0.1 \times \frac{100}{125} \times \left( \frac{21}{20} \right)^2 = 0.1764 \text{ pu}$$

$$M : X'' = 0.1 \times \left( \frac{13/8}{13/2} \right)^2 = 0.2186 \text{ pu}$$

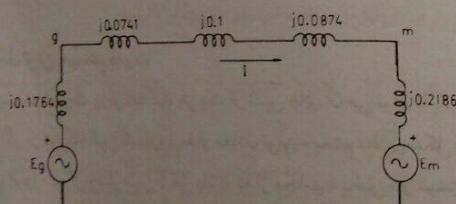
$$T_1 : X'' = 0.1 \times \frac{100}{125} = 0.0741 \text{ pu}$$

$$T_2 : X = 0.1 \times \left( \frac{13/8}{13/2} \right)^2 = 0.0874 \text{ pu}$$

$$L : Z_b = \frac{132}{100} = 1.32 \Omega$$

$$X = \frac{17/4}{1.32} = 0.13 \text{ pu}$$

باتوجه به مقادیر بدست آمده دیاگرام امپدانس در شکل (۵-۳۵) رسم شده است.



شکل ۵-۳۵ دیاگرام امپدانس مریبوط به دیاگرام تک خطی شکل (۵-۳۴)

ثانیاً - با توجه به مشخصات داده شده برای موتور سنکرون داریم:

$$V_m = \frac{13/8}{13/2} = 1.045 \text{ pu}$$

۱۶۹

موتور سنکرون M :  $\frac{13/8}{13/8} \text{ KV} = 100 \text{ MVA}$  و  $\frac{13/8}{13/8} = 1.0$

ترانسفورماتور  $T_1$  از سه ترانسفورماتور یک فاز با مشخصات زیر تشکیل شده است:

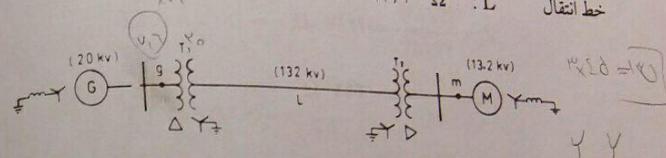
$$X = \frac{13}{10} \times 45 \text{ MVA} = 58.5 \text{ MVA}$$

$$X = \frac{13}{10} \times 76.2 \text{ KV} = 9.9 \text{ KV}$$

$$X = \frac{13}{10} \times 100 \text{ MVA} = 13 \text{ MVA}$$

$$X = \frac{13}{10} \times 1.0 \Omega = 1.3 \Omega$$

خط انتقال



شکل ۵-۳۴ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت مریبوط به مثال (۵-۶)

اولاً - دیاگرام امپدانس این سیستم را در قدرت مبنای ۱۰۰ MVA رسم کنید. ولتاژ مبنای در خط انتقال را ۱۳۲ KV در نظر بگیرید.

ثانیاً - اگر موتور سنکرون در ضرب قدرت یک و ولتاژ ۱۳۲ KV قدرت ۸۰ MW جذب نماید و ولتاژ ترمیانها و قدرت خروجی ژنراتور را محاسبه کند.

حل: اولاً - نسبت ولتاژها در ترانسفورماتور  $T_1$  برابر است با:

$$\frac{132}{132} / \frac{20}{20} = \frac{132}{20} \text{ KV}$$

و قدرت این ترانسفورماتور  $132 \times 45 = 135 \text{ MVA}$  می باشد.

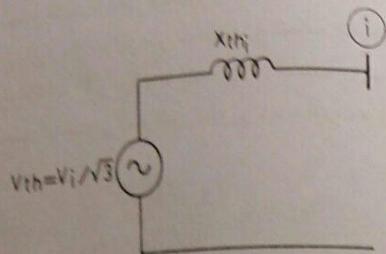
چون ولتاژ مبنای در خط انتقال ۱۳۲ KV انتخاب شده است و نسبت تبدیل ترانسفورماتور  $T_1$  برابر  $132/20 \text{ KV}$  است ولتاژ مبنای در مدار ژنراتور  $20 \text{ KV}$  خواهد بود. ولتاژ مبنای در مدار موتور نیز بترتیب زیر محاسبه می شود:

$$132 \times \frac{13/8}{132} = 13/2 \text{ KV}$$

۱۶۸

در این رابطه  $S_{sh}$  جریان اتصال کوتاه متنقارن سیستم در شین ۱ می باشد. رابطه بین جریان اتصال کوتاه و قدرت اتصال کوتاه شین ۱ به صورت زیر نوشته می شود:

$$S_{sh} = \sqrt{3}V_i I_{sh} \quad (5-70)$$

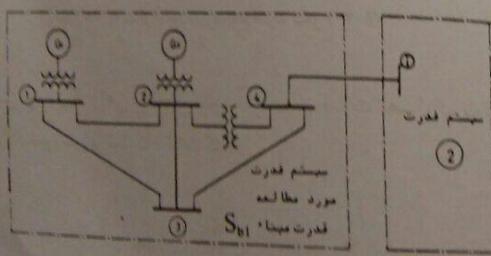


شکل ۵-۳۶ مدار معادل تونن سیستم قدرت از دیدگاه شین ۱

با جایگزینی  $I_{sh}$  در رابطه (۵-۶۹) داریم:

$$X_{sh} = \frac{V_i / \sqrt{3}}{S_{sh} / \sqrt{3}V_i} = \frac{V_i}{S_{sh}} \quad \Omega \quad (5-71)$$

در اینجا  $V_i$  ولتاژ خطی شین ۱ بر حسب  $S_{sh}$  و قدرت اتصال کوتاه این شین بر حسب  $MVA$  می باشد. اگر  $V_i$  و  $S_{sh}$  بر حسب pu در این رابطه قرار داده شوند مقدار  $X_{sh}$  نیز بر حسب pu در مبنای انتخاب شده سیستم بدست می آید.



شکل ۵-۳۷ اتصال دو سیستم قدرت

۱۷۱

۱۷۰

$$P_m = \frac{\lambda}{\lambda_m} = \cdot / \lambda \quad pu$$

$$P_m = V_m I \cos \Phi$$

$$|I| = \frac{\cdot / \lambda}{1.045 \times 1} = \cdot / 1.045 \quad pu$$

$$I = \cdot / 1.045 \angle 0^\circ \quad pu$$

ولتاژ ترمینالهای زنر اتور به این ترتیب محاسبه می شود:

$$V_g = V_m + j(\cdot / 0.741 + \cdot / 1 + \cdot / 0.874)I$$

$$= \cdot / 1.045 + j / 2615 \times \cdot / 1.045 = \cdot / 1.045 \angle 0^\circ \quad pu$$

$$|V_g| = \cdot / 1.045 \times 20 = 21/28 \quad KV$$

قدرتهای اکتیو و راکتیو تولید شده توسط زنر اتور پر ترتیب زیر بدست می آیند:

$$S_g = P_g + jQ_g = V_g I^* = \cdot / 1.045 \angle 0^\circ \times \cdot / 1.045 = \cdot / 1.045 \quad pu$$

$$P_g = \cdot / 1.045 \quad pu = \cdot / 1.045 \times 100 = 100 \quad MW$$

$$Q_g = \cdot / 1.045 \quad pu = \cdot / 1.045 \times 100 = 100/3 \quad Mvar$$

#### ۵-۱۶ مدار معادل تونن سیستم قدرت

یک سیستم قدرت را از دیدگاه هر یک از شین های آن می توان با یک مدار معادل تونن نشان داد. اگر از دیدگاه شین شماره ۱ مدار معادل تونن سیستم مطابق شکل (۵-۳۶) رسم شده باشد در این صورت  $V_i$  ولتاژ شین ۱ می باشد که از محاسبه پخش بار سیستم بدست آمده است (نحوه محاسبات در فصل هفتم مورد مطالعه قرار خواهد گرفت) و  $X_{sh}$  از رابطه زیر تعیین می شود:

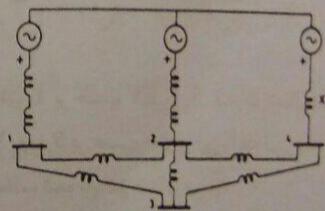
$$X_{sh} = \frac{V_i / \sqrt{3}}{I_{sh}} \quad (5-69)$$

شکل (۵-۳۷) سیستم قدرتی را نشان می دهد که در محل شین ۴ به یکی از شین های پک سیستم قدرت دیگر (شین شماره ۱) متصل شده است. سیستم قدرت مورد مطالعه را سیستم ۱ و سیستم قدرت دیگر را سیستم ۲ نامگذاری می کنیم.

برای اینکه تأثیر سیستم قدرت ۲ در مطالعه سیستم قدرت ۱ در نظر گرفته شود و دیگر امپدانس سیستم قدرت ۱ کامل گردد می توان بجای سیستم قدرت ۲ مدار معادل توان آن از دیدگاه شین ۱ را قرار داد. در این صورت باید نتایج محاسبات پخش بار و اتصال کوتاه سیستم ۲ در دسترس باشد تا  $V_{b1}$  و  $S_{sc_1}$  و در نتیجه  $X_{th}$  را بدست آوریم. مقدار  $X_{th}$  در ولتاژ و قدرت مبنای سیستم ۲ بدست می آید و طبق رابطه زیر باید به قدرت مبنای ولتاژ مبنای سیستم مطالعه تبدیل شود:

$$X_{th} = X_{th_1} \left( \frac{S_{b1}}{S_{b1}} \right) \left( \frac{V_{b1}}{V_{b1}} \right)^2 \quad (5-72)$$

در اینجا  $S_{b1}$  و  $V_{b1}$  قدرت مبنای ولتاژ مبنای در سیستم مورد مطالعه و  $S_{sc_2}$  و  $V_{b2}$  قدرت مبنای ولتاژ شین ۲ می باشند. شکل (۵-۳۸) دیگر امپدانس سیستم مورد مطالعه را نشان می دهد.



شکل ۵-۳۸ دیگر امپدانس سیستم قدرت شکل (۵-۳۷)

امپدانس توان  $X_{th}$  را می توان مستقیماً بر حسب قدرت اتصال کوتاه (MVA) و ولتاژ شین ۱ (KV) بصورت زیر نوشت (ابات کنید):

$$X_{th} = \left( \frac{V_b}{V_{b1}} \right)^2 \left( \frac{S_{b1}}{S_{sc_1}} \right) \text{ pu} \quad (5-73)$$

نیازیاً - قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتور را برحسب pu و آپر بدست آورید.  
مذکور Mvar و MW را برحسب pu محسوب کنید.

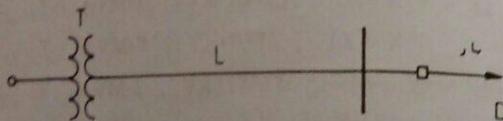
۵-۴ دیاگرام امبدانس سیستم قدرت شکل (۵-۴۰) را رسم نموده و مقادیر امبدانس ها را بر حسب pu روی آن مشخص نمایید. در این دیاگرام مدار معادل بار انتهای خط را بصورت امبدانس  $R + jX$  نشان دهد. ولتاژ مبنای در محل بار را  $12/2KV$  و قدرت مبنای را  $10MVA$  در نظر بگیرید. اگر در هر دو حالت بی باری و بار داری کامل این سیستم، ولتاژ طرف فشار قوی ترانسفورماتور در مقدار  $122KV$  ثابت نگهداشته شود، در صد تنظیم ولتاژ خط انتقال  $\times 100 \times \frac{V_{r_0} - V_r}{V_r}$  را محاسبه کنید. مشخصات عناصر سیستم به شرح زیر می باشد:

$$\text{ترانسفورماتور: } Z = 0.01 + j0.1 pu, \quad 122/12/2KV$$

$$Z = 0.52 + j2.61 \Omega$$

$$\begin{aligned} \text{خط انتقال:} \\ \cos\Phi = 0.85, \quad 12/2KV, \quad 8MW \end{aligned}$$

$$\text{بار:}$$



شکل ۵-۴۰ مریوط به مساله (۵-۴)

۵-۵ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت در شکل (۵-۴۱) نمایش داده شده است. دیاگرام امبدانس این سیستم را در قدرت مبنای  $50MVA$  رسم کنید. ولتاژ مبنای در مدار ژنراتور  $12/2KV$  انتخاب شود. مشخصات این سیستم بشرح زیر می باشد:

$$\text{ژنراتور: } X'' = 20, \quad 12/2KV, \quad 30MVA \quad : G$$

$$\text{ژنراتور: } X'' = 20, \quad 21KV, \quad 20MVA \quad : G$$

$$\text{ترانسفورماتور: } T = 10, \quad 22/12/2KV, \quad 25MVA \quad : T$$

ترانسفورماتور  $T$  از سه ترانسفورماتور یکفاز با مشخصات زیر تشکیل شده است:

$$X = 10, \quad 127/22KV, \quad 8MVA$$

$$\text{هر یک از خطوط انتقال: } X = 52/9 \Omega$$

## همه‌ها اصل فصل پنجم

۱-۵ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت در شکل (۵-۳۹) نشان داده شده است. دیاگرام امبدانس این سیستم را رسم کنید و مقادیر راکتانس ها را بر حسب pu مشخص نمایید. قدرت مبنای  $30MVA$  و ولتاژ مبنای در مدار ژنراتور را  $12/8KV$  در نظر بگیرید.

مشخصات عناصر سیستم بقرار زیر است:

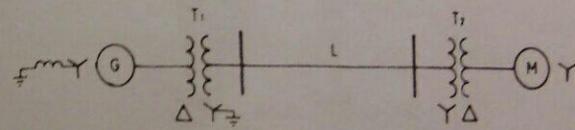
$$\text{ژنراتور: } X_s = 1 pu, \quad 12/8KV, \quad 30MVA \quad : G$$

$$\text{موتور: } X_m = 0.8 pu, \quad 12/8KV, \quad 25MVA \quad : M$$

$$X = 10, \quad 122/12/2KV, \quad 25MVA \quad : T$$

$$X = 8, \quad 128/12/8KV, \quad 20MVA \quad : T$$

$$\text{خط انتقال: } L = 12/7 + j23/48 \Omega$$



شکل ۵-۳۹ دیاگرام تک خطی سیستم قدرت مریوط به مساله (۵-۳)

۵-۶ اگر در مساله (۵-۱) موتور سنکرون قدرت  $18MW$  در ولتاژ نامی ( $12/8KV$ ) و ضرب قدرت  $0.9$  پیش فاز جذب کند، جریانهای موتور و خط انتقال و ژنراتور را برحسب pu و آپر محاسبه کنید. همچنین ولتاژ ترمینالهای خروجی ژنراتور و ولتاژ ابتدای خط انتقال را بر حسب pu و KV بدست آورید.

۵-۷ چنانچه در مساله (۵-۱) بجائی موتور سنکرون بار امبدانسی با مشخصات  $20MVA$ ،  $12/2KV$  و  $\cos\Phi = 0.8$  پس فاز قرار گرفته باشد:

اولاً - دیاگرام امبدانس سیستم را بر حسب امبدانس های pu رسم نمایید و به ازاء بار

۵-۸ پیش فاز و ولتاژ  $13/2\text{KV}$  جذب نماید:  
او لام و ولتاژ شین های ۱ و ۲ و ۳ را محاسبه کنید (با توجه به تقارن شکل فرض کنید که  
جریان دو زنر اتور باهم مساوی است).  
ثابت آن - ولتاژ ترمینالهای زنر اتور های ۱ و ۲ را بدست آورید.

۵-۸ در مساله (۵-۶) چنانچه زنر اتور ۱ قطع شود موتور سنکرون قدرت  $15\text{MW}$  را در  
ضریب قدرت  $1/85$  پیش فاز و ولتاژ  $13/2\text{KV}$  جذب می کند. ولتاژ شین های ۱ و ۲ و ۳ و  
ولتاژ ترمینالهای زنر اتور ۲ را محاسبه کنید.

۵-۹ سیستم قدرت نشان داده شده در شکل (۵-۴۳) از سمت چپ به یک شین بی نهایت با  
ولتاژ  $40\text{kV}$  متصل است. طرف سوم ترانسفورماتور سه سیم پیچه  $T_1$  نیز به راکتوری با  
قدرت  $Q = 50 \text{ MVA}$  و ولتاژ  $20\text{kV}$  وصل شده است. ترانسفورماتور  $T_1$  دارای مشخصات  
ترانسفورماتور عبارتند از:

$$X_{ps} = 160 \Omega, \quad X_{pt} = 128 \Omega, \quad X_{st} = 31/7 \Omega$$

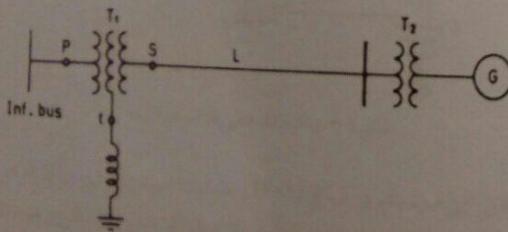
مشخصات بقیه عناصر سیستم بشرح زیر است:

$$\text{زنر اتور } X'' = 7.20, 21\text{kV}, 15\text{MVA} : G$$

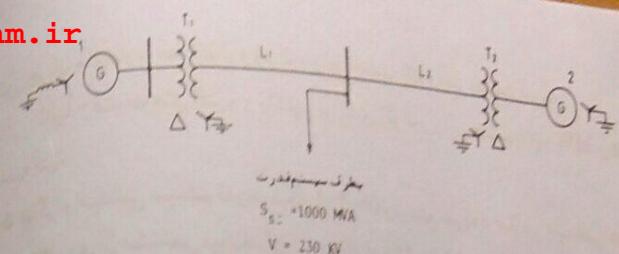
$$\text{ترانسفورماتور } T_1 : X = 7.10, 13/20\text{kV}, 15\text{MVA} : T_1$$

$$X = 26/4 \Omega : L \quad \text{خط انتقال}$$

دباغرام امپدانس این سیستم را رسم نموده و مقادیر راکتانس ها را بر حسب pu نشان دهد.  
قدرت مبتدا  $100 \text{ MVA}$  و ولتاژ مبتدا در خطوط انتقال را  $230\text{kV}$  انتخاب کنید.



شکل ۵-۲۲ مربوط به مساله (۵-۹)



شکل ۵-۴۱ ۵-دباغرام نک خطی سیستم قدرت مربوط به مساله (۵-۶)

۵-۶ دباغرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۵-۶) را رسم نموده و مقادیر راکتانس ها را بر حسب pu روی آن مشخص نماید. قدرت مبتدا  $100 \text{ MVA}$  و ولتاژ مبتدا در خطوط انتقال  $13/2\text{kV}$  در نظر بگیرید. مشخصات عناصر سیستم برقرار زیر است:

$$\text{زنر اتور } X'' = 7.15, 18\text{kV}, 20\text{MVA} : G$$

$$\text{زنر اتور } X'' = 7.15, 18\text{kV}, 20\text{MVA} : T_1$$

$$\text{موتور } X'' = 7.20, 13/2\text{kV}, 5\text{MVA} : M$$

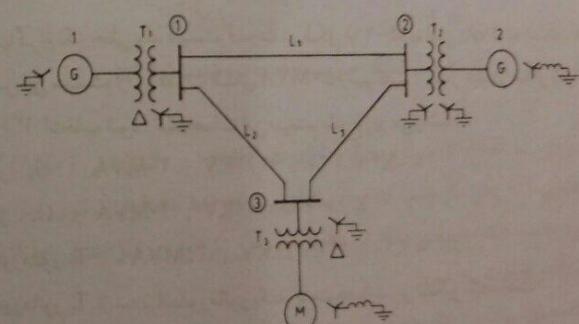
$$\text{ترانسفورماتور } T_1 : X = 7.10, 13/20\text{kV}, 20\text{MVA} : T_1$$

$$\text{ترانسفورماتور } T_2 : X = 7.10, 13/20\text{kV}, 20\text{MVA} : T_2$$

$$\text{ترانسفورماتور } T_2 : X = 7.10, 13/20\text{kV}, 20\text{MVA} : T_2$$

$$\text{خط انتقال } X = 24/8\Omega : L$$

$$\text{هر یک از خطوط } X = 17/4\Omega : L_1, L_2$$



شکل ۵-۴۲ مربوط به مساله (۵-۶)

۵-۷ اگر موتور سنکرون مساله (۵-۶) در شرایط بار داری قدرت  $30\text{MW}$  در ضریب قدرت

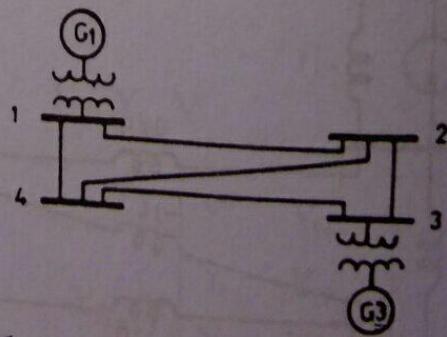
# فصل ششم

## ماتریس های ادمیتانس و امپدانس شبکه

امروزه یک سیستم قدرت شامل تعداد زیادی از ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و شینها می‌باشد و لذا استفاده از کامپیوتر در محاسبات مختلف سیستم‌ها امری اجتناب ناپذیر است. برای تهیه برنامه‌های کامپیوتری باید معادلات شبکه با توجه به عملکرد عناصر سیستم و مدار معادل آنها بررسی و آماده گردد. در این فصل ماتریس‌های اصلی ادمیتانس و امپدانس شبکه که نشان دهنده نقش امپدانس‌های عناصر سیستم است معرفی شده و بعضی از کاربردهای آنها مورد بحث قرار می‌گیرد. در فصول بعدی از این ماتریس‌ها در تشکیل معادلات مورد نیاز برای محاسبات مختلف سیستم استفاده خواهد شد.

### ۱-۶ ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شبکه

شکل (۱-۶) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت با چهار شین را نشان می‌دهد. ژنراتورهای  $G_1$  و  $G_2$  از طریق ترانسفورماتورهای افزاینده به شین‌های ۱ و ۳ متصل هستند.



شکل ۱-۶ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

دیاگرام امپدانس این سیستم در شکل (۲-۶) رسم شده است. در این دیاگرام هر ژنراتور با نیروی محرکه و راکتانس سری، هر ترانسفورماتور با راکتانس پراکنده و هر خط انتقال با راکتانس سری آن مشخص شده است. همه مقادیر راکتانس‌ها در این شکل بر حسب pu

هستند. ولتاًز مبنای سیستم ۱۰۰ MVA و قدرت منبای سیستم ۱۳۲KV روزانه معمول در محاسبات سیستم های قدرت روش تحلیل نقطه<sup>۱</sup> می باشد.

$$I_1 = V_1(-j^1) + (V_i - V_r)(-j\Delta) + (V_i - V_r)(-j^4)$$

$$= (V_r - V_i)(-j\Delta) + (V_r - V_r)(-j\Delta) + (V_r - V_r)(-j^4)$$

$$I_r = V_r(-j^1) + (V_r - V_r)(-j\Delta) + (V_r - V_r)(-j^4)$$

این معادلات را مرتب کرده و بصورت ماتریس می نویسیم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ I_r \\ 0 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -16 & 5 & 0 & 10 \\ 5 & -17 & 8 & 4 \\ 0 & 8 & -19 & 10 \\ 10 & 4 & 10 & -24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

این معادله را در حالت کلی می توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad (6-2)$$

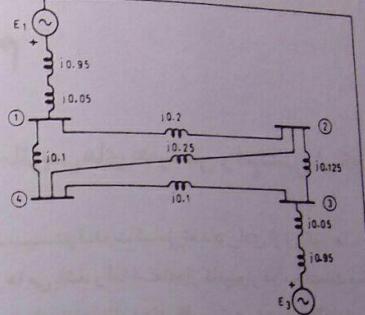
و یامی توان نوشت:

$$I = Y_{bus} V \quad (6-3)$$

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}$$

در اینجا  $I$  بردار جریانهای تزریق شده به شین ها است که آنرا بردار جریان شین می نامیم.  $V$  بردار ولتاژ شین می باشد. ماتریس  $Y_{bus}$  که ارتباط بردار جریان شین و بردار ولتاژ شین را نشان

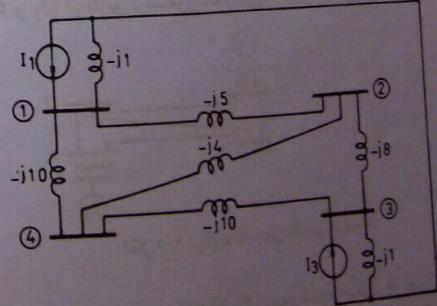
نمایش می دهد.



شکل ۶-۶ دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۶-۱)

در شکل (۶-۲) می توان مدار معادل شامل نیروی محرکه ژتراتور و امپدانس سری با آن را با یک منبع جریان و ادمیتانس موازی با آن جایگزین نمود. شکل (۶-۳) دیاگرام امپدانس مذکور را با این جایگزینی نشان می دهد. در این شکل عناصر سیستم با مقادیر ادمیتانس بر حسب pu مشخص شده اند. جریانهای  $I_1$  و  $I_2$  از روابط زیر بدست می آیند:

$$I_1 = \frac{E_1}{j(0.95 + 0.05)} \quad \text{و} \quad I_2 = \frac{E_2}{j(0.95 + 0.1)}$$



شکل ۶-۳ دیاگرام امپدانس برای سیستم قدرت شکل (۶-۱) بر حسب مقادیر ادمیتانس

#### 1. Node Analysis

حل: این شیوه های  $Z_{bus}$  را تشکیل می دهیم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -16 & 5 & 0 & 10 \\ 5 & -17 & 8 & 4 \\ 0 & 8 & -19 & 10 \\ 10 & 4 & 10 & -24 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = j \begin{bmatrix} 0.1529 & 0.1494 & 0.1471 & 0.1499 \\ 0.1494 & 0.1563 & 0.1505 & 0.1510 \\ 0.1471 & 0.1505 & 0.1529 & 0.1501 \\ 0.1499 & 0.1510 & 0.1501 & 0.1543 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

بانعین مقادیر  $I_1$  و  $I_2$  ولتاژ شین ها را بترتیب زیر محاسبه می کنیم:

$$I_1 = \frac{E_1}{j} = \frac{1/25/0^\circ}{j} = -j1/25 \text{ pu}$$

$$I_2 = \frac{E_2}{j} = \frac{1/-3^\circ}{j} = -0.5 - j0.866 \text{ pu}$$

$$I_r = I_t = 0$$

$$V = Z_{bus} I$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_t \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0.1529 & 0.1494 & 0.1471 & 0.1499 \\ 0.1494 & 0.1563 & 0.1505 & 0.1510 \\ 0.1471 & 0.1505 & 0.1529 & 0.1501 \\ 0.1499 & 0.1510 & 0.1501 & 0.1543 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j1/25 \\ 0 \\ -0.5 - j0.866 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = 1/0.96/-12/4^\circ \text{ pu}$$

$$V_r = 1/0.85/-13/5^\circ \text{ pu}$$

$$V_r = 1/0.8/-14/2^\circ \text{ pu}$$

$$V_t = 1/0.87/-13/3^\circ \text{ pu}$$

می دهد به ماتریس ادمیتانس شین<sup>۱</sup> موسوم است. با کمی دقت ملاحظه می شود که در یک سیستم قدرت که دارای  $n$  شین می باشد عناصر ماتریس  $Y_{bus}$  بصورت زیر قابل محاسبه هستند:

$Y_{ii}$  = جمع مقادیر ادمیتانس های عناصری که مستقیماً به شین  $i$  متصل هستند.  
 $Y_{ij}$  = جمع مقادیر ادمیتانس های عناصری که مستقیماً بین دو شین  $i$  و  $j$  قرار دارند در علامت منفی.

هر یک از عناصر  $Y_{ii}$  به سلف ادمیتانس<sup>2</sup> و هر یک از عناصر  $Y_{ij}$  به ادمیتانس متقابله<sup>3</sup> معروف هستند. همانطوری که در رابطه (۶-۶) دیده می شود ماتریس  $Y_{bus}$  نسبت به قطر اصلی خود متقابله می باشد.

رابطه (۶-۳) را می توان بصورت زیر نیز بیان نمود:

$$V = Y_{bus}^{-1} I$$

$$V = Z_{bus} I$$

در این رابطه داریم:

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$$

(۶-۴)

(۶-۵)

رابطه (۶-۳) بردار جریان شین را بر حسب بردار ولتاژ شین و رابطه (۶-۴) بردار ولتاژ شین را بر حسب بردار جریان شین نشان می دهد. ماتریس  $Z_{bus}$  را که از معکوس نمودن ماتریس  $Y_{bus}$  بدست می آید ماتریس امپدانس شین<sup>4</sup> می نامیم. از آنجاییکه ماتریس  $Y_{bus}$  متقابله است، ماتریس  $Z_{bus}$  نیز نسبت به قطر اصلی خود متقابله خواهد بود.

مثال ۶-۱ در شکل (۶-۲) ماتریس های  $Y_{bus}$  و  $Z_{bus}$  را بدست آورید و چنانچه باشد ولتاژ شین ها را محاسبه کنید.

1. Bus Admittance Matrix

2. Self - Admittance

3. Mutual - Admittance

4. Bus Impedance Matrix

همانطوریکه در فصل پنجم دیدیم یک سیستم قدرت را از دیدگاه یک شین می‌توان با مدار معادل تونن نشان داد. در اینصورت برای بدست آوردن امپدانس تونن به ولتاژ و قدرن اتصال کوتاه شین مذکور نیاز داشتیم. در اینجا یکی از موارد کاربرد ماتریس  $Z_{bus}$  را که تعیین امپدانس تونن سیستم از دیدگاه یک شین می‌باشد مورد بررسی قرار می‌دهیم. معادله بردار ولتاژ شین بر حسب بردار جریان شین را برای یک سیستم قدرت با چهار شین بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_t \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_t \\ I_s \end{bmatrix} \quad (6-6)$$

از این رابطه یکی از ولتاژها مثلاً  $V_r$  را می‌توان به این ترتیب نوشت:

$$V_r = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_r + Z_{23}I_t + Z_{24}I_s$$

از اینجا  $Z_{22}$  را که یکی از عناصر قطر اصلی ماتریس  $Z_{bus}$  است بدست می‌آوریم:

$$Z_{22} = \frac{V_r}{I_r} \quad | I_1 = I_r = I_t = 0 \quad (6-7)$$

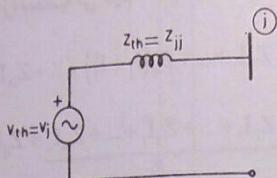
از طرف دیگر اگر بخواهیم امپدانس تونن از دیدگاه شین سیستم فوق الذکر را بدست آوریم باید منابع جریان متصله به نقاط ۱ و ۲ و ۴ را باز کرده و نسبت  $V_r$  به  $I_2$  را تعیین کنیم:

$$Z_{22} = \frac{V_r}{I_r} \quad | I_1 = I_r = I_t = 0 \quad (6-8)$$

مقایسه روابط (6-7) و (6-8) نشان می‌دهد که امپدانس تونن این سیستم از دیدگاه شین شماره ۳ برابر است با:

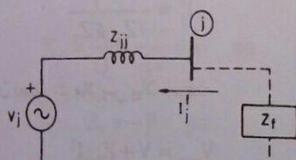
$$Z_{22} = Z_{rr} \quad (6-9)$$

مدار معادل تونن یک سیستم قدرت در حالت کلی از دیدگاه شین شماره ۳ در شکل (۶-۴) نشان داده شده است.



شکل ۶-۴ مدار معادل تونن سیستم قدرت از دیدگاه شین شماره ۳

برای ایجاد هر گونه ارتباطی بین شین  $j$  و نقطه صفر سیستم (مثلاً از طریق  $Z_j$ ) جریانی معادل  $I_j$  به شین  $j$  تزریق می‌گردد. این ارتباط ممکن است با اتصال خازن، راکتور، بار، ... و یا اتصال کوتاه متقاضان صوت گیرد. شکل (۶-۵) این ارتباط و جریان تزریقی  $I_j$  را نشان می‌دهد. تزریق این جریان باعث می‌شود که ولتاژ شین  $j$  و همچنین ولتاژ دیگر شین  $j$  می‌سیستم تغییر نماید.



شکل ۶-۵ اتصال امپدانس  $Z_j$  به شین شماره  $j$

برای تعیین مقادیر جدید ولتاژها باید دقت نمود که جریان تزریقی به شین  $j$  از مقدار  $I_j$  به  $I_j^f + I_j^t$  تغییر یافته است، لذا بدون اینکه  $Z_{bus}$  را تغییر دهیم تأثیر اتصال  $Z_j$  را فقط به صورت منبع جریان جدید  $I_j^f$  در بردار جریان شین وارد می‌کنیم. اگر ولتاژ شین شماره  $j$  پس از اتصال امپدانس  $Z_j$  با  $V_{jnew}$  نشان دهیم، داریم:

$$\begin{bmatrix} V_{1new} \\ V_{rnew} \\ V_{tnew} \\ V_{snew} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} \dots Z_{1j} \dots Z_{ij} \dots Z_{in} \\ \vdots \\ Z_{j1} \dots Z_{jj} \dots Z_{ij} \dots Z_{jn} \\ \vdots \\ Z_{n1} \dots Z_{nj} \dots Z_{nj} \dots Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_t \\ I_s \end{bmatrix}$$

از رابطه فوق ولتاژ  $V_{i_{new}}$  را محاسبه می کنیم:

$$V_{i_{new}} = Z_{ij}I_j + \dots + Z_{ij}(I_j + I'_j) + \dots + Z_{in}I_n$$

$$V_{i_{new}} = \underbrace{Z_{ij}I_j + \dots + Z_{ij}I_n}_{V_i} + Z_{ij}I'_j$$

$$V_{i_{new}} = V_i + Z_{ij}I'_j \quad (6-10)$$

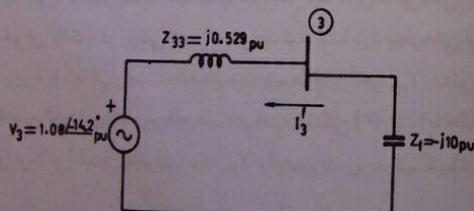
مثال ۶-۲ اگر در سیستم قدرت شکل (۶-۳) خازنی با قدرت  $10 \text{ Mvar}$  و ولتاژ  $132 \text{ KV}$  در محل شین ۳ نصب گردد جریان خازن و ولتاژ شین ها پس از نصب خازن را محاسبه کنید.

حل: چون ولتاژ خازن با ولتاژ مبنای سیستم در محل شین ۳ برابر است داریم:

$$X_c = \frac{S_b}{Q} = \frac{100}{10} = 10 \text{ pu}$$

$$Z_f = -j10 \text{ pu}$$

مدار معادل توانن سیستم از دیدگاه شین ۳ در شکل (۶-۶) رسم شده و خازن با امپدانس  $Z_f = -j10 \text{ pu}$  به آن وصل شده است.



شکل ۶-۶ نصب خازن در محل شین ۳ سیستم قدرت شکل (۶-۳)

$$I'_r = -\frac{V_r}{Z_{rr} + Z_f} = -\frac{1/0.8 \angle -14/30}{j(0.529 - 10)} = 0/114 \angle -104/30 \text{ pu}$$

این رابطه ولتاژ شین  $A$  پس از ایجاد جریان  $I'_j$  را بر حسب  $V_i$ ، ولتاژ اولیه شین  $A$  نشان می دهد. اگر ارتباط شین  $j$  با نقطه صفر سیستم از طریق امپدانس  $Z_f$  برقرار باشد  $I'_j$  به این صورت محاسبه می شود:

$$I'_j = -\frac{V_j}{Z_{jj} + Z_f} \quad (6-11)$$

رابطه (۶-۱۰) را می توان بصورت ماتریس بیان نمود:

$$V_{new} = V + Z_{bus}I' \quad (6-12)$$

در این رابطه  $V_{new}$  بردار ولتاژ شین پس از برقراری جریان  $I'$  و  $V$  بردار اولیه ولتاژ شین می باشد که بترتیب زیر تعریف می شوند:

$$V_{new} = \begin{bmatrix} V_{1_{new}} \\ V_{r_{new}} \\ \vdots \\ V_{i_{new}} \\ \vdots \\ V_{n_{new}} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (6-13)$$

همچنین  $I'$  بردار جریان تزریقی جدید به شین ها است. اگر در شین شماره  $j$  جریان تزریقی جدید برابر  $I'_j$  باشد بردار  $I'$  بصورت زیر تعریف می شود:

ولتاز شین های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ با توجه به رابطه (۶-۶) بدست می آیند:

$$V_{I_{bus}} = V_r + Z_{rr} I_r^f = 1/0.96 / -12/3^\circ + j/4.71 \times 0.114 / -1.4/2^\circ \\ = 1/1.49 / -12/5^\circ \text{ pu}$$

$$V_{r_{new}} = V_r + Z_{rr} I_r^f = 1/0.85 / -13/5^\circ + j/0.5 \times 0.114 / -1.4/2^\circ \\ = 1/1.43 / -13/5^\circ \text{ pu}$$

$$V_{I_{bus}} = V_r + Z_{rr} I_r^f = 1/0.8 / -14/2^\circ + j/5.29 \times 0.114 / -1.4/2^\circ \\ = 1/1.4 / -14/2^\circ \text{ pu}$$

$$V_{r_{new}} = V_r + Z_{rr} I_r^f = 1/0.87 / -13/3^\circ + j/0.1 \times 0.114 / -1.4/2^\circ \\ = 1/1.44 / -13/3^\circ \text{ pu}$$

### ۶-۳ حذف شین

در محاسبات سیستم های قدرت بزرگ به ماتریس های  $Y_{bus}$  با ابعاد بزرگ برخوردار می کنیم. با حذف تعدادی از شین های سیستم می توان ابعاد ماتریس  $Y_{bus}$  را کاهش داد و محاسبات سیستم را ساده تر نمود. باید دقت نمود که فقط شین هایی قابل حذف هستند که جریان آنها صفر می باشد. در روشنی که ارائه خواهد شد ابتدا باید سطرهایی از ماتریس  $Y_{bus}$  که شین های مربوط به آنها قرار است حذف شوند به سطرهای آخر  $Y_{bus}$  منتقل شوند. بعنوان مثال اگر بخواهیم ماتریس  $Y_{bus}$  مربوط به سیستم قدرت شکل (۶-۳) را با حذف شین های ۲ و ۴ به یک ماتریس  $2 \times 2$  تبدیل کنیم ابتدا باید  $Y_{bus}$  را بصورت زیر مرتب کنیم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ I_r \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -16 & 0 & 5 & 10 \\ 0 & -19 & 8 & 10 \\ 5 & 8 & -17 & 4 \\ 10 & 10 & 4 & -24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad (6-15)$$

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_r \\ Y_r & Y_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} \quad (6-16)$$

و  $V_b$  بردار جریان و بردار ولتاژ شین هایی هستند که قرار است باقی بمانند و  $I_b$  و  $V_b$  بردار جریان و بردار ولتاژ شین هایی هستند که قرار است حذف شوند. بدینهی است که هر یک از عناصر  $I_b$  برابر صفر است. با حل رابطه (۶-۱۶) داریم:

$$I_a = Y_1 V_a + Y_r V_b \quad (6-17)$$

$$I_b = Y_r V_a + Y_r V_b \quad (6-18)$$

را از رابطه (۶-۱۸) بدست آورده و در رابطه (۶-۱۷) جایگزین می کنیم:

$$V_b = -Y_r^{-1} Y_r V_a$$

$$I_a = Y_1 V_a - Y_r Y_r^{-1} Y_r V_a$$

$$I_a = (Y_1 - Y_r Y_r^{-1} Y_r) V_a \quad (6-19)$$

از طرف دیگر برای شین هایی که قرار است باقی بمانند رابطه بین بردار جریان شین  $A$  و بردار ولتاژ شین  $B$  عبارتست از:

$$I_a = Y_{bus_{new}} V_a \quad (6-20)$$

مقایسه روابط (۶-۱۹) و (۶-۲۰) نشان می دهد که ماتریس جدید اهمیتans شین از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Y_{bus_{new}} = Y_1 - Y_r Y_r^{-1} Y_r \quad (6-21)$$

از آنجاییکه  $Y_r = Y_r^T$  ، می توان نوشت:

$$Y_{bus_{new}} = Y_1 - Y_r Y_r^{-1} Y_r^T \quad (6-22)$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{1r} & \cdots & Y_{ij} & \cdots & Y_{in} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & \cdots & Y_{rj} & \cdots & Y_{rn} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{ir} & \cdots & Y_{ij} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{nr} & \cdots & Y_{nj} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}_{Y_r} \quad (6-23)$$

ماتریس  $Y_{bus}$  جدید به ابعاد  $(n-1) \times (n-1)$  برابر است با:

$$Y_{bus_{new}} = \begin{bmatrix} Y_{1_{new}} & \cdots & Y_{ij_{new}} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \\ Y_{i_{new}} & \cdots & Y_{ij_{new}} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{ij} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \\ Y_{ii} & \cdots & Y_{ij} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \end{bmatrix} - \frac{1}{Y_{nn}} \begin{bmatrix} Y_{in} \\ Y_{in} \\ \vdots \\ Y_{in} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{ni} & \cdots & Y_{nj} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \\ Y_{ni} & \cdots & Y_{nj} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \end{bmatrix}$$

عنصر ماتریس  $Y_{bus_{new}}$  در سطر  $i$  و ستون  $j$  می باشد که از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Y_{ij_{new}} = Y_{ij} - \frac{Y_{in} Y_{nj}}{Y_{nn}} \quad (6-24)$$

بنابراین  $Y_{ij_{new}}$  به ازاء تمام مقادیر  $i = 1, 2, \dots, n-1$  و  $j = 1, 2, \dots, n-1$  باید محاسبه شود تا  $Y_{bus_{new}}$  بدست آید.

مثال ۶-۴ در مثال (۶-۳) ابتدا شین ۴ و سپس شین ۲ را حذف کرده و ماتریس  $Y_{bus}$  با ابعاد  $2 \times 2$  را بدست آورید.

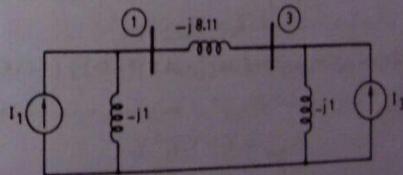
حل: ابتدا تقسیم بندی ماتریس  $Y_{bus}$  را نجام می دهیم. سپس با استفاده از رابطه (۶-۲۲) ماتریس  $Y_{bus_{new}}$  را محاسبه می کنیم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -16 & 0 & 5 & 10 \\ 0 & -19 & 8 & 10 \\ 5 & 8 & -17 & 4 \\ 10 & 10 & 4 & -24 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

$$Y_{bus_{new}} = j \left[ \begin{bmatrix} -16 & 0 \\ 0 & -19 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 8 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -17 & 4 \\ 4 & -24 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 10 \end{bmatrix} \right]$$

$$Y_{bus_{new}} = j \begin{bmatrix} -9/11 & 8/11 \\ 8/11 & -9/11 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

با توجه به این ماتریس، سیستم قدرت با دو شین ۱ و ۳ بصورت شکل (۶-۷) معادل سازی می شود:



شکل ۶-۷ مدار معادل سیستم قدرت شکل (۶-۳) با حذف شین های ۲ و ۴

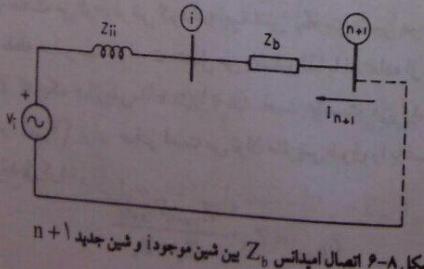
در روش فوق الذکر باید ماتریس  $Y$  معکوس گردد. برای اجتناب از معکوس کردن چنین ماتریسی می توان شین های سیستم را یک به یک حذف نمود. برای حذف یک شین، ابتدا

امپدانس  $Z_{bus}$  از شین ها و یا بین شین ها ماتریس امپدانس شین  $Z_{bus}$  تغییر می کند. برای نهنجان  $Z_{bus}$  جدید می توان ماتریس  $Y_{bus}$  را تشکیل داد و با معکوس نمودن آن  $Z_{bus}$  را بدست آورده، لیکن برای اجتناب از معکوس کردن ماتریس های بزرگ، ماتریس امپدانس شین را مستقیماً با تغییرات لازم ترمیم می کنیم. در اینجا حالت های مختلف ترمیم  $Z_{bus}$  برای تغییر در امپدانس سیستم را مورد بررسی قرار می دهیم. توانائی در ترمیم ماتریس امپدانس شین  $Z_{bus}$  موجب می شود تا بتوانیم این ماتریس را به روش مستقیم نیز تشکیل دهیم برای ترمیم چهار حالت را در نظر می گیریم:

حالات اول: اضافه شدن امپدانس  $Z_b$  بین شین جدید و نقطه صفر  
در این حالت شین جدید به هیچیک از شین های موجود سیستم اتصال ندارد. تعداد شین های  $n+1$  به  $n+1$  افزایش یافته است، ولذا ماتریس امپدانس شین دارای ابعاد  $(n+1) \times (n+1)$  خواهد بود. اگر لنتاز شین جدید را با  $V_{n+1}$  و جریان تزریق شده به آنرا با  $I_{n+1}$  نشان دهیم داریم:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ V_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & \circ & I_1 \\ & Z_{bus} & & & \circ & I_2 \\ & & & & \vdots & \vdots \\ & & & & \circ & I_n \\ \hline & \circ & \circ & \cdots & \circ & Z_b \quad I_{n+1} \end{bmatrix} \quad (6-25)$$

حالات دوم: اضافه شدن امپدانس  $Z_b$  بین شین جدید و شین موجود شماره  $n+1$   
در این حالت چون شین جدید به شین موجود متصل شده است، مدار معادل توئن



شکل ۶-۸ اتصال امپدانس  $Z_b$  بین شین موجود و شین جدید

۱۹۳

حل: ماتریس  $Y_{bus}$  در رابطه  $(6-6)$  را در نظر می گیریم و براساس حذف شین ۴ عناصر رابه ازاء  $Y_{ij_{new}}$  را بدست می آوریم:

$$Y_{11_{new}} = Y_{11} - \frac{Y_{14}Y_{41}}{Y_{44}} = j \left[ -16 - \frac{10 \times 10}{-24} \right] = -j11/83 \quad pu$$

$$Y_{22_{new}} = Y_{22} - \frac{Y_{12}Y_{21}}{Y_{44}} = j \left[ -19 - \frac{10 \times 10}{-24} \right] = -j14/83 \quad pu$$

$$Y_{12_{new}} = Y_{12} - \frac{Y_{14}Y_{21}}{Y_{44}} = j \left[ 8 - \frac{10 \times 10}{-24} \right] = -j9/67 \quad pu$$

بهمن ترتیب بقیه عناصر ماتریس را محاسبه می کنیم. ماتریس  $Y_{bus_{new}}$  با حذف شین ۴ بصورت زیر بدست می آید:

$$Y_{bus_{new}} = j \begin{bmatrix} -11/83 & 4/17 & 6/67 \\ 4/17 & -14/83 & 9/67 \\ 6/67 & 9/67 & -16/33 \end{bmatrix} \quad pu$$

برای حذف شین ۲ نیز باید عناصر  $Y_{ij_{new}}$  رابه ازاء  $j$  و محاسبه کرد:

$$Y_{11_{new}} = j \left[ -11/83 - \frac{6/67 \times 6/67}{-16/33} \right] = -j9/11 \quad pu$$

$$Y_{12_{new}} = j \left[ -14/83 - \frac{9/67 \times 9/67}{-16/33} \right] = -j9/11 \quad pu$$

$$Y_{12_{new}} = j \left[ 4/17 - \frac{6/67 \times 9/67}{-16/33} \right] = -j8/11 \quad pu$$

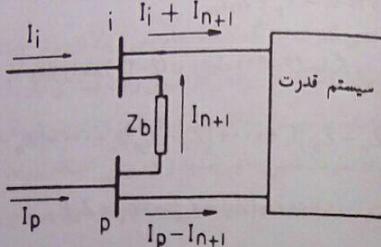
$$Y_{bus_{new}} = j \begin{bmatrix} -9/11 & 8/11 \\ 8/11 & -9/11 \end{bmatrix} \quad pu$$

۶-۴ ترمیم ماتریس امپدانس شین

در مطالعه یک سیستم قدرت، برای اضافه شدن شین جدید به سیستم و یا اضافه شدن

۱۹۴

حالت چهارم: اضافه شدن امپدانس  $Z_b$  بین دو شین موجود و  $n+1$  شکل (۶-۹) اتصال امپدانس  $Z_b$  بین دو شین موجود و  $n+1$  سیستم را نشان می‌دهد. همانطوریکه مشاهده می‌شود با عبور جریان  $I_{n+1}$  جریان تزریقی به شین  $n+1$  از مقدار  $I_i + I_{n+1}$  و جریان تزریقی به شین  $n$  از مقدار  $I_p - I_{n+1}$  تغییر می‌یابد.



شکل (۶-۹) اضافه شدن امپدانس  $Z_b$  بین دو شین موجود و  $n+1$

معادلات تعیین ولتاژ شین‌ها را می‌توان به ترتیب زیر نوشت:

$$\begin{aligned} V_i &= Z_{ii}I_i + \dots + Z_{ii}(I_i + I_{n+1}) + \dots + Z_{ip}(I_p - I_{n+1}) + \dots \\ &\vdots \\ V_i &= Z_{ii}I_i + \dots + Z_{ii}(I_i + I_{n+1}) + \dots + Z_{ip}(I_p - I_{n+1}) + \dots \\ &\vdots \\ V_p &= Z_{pi}I_i + \dots + Z_{pi}(I_i + I_{n+1}) + \dots + Z_{pp}(I_p - I_{n+1}) + \dots \\ &\vdots \end{aligned}$$

این معادلات را بصورت زیر مرتب می‌کیم:

$$\begin{aligned} V_i &= Z_{ii}I_i + \dots + Z_{ii}(I_i + I_{n+1}) + \dots + (Z_{ii} - Z_{ip})I_{n+1} \\ &\vdots \\ V_i &= Z_{ii}I_i + \dots + Z_{ii}I_i + \dots + Z_{ip}I_p + \dots + (Z_{ii} - Z_{ip})I_{n+1} \quad (6-30) \\ V_p &= Z_{pi}I_i + \dots + Z_{pi}I_i + \dots + Z_{pp}I_p + \dots + (Z_{pi} - Z_{pp})I_{n+1} \\ &\vdots \end{aligned}$$

سیستم را مطابق شکل (۶-۸) از دیدگاه شین  $n+1$  رسم می‌کنیم و امپدانس  $Z_b$  را بین شین جدید  $n+1$  و شین  $n$  متصل می‌کنیم.

اگر جریان تزریقی به شین جدید را با  $I_{n+1}$  و ولتاژ آنرا  $V_{n+1}$  نشان دهیم داریم:

$$V_{n+1} = V_i + (Z_{ii} + Z_b)I_{n+1} \quad (6-26)$$

ولتاژ شین شماره  $n$  قبل از اتصال امپدانس  $Z_b$  است و مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V_i = Z_{ii}I_i + Z_{ii}I_r + \dots + Z_{in}I_n$$

با جایگزینی این مقدار  $V_i$  در رابطه (۶-۲۶) خواهیم داشت:

$$V_{n+1} = Z_{ii}I_i + Z_{ii}I_r + \dots + Z_{in}I_n + (Z_{ii} + Z_b)I_{n+1} \quad (6-27)$$

به این ترتیب یک معادله به معادلات ولتاژ و جریان سیستم اضافه می‌شود و  $Z_{bus}$  برترتب زیر بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ \vdots \\ V_n \\ V_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{ii} & & & & Z_{ii} \\ Z_{ii} & Z_{ii} & & & Z_{ii} \\ & \ddots & \ddots & & \vdots \\ Z_{bus} & & & Z_{ii} & Z_{ii} \\ Z_{ii} & Z_{ir} & \cdots & Z_{in} & Z_{ii} + Z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_i \\ I_r \\ \vdots \\ I_n \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \quad (6-28)$$

حالات سوم: اضافه شدن امپدانس  $Z_b$  بین شین موجود و نقطه صفر

در این حالت می‌توان فرض کرد که امپدانس  $Z_b$  بین شین موجود و  $n+1$  که همان نقطه صفر سیستم است متصل می‌باشد، لذا با استفاده از رابطه (۶-۲۸) ابتدا ماتریس  $Z_{bus}$  که یک ماتریس  $(n+1) \times (n+1)$  است بدست می‌آید. سپس از آنچنانکه ولتاژ نقطه صفر ( $V_{n+1}$ ) برای صفر است می‌توان ماتریس فوق را با استفاده از رابطه زیر به ماتریس  $n \times n$  تبدیل کرد:

$$Z_{jk_{bus}} = Z_{jk} - \frac{Z_{j(n+1)}Z_{(n+1)k}}{Z_{ii} + Z_b} \quad (6-29)$$

$$I_{n+1} = \frac{V_p - V_i}{Z_b}$$

و یا:

$$= V_i - V_p + Z_b I_{n+1} \quad (6-31)$$

مقادیر  $V_i$  و  $V_p$  را از رابطه (6-30) در رابطه (6-31) جایگزین می کنیم:

$$= (Z_{ii} - Z_{pi}) I_i + \dots + (Z_{ii} - Z_{pp}) I_p \\ + \dots + (Z_{ii} + Z_{pp} - 2Z_{ip} + Z_b) I_{n+1} \quad (6-32)$$

با اضافه شدن این معادله به معادله اولیه  $V = Z_{bus} I$  رابطه بین ولتاژ شین ها و جریان شین ها بصورت زیر خواهد بود:

حل: ابتدا معادله ولتاژ و جریان را برای شین 1 می نویسیم:

$$V_i = jI_i$$

$$Z_{bus_i} = jI_i pu$$

اپداتس  $Z_b = j/2 pu$  را بین شین موجود 1 و شین جدید 2 در نظر گرفته و مطابق حالت

دوم ترمیم  $Z_{bus}$  داریم:

$$Z_{bus_1} = \begin{bmatrix} j & j \\ j & j/2 \end{bmatrix} pu$$

اپداتس  $Z_b = j/125 pu$  را بین شین موجود 2 و شین جدید 3 در نظر می گیریم.

در این صورت مطابق حالت دوم ترمیم  $Z_{bus}$  خواهیم داشت:

$$Z_{bus_2} = \left[ \begin{array}{cc|c} j & j & j \\ j & j/2 & j/2 \\ \hline j & j/2 & j/325 \end{array} \right] pu$$

197

199

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_p \\ \vdots \\ V_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{ii} - Z_{ip} & & & & & I_i \\ \vdots & & & & & \vdots \\ Z_{ii} - Z_{ip} & & & & & I_i \\ \vdots & & & & & \vdots \\ Z_{pi} - Z_{pp} & & & & & I_p \\ \vdots & & & & & \vdots \\ Z_{ii} - Z_{np} & & & & & I_n \\ \hline (Z_{ii} - Z_{pi}) \cdots (Z_{ip} - Z_{pp}) \cdots & Z_{n+1} & & & & I_{n+1} \end{bmatrix} Z_{bus_{n+1}} \quad (6-33)$$

در اینجا  $Z_{bus_{n+1}}$  طبق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Z_{n+1} = Z_{ii} + Z_{pp} - 2Z_{ip} + Z_b \quad (6-34)$$

چون  $V_{n+1} = 0$  است لذا می توان ماتریس  $Z_{bus_{n+1}}$  را با استفاده از رابطه زیر به ماتریس  $n \times n$

با توجه به اتصال امپدانس  $Z_b = j$  بین شین موجود ۳ و نقطه صفر سیستم و براساس  
حالت سوم ترمیم  $Z_{bus}$  می‌توان نوشت:

$$Z_{bus_3} = j \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1/2 & V_2 \\ 1 & V_2 & V_{225} \\ 1 & V_2 & V_{225} \end{bmatrix} pu$$

ماتریس  $4 \times 4$  فوق را به ماتریس  $3 \times 3$  تبدیل می‌کنیم. دو نمونه از محاسبه در زیر آمده  
است:

$$Z_{rr} = j \left[ 0.1581 - \frac{0.1484 \times 0.1484}{0.148} \right] = j \cdot 0.579 pu$$

$$Z_{1r} = j \left[ 0.143 + \frac{0.143 \times 0.143}{0.148} \right] = j \cdot 0.471 pu$$

$$Z_{2r} = j \left[ 0.1516 - \frac{0.143 \times 0.143}{0.148} \right] = j \cdot 0.5 pu$$

$$Z_{bus_1} = j \begin{bmatrix} 0.1529 & 0.1493 & 0.1471 & 0.5 \\ 0.1493 & 0.1579 & 0.1507 & 0.5 \\ 0.1471 & 0.1507 & 0.1529 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.55 \end{bmatrix} pu$$

حال با درنظر گرفتن امپدانس  $Z_b = j \cdot 0.25$  pu بین شین های ۲ و ۴ و با استفاده از  
محاسبات حالت چهارم ترمیم  $Z_{bus}$  می‌توان نوشت:

$$Z_{bus_4} = j \begin{bmatrix} 0.1529 & 0.1493 & 0.1471 & 0.5 & -0.1007 \\ 0.1493 & 0.1579 & 0.1507 & 0.5 & 0.079 \\ 0.1471 & 0.1507 & 0.1529 & 0.5 & 0.007 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.55 & -0.105 \\ -0.1007 & 0.079 & 0.007 & -0.105 & 0.379 \end{bmatrix} pu$$

حال امپدانس  $Z_b = j \cdot 1$  pu را بین شین موجود ۳ و شین جدید ۴ در نظر می‌گیریم. با  
توجه به حالت دوم ترمیم  $Z_{bus}$  خواهیم داشت:

$$Z_{bus_2} = j \begin{bmatrix} 0.157 & 0.1484 & 0.143 & 0.516 \\ 0.1484 & 0.1581 & 0.1516 & 0.516 \\ 0.143 & 0.1516 & 0.157 & 0.516 \\ 0.516 & 0.516 & 0.516 & 0.516 \end{bmatrix} pu$$

امپدانس  $Z_b = j \cdot 1$  pu بین دو شین موجود ۱ و ۴ متصل شده است، لذا براساس حالت  
چهارم ترمیم  $Z_{bus}$  داریم:

نیز [www.powerjam.ir](http://www.powerjam.ir) ماتریس  $Z_{bus}$  بدست می‌آید. سه مقدار ثابتی کترول شود ولذا می‌توانیم این شین‌ها را منابع ولتاژی با دامنه ثابت در نظر گرفته و راکتانس زنرatorها را در محاسبات مذکور نکنیم. در این حالت فقط امپدانس‌های بین شین‌ها تعیین کننده ماتریس  $Y_{bus}$  خواهد بود.

در شکل (۱۰-۶) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت دیده می‌شود. تعداد شین‌های این سیستم  $n = 6$  و تعداد خطوط آن  $l = 8$  می‌باشد. خطوط انتقال KV ۱۳۲ بوده و قادر مبنای سیستم MVA ۱۰۰ انتخاب شده است.

برای تشکیل ماتریس  $Y_{bus}$  این سیستم باید اطلاعات خطوط<sup>۱</sup> بطور کامل به کامپیوتر داده شود. برای هر خط انتقال باید اطلاعات زیر در دسترس باشد:

(۱) شماره خط انتقال<sup>۱</sup>

(۲) شماره دو شینی که خط انتقال بین آنها قرار دارد. شین مبداء را با SB و شماره شین انتهای را با EB نشان می‌دهیم.

(۳) طول خط بر حسب کیلومتر

(۴) مقاومت اهمی R و راکتانس سری خط X بر حسب اهم بر کیلومتر

(۵) اسپتانس خازنی B بر حسب  $\Omega/Km$

(۶) ولتاژ خط انتقال V

برای مثال، اطلاعات خطوط انتقال سیستم قدرت شکل (۱۰-۶) در جدول (۱۰-۶) داده شده است.

ابتدا با داشتن ولتاژ هر خط انتقال، امپدانس مبنای خط را بدست آورده و مقادیر داده شده R<sub>i</sub> و X<sub>i</sub> و B<sub>i</sub> را بر حسب pu بدست می‌آوریم. امپدانس مبنای برای خط شماره ۱ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Z_{b_i} = \frac{V_i^r}{S_b} = \frac{V_i^r}{100} \quad \Omega$$

در این رابطه V<sub>i</sub> بر حسب KV بوده و S<sub>b</sub> = 100 MVA می‌باشد. معنوان نمونه خطوط شماره ۱ و ۳ را در نظر گرفته و محاسبات زیر را انجام می‌دهیم. برای بقیه خطوط نیز بهمین ترتیب

1. Load Data

با تبدیل ماتریس فوق به ماتریس  $4 \times 4$  ماتریس نهایی  $Z_{bus}$  بدست می‌آید. سه مقدار ثابتی کترول  $Z_{bus}$  معنوان نمونه محاسبه شده اند:

ماتریس  $Z_{bus}$  با استفاده از کامپیوترا

$$Z_{22} = j \left[ 0.1529 - \frac{0.007 \times 0.1007}{0.1379} \right] = j0.1529$$

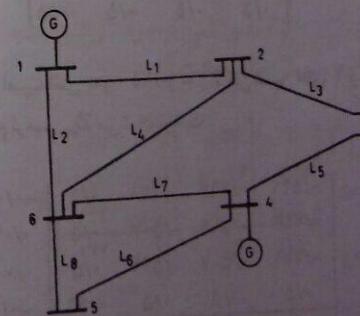
$$Z_{12} = j \left[ 0.1493 + \frac{0.007 \times 0.079}{0.1379} \right] = j0.1494$$

$$Z_{21} = j \left[ 0.15 + \frac{0.007 \times 0.105}{0.1379} \right] = j0.1501 \quad pu$$

$$Z_{bus} = j \begin{bmatrix} 0.1529 & 0.1494 & 0.1471 & 0.1499 \\ 0.1494 & 0.1563 & 0.1505 & 0.1510 \\ 0.1471 & 0.1505 & 0.1529 & 0.1501 \\ 0.1499 & 0.1510 & 0.1501 & 0.1543 \end{bmatrix} \quad pu$$

### ۹-۹ تشکیل $Y_{bus}$ با استفاده از کامپیوترا

نحوه تشکیل ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شین بستگی به نوع استفاده از آنها دارد. اگر بخواهیم ماتریس  $Y_{bus}$  را برای مطالعه پخش بار<sup>۱</sup> سیستم بدست آوریم، باید توجه



شکل ۱۰-۶ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

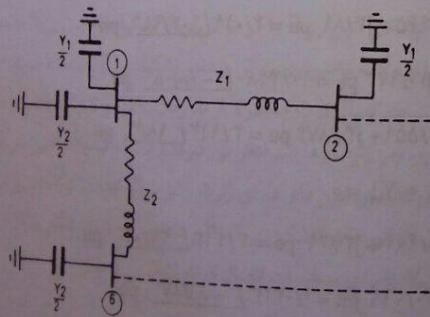
#### 1. Load Flow

عمل کرده و اطلاعات خطوط را بر حسب pu کامل می کنیم:

جدول ۱۶-۱ اطلاعات خطوط سیستم قدرت شکل (۹-۱۰)

شماره خط	شین مبدأ	شین انتهائی	طول Km	R Ω/Km	X Ω/Km	B Ω/Km
۱	۱	۲	۷۲	۰/۱۸۶	۰/۷۴۵	۴/۸×۱۰ <sup>-۹</sup>
۲	۱	۶	۵۶/۵	۰/۱۸۶	۰/۷۴۵	۱/۷۳×۱۰ <sup>-۹</sup>
۳	۲	۳	۸۰	۰/۰۷۸۴	۰/۵۵۱	۱/۵۸×۱۰ <sup>-۹</sup>
۴	۲	۶	۱۰۰	۰/۰۷۳۲	۰/۵۱۹	۶/۱۹×۱۰ <sup>-۹</sup>
۵	۳	۴	۵۰	۰/۰۷۶۷	۰/۵۳۶۷	۱/۷۲×۱۰ <sup>-۹</sup>
۶	۴	۵	۷۰	۰/۰۸۲۱	۰/۴۹۲۸	۱/۶۴×۱۰ <sup>-۹</sup>
۷	۴	۶	۴۰	۰/۰۷۴	۰/۴۴۴۳	۲/۸۷×۱۰ <sup>-۹</sup>
۸	۵	۶	۱۲۰	۰/۱۰۰۲	۰/۴۰۰۷	۲/۴۴×۱۰ <sup>-۹</sup>

برای مدلسازی خط انتقال از مدار اسمی  $\pi$  استفاده می کنیم ولذا هر خط انتقال با امپدانس  $Z_i$  بین دو شین مبدأ و انتهائی و ادمیتانس  $Y_i$  روی هر یک از این شین ها نشان داده می شود. در شکل (۱۱-۶) مدار معادل خطوط انتقال  $L_1$  و  $L_2$  که به شین ۱ اتصال دارند نشان داده شده است.



شکل ۱۱-۶ قسمتی از مدار معادل سیستم قدرت شکل (۹-۱۰) شامل خطوط  $L_1$  و  $L_2$

عناصر ماتریس  $Y_{bus}$  با توجه به مدار اسمی  $\pi$  خطوط انتقال بدست می آیند. یعنوان

$$Z_b = Z_{b_r} = \frac{V_r}{I_r} = \frac{(132)^r}{100} = 174/24 \Omega$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1 = \frac{(0/186 + j/745) \times 72}{174/24} = 0.77 + j/30 \text{ pu}$$

$$Y_1 = jB_1 = j4/8 \times 10^{-9} \times 72(174/24) = j/0.6 \text{ pu}$$

$$Z_r = R_r + jX_r = \frac{(0/0784 + j/551) \times 80}{174/24} = 0.36 + j/25.3 \text{ pu}$$

$$Y_r = jB_r = j7.84 \times 10^{-9} \times 80(174/24) = j/0.22 \text{ pu}$$

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_r} + \frac{1}{2} Y_1 + \frac{1}{2} Y_r$$

$$Y_{11} = -1/18 + j4/14 pu = 4/982 / 99/46^\circ pu$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -1/59 + j9/539 pu = 9/671 / 99/46^\circ pu$$

$$Y_{22} = 1/672 - j8/289 pu = 8/455 / -78/45^\circ pu$$

$$Y_{22} = Y_{12} = -1/853 + j3/41 pu = 3/515 / 104/40^\circ pu$$

$$Y_{12} = 3/871 - j2/82 pu = 2/452 / -79/40^\circ pu$$

شکل (۱۲-۶) فلوچارت تشکیل  $Y_{bus}$  را برای محاسبات پخش بار با توجه به مراحل انجام شده فوق نشان می‌دهد. همانطوریکه در این شکل دیده می‌شود ابتدا  $Y_{bus}$  را برابر صفر قرار می‌دهیم و سپس در هر بار با خواندن اطلاعات یک خط انتقال، ماتریس  $Y_{bus}$  را بشدیرج تشکیل می‌دهیم بطوریکه پس از خواندن اطلاعات آخرین خط و تأثیر دادن امپدانس آن ماتریس  $Y_{bus}$  بدست می‌آید.

ماتریس امپدانس شین  $Z_{bus}$  را می‌توان پس از تشکیل ماتریس  $Y_{bus}$  با معکوس کردن آن بدست آورد و یا از برنامه کامپیوتری روش مستقیم تشکیل  $Z_{bus}$  استفاده نمود. در محاسبات اتصال کوتاه معمولاً از مقاومت اهمی و کاباسیتانس خطوط انتقال و مقاومت اهمی آرمیچر زنراتورها صرفنظر می‌گردد و شبکه کاملاً سلفی در نظر گرفته می‌شود. از آنچنانکه ولتاژهای شین‌های دارای زنراتور نیز برای اتصال کوتاه تغییر می‌نمایند، لذا راکتانس گذراي زنراتورها در تشکیل  $Y_{bus}$  تأثیر داده می‌شوند. شکل (۱۳-۶) فلوچارت تشکیل ماتریس  $Y_{bus}$  را برای محاسبات اتصال کوتاه نشان می‌دهد.

۶-۷ تأثیر ترانسفورماتورهای متغیر در ماتریس  $Y_{bus}$  در فصول بعد خواهیم دید که قدرت‌های اکتیو توسعه زاویه ولتاژ شین‌ها و قدرت‌های راکتیو توسعه دامنه ولتاژ شین‌ها قابل کنترل هستند. دامنه ولتاژ را می‌توان بوسیله

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_r} + \frac{1}{2} Y_1 + \frac{1}{2} Y_r$$

$$= \frac{1}{0.77 + j/30.8} + \frac{1}{0.6 + j/24.2} + \frac{1}{2}(j/0.6) + \frac{1}{2}(j/0.17)$$

$$= 1/729 - j6/91 pu$$

$$Y_{12} = -\frac{1}{Z_1} = -\frac{1}{0.77 + j/30.8} = -1/764 + j3/0.58 pu$$

$$Y_{12} = -\frac{1}{Z_r} = -\frac{1}{0.6 + j/24.2} = -1/965 + j3/0.89 pu$$

با محاسبه بقیه عناصر، ماتریس  $Y_{bus}$  بترتیب زیر تشکیل می‌گردد:

$$Y_{11} = 1/729 - j6/91 pu = 7/122 / -75/95^\circ pu$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -1/764 + j3/0.58 pu = 3/15 / 104/40^\circ pu$$

$$Y_{12} = Y_{21} = Y_{13} = Y_{31} = Y_{14} = Y_{41} = 0$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -1/965 + j3/0.89 pu = 4/11 / 103/88^\circ pu$$

$$Y_{11} = 1/779 - j1/0/173 pu = 1/228 / -87/08^\circ pu$$

$$Y_{11} = Y_{11} = -1/551 + j3/0.87 pu = 3/113 / 98/18^\circ pu$$

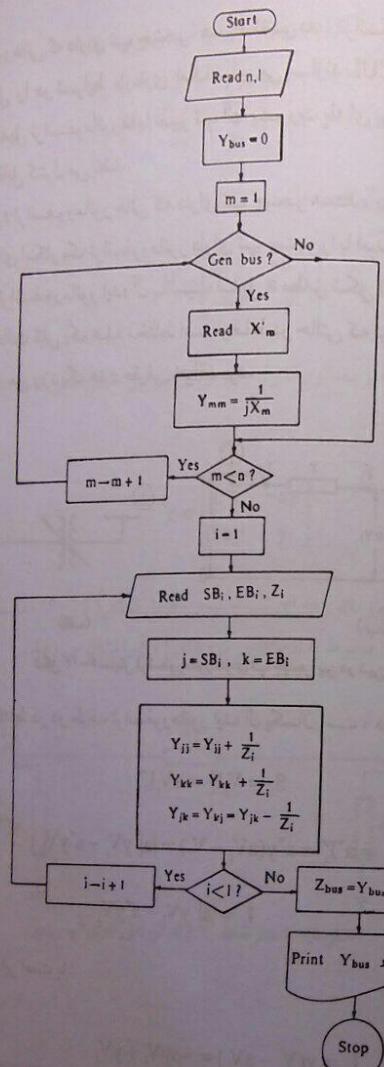
$$Y_{11} = Y_{11} = Y_{12} = Y_{21} = 0$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -1/464 + j3/29 pu = 3/322 / 98/03^\circ pu$$

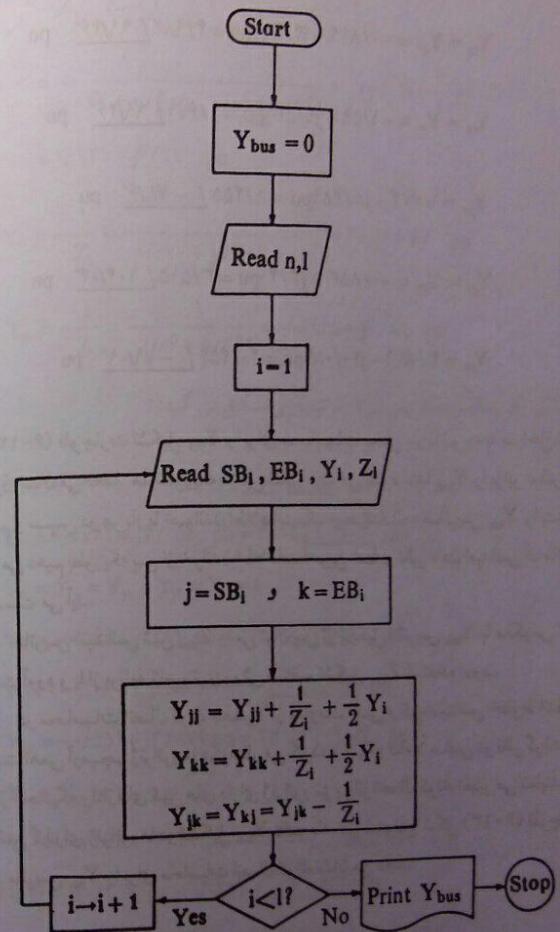
$$Y_{11} = 1/46 - j1/0/219 pu = 1/322 / -87/87^\circ pu$$

$$Y_{11} = Y_{11} = -1/909 + j6/364 pu = 6/428 / -98/13^\circ pu$$

$$Y_{12} = Y_{21} = Y_{31} = Y_{41} = 0$$



شکل ۱۳-۶- فلوچارت تشکیل ماتریس  $Y_{bus}$  و  $Z_{bus}$  برای محاسبات انتقال کوتاه



شکل ۱۷-۶- فلوچارت تشکیل ماتریس  $Y_{bus}$  برای محاسبات پخش پار

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |a|^2 y & -a^* y \\ -ay & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

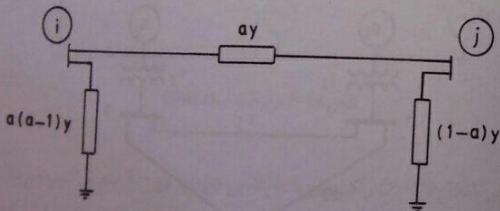
و بنابراین ماتریس  $Y$  برابر است با:

$$Y = \begin{bmatrix} |a|^2 y & -a^* y \\ -ay & y \end{bmatrix} \quad (6-38)$$

اگر ترانسفورماتور متغیر بمنظور کترل دامنه ولتاژ طراحی شده باشد  $a = 1$  و لذا ماتریس  $Y$  به اینصورت خواهد بود:

$$Y = \begin{bmatrix} a^2 y & -ay \\ -ay & y \end{bmatrix} \quad (6-39)$$

در این حالت ترانسفورماتور دارای تپ چینجر مطابق شکل (۶-۱۵) مدلسازی می شود. این مدل، مدار معادل  $\pi$  مربوط به ادمیتانس گره های  $i$  و  $j$  را نشان می دهد.

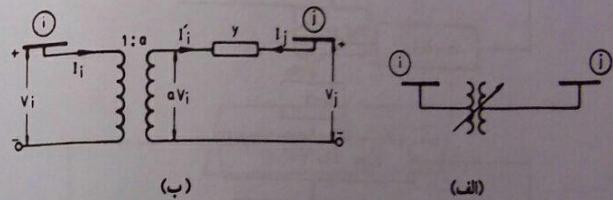


شکل ۶-۱۵ مدار معادل  $\pi$  ترانسفورماتور دارای تپ چینجر

۲۰۹

ترانسفورماتورهایی که دارای تپ چینجر<sup>۱</sup> هستند تغییر داد. ترانسفورماتورهایی که تغییر نسبت تبدیل را در شرایط بارداری امکان پذیر می سازند<sup>۲</sup> TCUL نامیده می شوند. تغییر نسبت تبدیل ترانسفورماتورها با تغییر تپ آنها بصورت پله ای بوده و معمولاً این نسبت  $\pm 10$  درصد قابل کنترل می باشد.

وجود ترانسفورماتورهایی که دارای تپ چینجر هستند، باید در ماتریس  $Y_{bus}$  تأثیر داده شوند. برای اینکار یک ترانسفورماتور دارای تپ چینجر را با امپدانس آن و یا ادمیتانس آن، متصل به یک ترانسفورماتور ایده آل با نسبت تبدیل  $a$  مطابق شکل (۶-۱۴) نشان می دهیم. ضریب  $a$  در حالت کلی یک عدد مختلف است و فقط در حالتی که ترانسفورماتور برای کنترل دامنه ولتاژ بکار می رود یک عدد حقیقی خواهد بود.



شکل ۶-۱۴ نمایش ترانسفورماتور دارای تپ چینجر بین دو شین  $i$  و  $j$

چون قدرت مختلط در دو طرف ترانسفورماتور ایده آل یکسان است، داریم:

$$S_i = V_i I_i^* = a V_i I_i''$$

و در نتیجه

$$I_i = a^* I_i' = a^* y (a V_i - V_j) = |a|^2 y V_i - a^* y V_j$$

$$I_i = |a|^2 y V_i - a^* y V_j \quad (6-36)$$

جریان  $I_j$  نیز برابر است با:

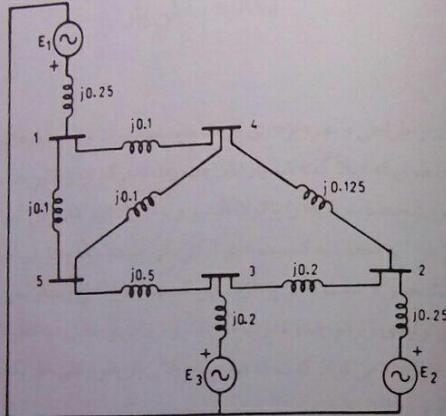
$$I_j = y (V_j - a V_i) = -a y V_i + y V_j \quad (6-37)$$

1. Tap Changer

2. Tap - Changing - Under - Load Transformers

۲۰۸

- ۶-۴ اگر خط انتقال  $L$  با راکتانس  $1/\text{pu}$ ، راموازی خط  $L$  (بین دو شین ۱ و ۲) سیستم فلت شکل (۶-۱۶) نصب کنیم ماتریس ترمیم شده  $Z_{\text{bus}}$  و ولتاژ شین ها را برای اتصال این خط جدید بدست آورید.
- ۶-۵ در سیستم قدرت شکل (۶-۱۷) مقادیر امپدانس ها بر حسب pu مشخص شده اند. ماتریس  $Y_{\text{bus}}$  را بدست آورده و با حذف شین های ۴ و ۵ ماتریس جدید ادمیتانس شین را تشکیل دهید. سپس سیستم معادل با ۳ شین را رسم کرده و مقادیر امپدانس ها را بر حسب pu روی آن مشخص کنید.



شکل ۶-۵ مربوط به مساله (۶-۵)

- ۶-۶ چنانچه در شکل (۶-۳) راکتوری با راکتانس  $5\text{pu}$  به شین ۲ متصل کنیم جریان راکتور و ولتاژ شین ها را پس از نصب راکتور از روش عنوان شده در قسمت (۶-۲) محاسبه کنید.
- ۶-۷ در شکل (۶-۳)، ماتریس امپدانس شین  $Z_{\text{bus}}$  را پس از نصب راکتور فوق الذکر ترمیم نموده و ولتاژ شین ها را با  $Z_{\text{bus}}$  جدید بدست آورید و آنها را با تابع مساله (۶-۶) مقایسه کنید.
- ۶-۸ اگر در مساله (۶-۵) عناصر بین شین های ۳ و ۵ و همچنین بین شین های ۱ و ۵ ترانسفورماتورهایی با تپ  $100\text{pu}$  و امپدانس  $j0.5\text{pu}$  باشند، ماتریس  $Y_{\text{bus}}$  پس از حذف شین ۴ ماتریس  $Y_{\text{bus}}$  ( $4 \times 4$ ) را تشکیل دهید.

۲۱۱

## مسئائل فصل ششم

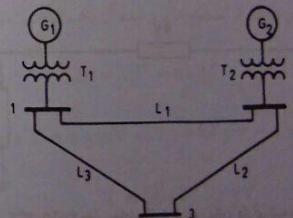
- ۶-۱ ماتریس ادمیتانس شین  $Y_{\text{bus}}$  را برای سیستم قدرت شکل (۶-۱۶) در قدرت مبنای  $100\text{MVA}$  بدست آورید. سپس ماتریس امپدانس شین  $Z_{\text{bus}} = Y_{\text{bus}}^{-1}$  را تشکیل دهید. راکتانس خطوط انتقال  $L_1$  و  $L_2$  و بتریب  $100\text{pu}$ ،  $100\text{pu}$  در مبنای  $132\text{KV}$  و  $100\text{MVA}$  بوده و اطلاعات ژنراتورها و ترانسفورماتورها بشرح زیر است:

$$G_1 : 75\text{MVA}, 24\text{KV}, X' = \% 22/5$$

$$G_2 : 100\text{MVA}, 24\text{KV}, X' = \% 14$$

$$T_1 : 100\text{MVA}, 132/24\text{KV}, X = \% 1.$$

$$T_2 : 125\text{MVA}, 132/24\text{KV}, X = \% 1.$$



شکل ۶-۱ مربوط به مساله (۶-۱)

- ۶-۲ اگر در مساله (۶-۱) نیروی محركه ژنراتورها با ترتیب pu  $E_1 = 1/\sqrt{2}^\circ$  و  $E_2 = 1/\sqrt{2}^\circ$  باشند و ولتاژ شین ها را محاسبه کنید.
- ۶-۳ در مساله (۶-۱) ماتریس امپدانس شین  $Z_{\text{bus}}$  را از روش مستقیم تشکیل دهید.

۲۱۰

# فصل هفتم

## مطالعه پخش بار

### ۷-۱ مقدمه

هدف از طراحی و بهره برداری از یک سیستم قدرت، تأمین بارهای مورد نیاز شبکه می باشد. همانطوری که قبلاً گفته شد بارها را بصورت متمرکز روی شین ها در نظر می گیریم. در اینصورت مشخصات بارها را با توان اکتیو و توان راکتیو مصرفی آنها نشان می دهیم. مطالعه پخش بار<sup>۱</sup> به محاسبه کمیت های الکتریکی سیستم قدرت در حالت ماندگار<sup>۲</sup> به ازاء بارهای مشخص و معلوم می پردازد. این کمیت ها شامل ولتاژ شین ها، قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتورها و قدرت های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال می باشد. بنابراین بطور خلاصه می توان گفت که محاسبه پخش بار بطور کلی حل یک سیستم قدرت در حالت ماندگار و متقارن است.

در حقیقت طراحی و توسعه آینده سیستم با توجه به رشد بار و لزوم اضافه کردن ژنراتورها، ترانسفوماتورها و خطوط جدید در سیستم بدون مطالعه پخش بار امکان پذیر نمی باشد. همچنین مطالعه پخش بار نقش اساسی را در بررسی وضعیت فعلی یک سیستم و تصمیم گیری در مورد بهترین شرایط بهره برداری از آن را بعده دارد. در این فصل ابتدا به تشریح مساله پخش بار پرداخته و پس از تعیین معادلات مربوطه، روش های عددی برای حل این معادلات را مورد بررسی قرار می دهیم و در نهایت چگونگی استفاده از کامپیوتر در حل مساله پخش بار را مطالعه خواهیم نمود.

- 
1. Load Flow Study
  2. Steady State

۷-۲ رابطه کمیت های الکتریکی در یک شین  
که در آن  $I_{G_i}$  جریان تولیدی شین،  $I_{D_i}$  جریان مصرفی شین و  $I_i$  جریان شین آمی باشد.  
 $I_i = P_i + jQ_i$  معادله زیر برقرار است:

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^*$$

$$I_i^* = \frac{P_i + jQ_i}{V_i}$$

و از آنجا:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (7-3)$$

در این معادله  $V_i = |V_i| / \angle \delta_i$  می باشد که در آن  $\delta_i$  زاویه ولتاژ شین نسبت به شین اصلی (مرجع) می باشد.

### ۷-۳ انواع شین ها از دید مساله پخش بار

برای شروع بررسی مساله پخش بار، شین های سیستم قدرت را به سه دسته تقسیم می کنیم.

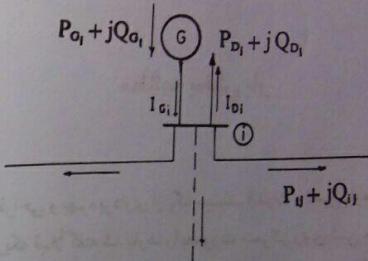
**الف - شین اصلی (شین اسلک):** از آنجا که ولتاژ و جریان شین ها اعداد مختلط هستند لذا یکی از شین های سیستم را بعنوان مرجع در نظر گرفته و اختلاف زاویه بقیه کمیت ها را با آن می سنجیم. این شین را شین اصلی<sup>۱</sup> یا اسلک<sup>۲</sup> نامیده و معمولاً آنرا بعنوان شین شماره ۱ در نظر می گیریم.

زاویه ولتاژ شین اصلی ( $\delta_i$ ) برابر صفر مفروض می گردد. از طرف دیگر با توجه به جمع بارهای مصرفی یک شبکه، قدرت تولیدی ژنراتورها ( $P_{G_i}$ ) معلوم است. لیکن قبل از محاسبه پخش بار، تلفات سیستم مجهول بوده ولذا ضروری است که در یکی از شین ها قدرت های تولیدی  $P_{G_i}$  و  $Q_{G_i}$  نامعلوم فرض شوند تا پس از حل شبکه، کمبود تولید و تلفات سیستم برای ایجاد توازن قدرت توسط این شین که همان شین اصلی است جبران گردد. بنابراین شین اصلی باید یکی از شین های دارای ژنراتور در سیستم باشد. در یک ژنراتور  $|V_i|$  قابل کنترل هستند (روش های کنترل در فصول بعدی مورد بررسی قرار

1. Main Bus

2. Slack Bus (or Swing Bus)

در شکل (۷-۱) شین شماره ۱ از یک سیستم قدرت در حالت کلی نشان داده شده است. در این شکل  $P_{G_i}$  و  $Q_{G_i}$  قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتور،  $P_{D_i}$  و  $Q_{D_i}$  قدرت های اکتیو و راکتیو مصرفی بار و ولتاژ شین آمی باشد. هر شین از سیستم قدرت در حالت کلی می تواند دارای ژنراتور و بار، قادر هر دو و یا قادر یکی از آن دو باشد.



شکل ۷-۱ ژنراتورهای تولیدی و مصرفی در یک شین

قدرت تولیدی این شین عبارت است از:

$$S_{G_i} = P_{G_i} + jQ_{G_i}$$

همچنین قدرت مختلط مصرفی این شین را به صورت زیر نشان می دهیم:

$$S_{D_i} = P_{D_i} + jQ_{D_i}$$

قدرت های اکتیو و راکتیو و مختلط شین آن طبق روابط زیر تعریف می شوند:

$$P_i = P_{G_i} - P_{D_i}$$

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{D_i}$$

$$S_i = P_i + jQ_i$$

جریان شین آنیز از رابطه زیر بدست می آید:

$$I_i = I_{G_i} - I_{D_i}$$

اصلى  $P_i, Q_i$  و  $\delta_i$  مورد نظر هستند. در هر یک از شین ها دو کمیت معلوم و دو کمیت مجهول می باشند. با توجه به تعداد شین ها ( $n$ )، تعداد معلومات  $2n$  و تعداد مجهولات نیز  $2n$  می باشد، ولذا برای بدست آوردن مجهولات باید  $2n$  معادله تشکیل گردد. مساله پخش بار، روش تشکیل و حل این معادلات است که منجر به تعیین مجهولات فوق الذکر می گردد. اطلاعاتی که پس از حل معادلات و محاسبه پخش بار بدست می آید

شامل موارد زیر است:

$$(الف) \text{ ولتاژ شین ها } |V_i|$$

$$(ب) \text{ زاویه ولتاژ شین ها } \delta_i$$

$$(ج) \text{ قدرت های اکتیو و راکتیو شین ها } P_i \text{ و } Q_i$$

$$(د) \text{ قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی در شین های کترل شده و اصلی } P_{G_i} \text{ و } Q_{G_i}$$

$$(ه) \text{ قدرت های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال } P_{ij} \text{ و } Q_{ij}$$

و تلفات هر خط و تلفات کل شبکه

برای تعیین معادلات پخش بار، ابتدا بردار جریان شین بر حسب بردار ولتاژ شین را

براساس معادله (۳-۳) بصورت زیر می نویسیم:

$$I = Y_{bus} V$$

و یا:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{1r} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & \cdots & Y_{rn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{ir} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{nr} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

از این رابطه جریان شین  $i$  بدست می آید که عبارتست از:

$$I_i = Y_{ii} V_i + Y_{ir} V_r + \dots + Y_{in} V_n = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (7-4)$$

از طرف دیگر طبق رابطه (۷-۳) جریان شین  $i$  بر حسب قدرت اکتیو و راکتیو این شین

خواهد گرفت). در نتیجه با کترل و ثابت  $|V_i|$  این کمیت برای شین اصلی معلوم است. بطور خلاصه در شین اصلی دو کمیت  $|V_i|$  و  $\delta_i = 0$  معلوم بوده و دو کمیت  $P_{G_i}$  و  $Q_{G_i}$  (و در نتیجه  $P_i$  و  $Q_i$ ) مجهول می باشند.

**ب - شین های کترل شده**: بجز شین اصلی بقیه شین هایی که دارای زنر اتور هستند به شین های کترل شده یا شین های PV موسومند. در این شین های  $P_{G_i}$  معلوم است. با توجه به اینکه  $P_{D_i}$  و  $Q_{D_i}$  برای کلیه شین های معلوم بوده و از روش های پیش بینی بار<sup>۲</sup> قابل دستیابی هستند لذا  $P_i = P_{G_i} - P_{D_i}$  نیز معلوم می باشد. بنابراین در شین های کترل شده دو کمیت  $|V_i|$  و  $P_i$  معلوم بوده و دو کمیت  $\delta_i$  و  $Q_i$  (و در نتیجه  $Q_{G_i}$ ) مجهول می باشند.

**ج - شین های بار**: این شین های که به شین های PQ نیز موسومند دارای زنر اتور نمی باشند. بنابراین:

$$P_{G_i} = Q_{G_i} = 0$$

با توجه به معلوم بودن قدرت های مصرفی  $P_{D_i}$  و  $Q_{D_i}$ ، کمیت های  $P_i$  و  $Q_i$  در این شین های پتریب زیر معلوم می باشند:

$$P_i = P_{G_i} - P_{D_i} = 0 - P_{D_i} = -P_{D_i}$$

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{D_i} = 0 - Q_{D_i} = -Q_{D_i}$$

بنابراین در شین های بار  $P_i$  و  $Q_i$  معلوم و  $|V_i|$  و  $\delta_i$  مجهول هستند.

**۷-۴ معادلات پخش بار**:

همانطوریکه در تقسیم بندی شین های ملاحظه می شود، در هر شین چهار کمیت

1. Controlled Bus (or PV Bus)

2. Load Forecasting

3. Load Bus

4. Load Flow Equations

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)$$

این روابط را می توان بصورت زیر نوشت:

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^n a_{ij} + f_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (7-12)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n a_{ij} - e_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (7-13)$$

در اینجا  $a_{ij}$  و  $b_{ij}$  طبق معادلات زیر تعریف می شوند:

$$a_{ij} = G_{ij}e_j - B_{ij}f_j \quad (7-14)$$

$$b_{ij} = G_{ij}f_j + B_{ij}e_j \quad (7-15)$$

روابط (7-12) و (7-13) شکل دیگری از معادلات پخش بار را نشان می دهند که در آنها از قسمت های حقیقی و موهومی ولتاژها و عناصر  $Y_{bus}$  استفاده شده است (فرم دکارتی معادلات پخش بار). معادلات پخش بار غیر خطی بوده و لذا فقط از روش های آنالیز عددی قابل حل هستند. در ادامه بحث به حل این معادلات از روش های عددی می پردازیم.

### ۷-۵ روش گوس - سایدل<sup>۱</sup>

یکی از روش های عددی برای حل معادلات جبری غیر خطی روش گوس سایدل (GS) است که یک الگوریتم مبتنی بر تکرار<sup>۲</sup> می باشد. در این روش ابتدا باید بتوان معادله

1. Gauss - Seidel Method

2. Iteration

عبارتست از:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (7-5)$$

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (7-6)$$

و یا:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (7-7)$$

با قرار دادن ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) می توان رابطه (7-7) را برای یک شین ها نوشت و به  $n$  معادله مختلط دست یافت. چون مقادیر  $V_i$  و  $Y_{ij}$  مختلط هستند، با تفکیک قسمت های حقیقی و موهومی رابطه (7-7) تعداد معادلات به  $2n$  می رسد و چون در هر شین دو مجہول وجود دارد، تعداد مجہولات نیز  $2n$  می باشد.

معادله (7-7) شکل کلی معادله پخش بار را نشان می دهد. این معادلات را بصورت های دیگری نیز می توان بیان نمود. اگر کمیت های رابطه (7-7) را مطابق زیر بصورت قطبی نشان دهیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i, \quad Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \phi_{ij}$$

با جایگزینی این مقادیر در رابطه (7-7) شکل قطبی معادلات پخش بار را بصورت زیر خواهیم داشت:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (7-8)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (7-9)$$

اگر  $V_i$  و  $Y_{ij}$  را بر حسب قسمت های حقیقی و موهومی آنها (فرم دکارتی) بنویسیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = e_i + jf_i \quad (7-10)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (7-11)$$

هر متغیر را بر حسب بقیه متغیرها بدست آورد، برای اینکار با توجه به معادله (۷-۷) داریم:

$$|V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)}| \leq \epsilon \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (7-17)$$

ج عدد بسیار کوچکی است که با توجه به میزان دقت مورد نیاز آنرا بین  $10^{-3}$  تا  $10^{-4}$  در نظر می گیریم.

حصول همگرایی و سرعت آن بستگی به تخمین اولیه دارد. با استفاده از روش های ریاضی می توان مناسب ترین مقادیر را برای تخمین اولیه بدست آورد. لیکن در مساله پخش بار معمولاً ولتاژ های مجھول را  $V_{ij}^0$  تخمین می زیم.

در محاسبه ولتاژ شین های بار (PQ) مقادیر  $P_i$  و  $Q_i$  معلوم هستند و لذا با استفاده از رابطه (۷-۱۶) ولتاژ  $V_i$  در هر تکرار قابل محاسبه است.

در محاسبه ولتاژ شین های کنترل شده (PV) مقادیر  $P_i$  و  $V_{ij}^0$  معلوم هستند. لیکن هنگام استفاده از معادله (۷-۱۶) به  $Q_i$  نیاز می باشد که جزء مجھولات است.

لذا در هر تکرار ابتدا از رابطه زیر بر حسب آخرین ولتاژ های بدست آمده و  $V_i$  محاسبه می کنیم:

$$Q_i = -\text{Imag}\left[V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j\right] \quad (7-18)$$

این رابطه از معادله (۷-۷) بدست آمده و کلمه  $\text{Imag}$  به معنی «قسمت موهوم» می باشد. پس از محاسبه  $Q_i$ ، آنرا در رابطه (۷-۱۶) جایگزین می کنیم تا  $V_i$  محاسبه شود.

پکنی از قبود نامعادله ای در محاسبه ولتاژ شین های کنترل شده، میزان قدرت راکتو رو تولید شده توسط زیرتوروها می باشد که به این طریق بیان می شود:

$$Q_{G_{max}} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_{min}} \quad (7-19)$$

و بنابراین قدرت راکتو این شین های نیز در محدوده زیر قرار می گیرد:

$$Q_{G_{min}} - Q_{D_i} \leq Q_{G_i} - Q_{D_i} \leq Q_{G_{max}} - Q_{D_i}$$

$$Q_{D_{min}} \leq Q_i \leq Q_{D_{max}} \quad (7-20)$$

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j = V_i^* \left[ Y_{ii} V_i + \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j \right]$$

از این رابطه  $V_i$  را بدست می آوریم:

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[ P_i - jQ_i - \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j \right], \quad (i = 2, 3, \dots, n) \quad (7-16)$$

در شین شماره ۱ ولتاژ  $|V_1|$  و زاویه  $\delta_1$  معلوم هستند. بنابراین در رابطه (۷-۱۶) محاسبه ولتاژها را از شین ۲ شروع می کنیم. به ازاء  $i = 2, 3, \dots, n = ۱$  تعداد معادلات غیر خطی  $n-1$  می باشد و تعداد مجھولات نیز  $n-1$  ولتاژ (مختلط) است.

ابتدا مقادیر متناسبی برای ولتاژ های  $V_2, V_3, \dots, V_n$  تخمین می زیم. سپس از رابطه (۷-۱۶) به ازاء  $i = ۱$  ولتاژ  $V_1$  را با استفاده از مقادیر تخمین زده شده محاسبه می کنیم، و بعد به ازاء  $i = ۳$  در رابطه (۷-۱۶) ولتاژ  $V_3$  را بر حسب مقدار جدید  $V_1$  و حدس های اولیه دیگر ولتاژها بدست می آوریم. سپس به  $V_4$  را بر حسب مقادیر جدید  $V_1, V_2$  و حدس های اولیه دیگر ولتاژها می باشد. ادامه می دهیم و در محاسبه هر ولتاژ از ولتاژ های جدید بدست آمده استفاده می کنیم. با بدست آمدن  $V_2, V_3, \dots, V_n$  یک تکرار خاتمه یافته است.

تکرار دوم را با استفاده از مقادیر بدست آمده در پایان تکرار اول آغاز می کنیم و مجدداً  $V_1$  را مشابه روش تکرار اول بدست می آوریم. تکرارها را تقدیر ادامه می دهیم تا اختلاف ولتاژها در دو تکرار متوالی سیار کوچک شود. در این صورت ولتاژ های بدست آمده در آخرین تکرار مورد قبول بوده و همگرایی حاصل شده است.

اگر ولتاژ محاسبه شده شین  $k$  در تکرار شماره  $k+1$  را با  $V_i^{(k+1)}$  و ولتاژ محاسبه شده این شین در تکرار شماره  $k+1$  را با  $V_i^{(k)}$  نشان دهیم، برای حصول همگرایی باید رابطه زیر به

#### 1. Convergence

است، ضرب کنیم و آنرا به  $V_i^{(k)}$  اضافه کنیم، مقدار جدیدی برای ولتاژ شین بدست می آید که آنرا با  $V_{i_{\text{sec}}}^{(k+1)}$  نشان می دهیم. این مقدار برابر است با:

$$V_{i_{\text{sec}}}^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha V_i^{(k+1)} \quad (7-23)$$

حال برای محاسبه شین شماره  $i + 1$  از  $V_{i_{\text{sec}}}^{(k+1)}$  استفاده می کنیم. تجربه نشان داده است که مقدار  $\alpha$  در حدود  $1/4$  تا  $1/7$  برای اغلب سیستم ها نتایج مناسبی را برای همگرایی معادلات پخش بار بدست می دهد. انتخاب مقادیر نامناسب و زیاد برای  $\alpha$  گاهی اوقات باعث واگرانی<sup>۱</sup> نیز می شود.

**۷-۷ محاسبه قدرت ها در مساله پخش بار**  
پس از بدست آمدن ولتاژها، می توان قدرت های مورد نیاز را بترتیب زیر محاسبه نمود:

(الف) قدرت راکتیو و راکتیو شین اصلی: با توجه به معادله (۷-۷) در صورت معلوم بودن ولتاژ شین ها قدرت راکتیو هر شین از رابطه زیر بدست می آید:

$$P_i = \text{Real} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (7-24)$$

که در آن مفهوم Real، «قسمت حقیقی» می باشد. رابطه اخیر برای شین اصلی (شین شماره  $i$ ) عبارتست از:

$$P_i = \text{Real} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (7-25)$$

بهمن ترتیب قدرت راکتیو شین اصلی بدست می آید:

$$Q_i = -\text{Imag} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (7-26)$$

## 1. Divergence

۲۲۳

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di}$$

$$Q_{i_{\text{max}}} = Q_{Gi_{\text{max}}} - Q_{Di_{\text{max}}} \quad (7-21)$$

$$Q_{i_{\text{min}}} = Q_{Gi_{\text{min}}} - Q_{Di_{\text{min}}}$$

قدرت راکتیو شین و  $Q_i$  بترتیب قدرت های راکتیو ماکزیمم و مینیمم شین می باشند.

با توجه به این محدودیت، هنگامی که  $Q_i$  در یک تکرار از رابطه (۷-۱۸) محاسبه می گردد، باید دید که آیا در نامعادله (۷-۲۰) صدق می کند یا نه. در صورتیکه این نامعادله برقرار باشد،  $Q_i$  مناسب بوده و شین آن تکرار، شین کترل شده باقی می ماند. با جایگزینی  $Q_i$  و  $Q_{i_{\text{sec}}} = |V_i|$  در رابطه (۷-۱۶) مقدار بعدی ولتاژ را برای  $V_i = |V_i| / \delta_i$  محاسبه می کنیم.

اگر  $Q_i > Q_{i_{\text{max}}}$  باشد  $Q_i$  را مساوی  $Q_{i_{\text{max}}}$  و اگر  $Q_i < Q_{i_{\text{min}}}$  باشد آنرا مساوی  $Q_{i_{\text{min}}}$  قرار می دهیم. در اینصورت چون  $P_i$  و  $Q_i$  برای این شین معلوم فرض شده است، شین آن تکرار یک شین بار (PQ) در نظر گرفته می شود و ولتاژ آن دیگر  $V_{i_{\text{sec}}}$  نمی باشد، بلکه همان مقدار فعلی  $V_i$  می باشد. بنابراین با قرار دادن مقادیر  $P_i$  و  $Q_i$  و  $V_i$  در رابطه (۷-۱۶) مشابه شین های بار مقدار بعدی ولتاژ را محاسبه می کنیم.

## ۷-۶ تسریع همگرایی در الگوریتم GS

تعداد تکرارها برای حصول همگرایی در روش GS نسبتاً زیاد بوده و با افزایش تعداد شین ها، معمولاً تعداد تکرارها نیز افزایش می یابد. استفاده از ضرب تسریع باعث افزایش سرعت همگرایی می گردد. اگر اختلاف ولتاژ محاسبه شده برای شین آزاد در دو تکرار متوالی  $k$  و  $k+1$  با  $\Delta V_i^{(k+1)}$  نشان دهیم داریم:

$$\Delta V_i^{(k+1)} = V_i^{k+1} - V_i^{(k)} \quad (7-22)$$

اگر این اختلاف ولتاژ را که یک عدد مختلط است، در ضرب تسریع  $\alpha$ ، که بزرگتر از یک

## 1. Accelerating Factor

۲۲۲

$$P_{G_i} = P_i + P_{D_i} \quad (V-27)$$

$$Q_{G_i} = Q_i + Q_{D_i}$$

چنانچه بین دو شین  $\alpha$  و خط انتقال  $L_k$  با امپدانس سری  $Z_k$  و ادمیتانس موازی  $Y_k$  مطابق شکل (۷-۲) (الف) قرار گرفته باشد، قدرت مصرف ادمیتانس موازی برابر است با:

$$S = V_i I_{sh_i}^* = V_i \left( \frac{1}{\gamma} Y_k V_i \right)^*$$

حال اگر شکل (۷-۲) (ب) را معادل شکل (۷-۲) (الف) در نظر بگیریم کل قدرت انتقالی از شین  $\alpha$  به شین  $\beta$  برابر است با:

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* + V_i \left( \frac{1}{\gamma} Y_k V_i \right)^*$$

با توجه به رابطه (۷-۳۰) داریم:

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i \left[ \frac{V_i - V_j}{Z_k} \right]^* + V_i \left( \frac{1}{\gamma} Y_k V_i \right)^*$$

و یا:

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i \left[ \frac{V_i - V_j}{Z_k} + \frac{1}{\gamma} Y_k V_j \right]^* \quad (V-32)$$

بهمین ترتیب قدرت انتقالی از شین  $\beta$  به شین  $\alpha$  برابر است با:

$$P_{ji} + jQ_{ji} = V_j \left[ \frac{V_j - V_i}{Z_k} + \frac{1}{\gamma} Y_k V_i \right]^* \quad (V-33)$$

تلفات اکتیو و راکتیو خط انتقال بین دو شین  $\alpha$  و  $\beta$  محاسبه می شوند:

$$\Delta P_{ij} = |P_{ij} + P_{ji}| \quad (V-34)$$

$$\Delta Q_{ij} = |Q_{ij} + Q_{ji}| \quad (V-35)$$

(ب) قدرت راکتیو شین های کنترل شده: این قدرت که در طول تکرارهای پخش بار در محدوده بین  $Q_{min}$  و  $Q_{max}$  کنترل می شود پس از تعیین ولتاژها از رابطه زیر بدست می آید:

$$Q_i = -\text{Imag} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (V-28)$$

و سپس قدرت راکتیو تولیدی این شین محاسبه می گردد:

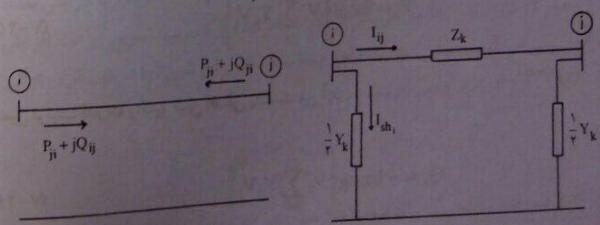
$$Q_{G_i} = Q_i + Q_{D_i} \quad (V-29)$$

(ج) قدرت های اکتیو و راکتیو جاری بین شین ها: اگر بین دو شین  $\alpha$  و  $\beta$  ترانسفورماتور  $T_k$  با امپدانس  $Z_k$  قرار گرفته باشد جریان عبوری از آن برابر است با:

$$I_{ij} = \frac{V_i - V_j}{Z_k} \quad (V-30)$$

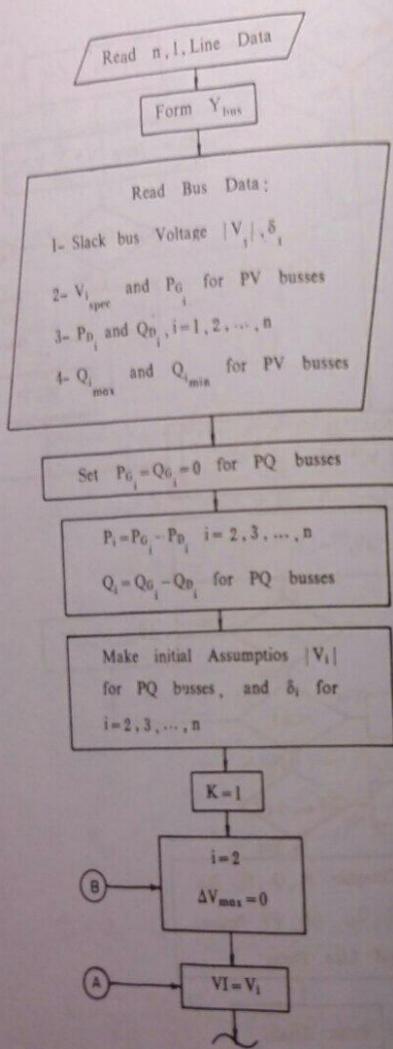
ولذا قدرت جاری از شین  $\alpha$  به شین  $\beta$  عبارتست از:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \quad (V-31)$$



ب) شکل اصلی خط انتقال  
شکل ۷-۲-۷ قدرت های جاری بین دو شین  $\alpha$  و  $\beta$

در سیستم های قدرت واقعی با تعداد شین های زیاد، با توجه به تکرار زیاد محاسبات در الگوریتم GS، استفاده از کامپیوتر های دیجیتال در حل مساله پخش بار اجتناب ناپذیر است. شکل (۷-۳) فلوچارت حل مساله پخش بار را از روش گوس - سایدل نشان می دهد. در این فلوچارت  $n$  تعداد شین ها،  $k$  تعداد خطوط انتقال و  $n$  نشان دهنده تعداد تکرار می باشد.

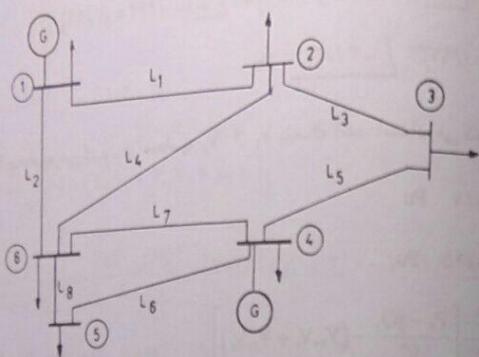


مثال ۷-۱ سیستم قدرت شکل (۶-۱۰) را که مجدداً در شکل (۷-۴) رسم شده است در نظر بگیرید. اطلاعات خطوط این سیستم در جدول (۶-۱) داده شده است و ماتریس  $Y_{bus}$  را در بخش (۶-۶) برای آن تشکیل داده ایم. اطلاعات شین ها برای این سیستم نیز در جدول (۷-۱) داده شده است.

جدول ۷-۱ اطلاعات شین ها برای سیستم قدرت شکل (۷-۴)

BUS	V (PU)	Generation MW Mvar	load MW Mvar	نوع شین
۱	۱/۰۲   ۰°	...	۸۰	۳۰ اصلی
۲	...   ...	۰ ۰	۶۰	۳۰ بار
۳	...   ...	۰ ۰	۷۰	۴۵ بار
۴	۷۰۵   ...	۲۵۰ ۰	۱۱۰ ۶۵ کنترل شده	
۵	...   ...	۰ ۰	۵۵	۲۰ بار
۶	...   ...	۰ ۰	۶۰	۱۳ بار

در جدول (۱-۷) کمیت های مجهول با سه نقطه (... ) نشان داده شده اند. اگر  
در  $Q_G \leq 100 \text{ MVar}$  باشد، ولتاژ شین ها را محاسبه کنید.



شکل ۳-۲ دیاگرام نک خطی میستم قدرت مربوط به مثال (۱-۷)

حل: ابتدا حدسهای اولیه را برای ولتاژها  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5$  انتخاب می‌کنیم:

$$V_1 = 1/0^\circ \text{ Pu}$$

$$V_2 = V_r = V_3 = V_4 = 1/0^\circ \text{ Pu}$$

$$V_5 = 1/0^\circ \text{ Pu}$$

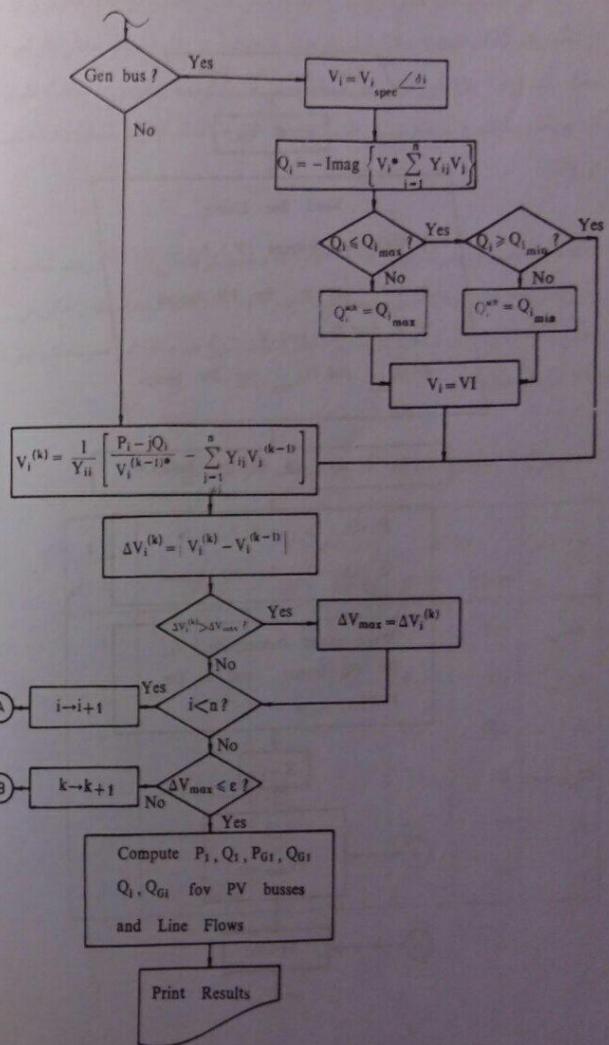
محاسبه را از شین ۲ که شین بار است شروع می‌کنیم:

$$P_r = P_{G_r} - P_{D_r} = (-60) \times \frac{1}{1.0} = -60 \text{ Pu}$$

$$Q_r = Q_{G_r} - Q_{D_r} = (-30) \times \frac{1}{1.0} = -30 \text{ Pu}$$

$$V_r = \frac{1}{Y_{rr}} \left[ \frac{P_r - jQ_r}{V_r^*} - (Y_{r1}V_1 + Y_{r2}V_2 + Y_{r5}V_5) \right]$$

۲۲۴



شکل ۳-۳ فلوچارت حل مسأله پخش بار از روش گوس - سایدل

۲۲۸

$Q_r$  بذست آمده از  $Q_{\max}$  بیشتر است، لذا مقدار  $Q_r$  را در تنظیم می کنیم و ولتاژ  $V_r$  را از آن بذست می آوریم:

$$Q_r = 1/0.54 \text{ Pu}$$

$$P_r = (25 - 11) \times \frac{1}{1.0} = 1/4 \text{ Pu}$$

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{1}{Y_{rr}} \left[ \frac{P_r - jQ_r}{V_r^*} - (Y_{rr}V_r + Y_{r2}V_2 + Y_{rs}V_s) \right] \\ &= \frac{1}{21/0.52 / -8.093^\circ} \left\{ \frac{V_r^* - jV_r 0.54}{V_r^*} - \left[ (6/428 / 98/13^\circ \times 0/9729 / -4/78^\circ) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (4/982 / 99/46^\circ \times 1) + (9/671 / 99/46^\circ \times 1) \right] \right\} = 1/0.491 / 1/65^\circ \text{ Pu} \end{aligned}$$

چون  $Q_r$  را برابر  $Q_{\max}$  قرار داده ایم، شین شما، مر این تکرار شین کنترل شده نبوده و بذست آمده را برای آن می پذیریم. حال به محاسبه ولتاژ شین ۵ می پردازیم:

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - (Y_{22}V_r + Y_{2s}V_s) \right] \\ &= \frac{1}{8/455 / -78/5^\circ} \left\{ \frac{-0/55 + j/12}{1/0^\circ} - \left[ (4/982 / 99/46^\circ \times 1/0.491 / 1/65^\circ) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (3/515 / 104/0.4^\circ \times 1/0^\circ) \right] \right\} = 1/9982 / -2/47^\circ \text{ Pu} \end{aligned}$$

شین ۶ نیز شین بار می باشد و ولتاژ آنرا بر ترتیب زیر محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} V_s &= \frac{1}{Y_{ss}} \left[ \frac{P_s - jQ_s}{V_s^*} - (Y_{s1}V_1 + Y_{s2}V_2 + Y_{sr}V_r + Y_{sd}V_d) \right] \\ &= \frac{1}{20/452 / -79/0.4^\circ} \left\{ \frac{-0/6 + j/13}{1/0^\circ} - \left[ (4/0.11 / 103/93^\circ \times 1/0.2 / 0^\circ) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (9/671 / 99/46^\circ \times 1) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{10/328 / -8.093^\circ} \left\{ \frac{-0/6 + j/13}{1/0^\circ} - \left[ (1/0.2 / 0^\circ \times (-0/764 + j3/29) \right] \right\}$$

$$= 1/9723 / -3/0.9^\circ \text{ Pu}$$

حال  $V_s$  را محاسبه می کنیم. در محاسبه  $V_s$  از  $V_r$  بذست آمده استفاده می کنیم:

$$P_r = -0/7 \text{ Pu}$$

$$Q_r = -0/45 \text{ Pu}$$

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{1}{Y_{rr}} \left[ \frac{P_r - jQ_r}{V_r^*} - (Y_{rr}V_r + Y_{rs}V_s) \right] \\ &= \frac{1}{10/323 / -8.093^\circ} \left\{ \frac{-0/7 + j/45}{1/0^\circ} - \left[ (3/913 / 98/13^\circ \times 0/9723 / -3/0.9^\circ) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (6/428 / 98/13^\circ \times 1/0.5 / 0^\circ) \right] \right\} = 1/9729 / -4/78^\circ \text{ Pu} \end{aligned}$$

شین ۴ کنترل شده است، لذا ابتدا  $Q_r$  را محاسبه می کنیم:

$$Q_r = -\text{Imag}\{V_r^*(Y_{rr}V_r + Y_{rs}V_s + Y_{rd}V_d + Y_{ss}V_s)\}$$

$$\begin{aligned} &= -\text{Imag}\{1/0.5 / 0^\circ \left[ (6/428 / 98/13^\circ \times 0/9729 / -4/78^\circ) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (21/0.52 / -8.0/93^\circ \times 1/0.5 / 0^\circ) + (4/982 / 99/46^\circ \times 1) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (9/671 / 99/46^\circ \times 1) \right] \right\} = 1/188 \text{ Pu} \end{aligned}$$

$$Q_{\max} = 170/4 - 65 = 105/4 \text{ Mvar} = 1/0.54 \text{ Pu}$$

$$V_r = \frac{1}{1/223/-81/18^\circ} \left\{ \begin{array}{l} -0/7+j/45 \\ 0/9729/4/78^\circ \end{array} \right\} - \left[ \begin{array}{l} (3/913/98/1^\circ \times 0/9637/-5/47^\circ) \\ + (6/428/98/1^\circ \times 0/491/1/65^\circ) \end{array} \right] = 0/9602/-4/43^\circ \text{ Pu}$$

محاسبه  $V_6$  را با تعیین  $Q_6$  شروع می کنیم، در محاسبه  $Q_6$  باید دقت نمود که از استفاده  $|V_r| = V_{r_{max}} = 1/0.5 \text{ Pu}$ :

$$\begin{aligned} Q_6 &= -\text{Imag} \left\{ 1/0.5/-1/65^\circ \left[ (6/428/98/1^\circ \times 0/9602/-4/43^\circ) \right. \right. \\ &\quad + (21/0.52/-80/93^\circ \times 1/0.5/1/65^\circ) + (4/982/99/46^\circ \times 0/9982/-2/47^\circ) \\ &\quad \left. \left. + (9/671/99/46^\circ \times 1/0.133/-1/69^\circ) \right] \right\} = 1/0.13 \text{ Pu} \end{aligned}$$

چون  $Q_6$  بدست آمده در محدوده قابل قبول است، لذا در این تکرار شین ۴ یک شین کترول شده است.  $|V_r| = 1/0.5 \text{ Pu}$

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{1}{21/0.52/-80/93^\circ} \left\{ 1/4-j/0.13 \right. \\ &\quad \left. - \left[ (6/428/98/1^\circ \times 0/9602/-4/43^\circ) \right. \right. \\ &\quad + (4/982/99/46^\circ \times 0/9982/-2/47^\circ) \\ &\quad \left. \left. + (9/671/99/46^\circ \times 1/0.133/-1/69^\circ) \right] \right\} = 1/0.461/0.057^\circ \text{ Pu} \end{aligned}$$

$V_6$  و  $V_7$  را نیز محاسبه می کنیم تا تکرار دوم خاتمه یابد. عملیات را بهمین ترتیب ادامه می دهیم تا پس از تکرارهای کافی به نتیجه مطلوب برسیم.

برای نشان دادن یک نمونه از خروجی کامپیوتری پخش بار، مطابق جدول (۷-۲) اطلاعات شین ها<sup>۱</sup> را برای سیستم قدرت شکل (۷-۴) در نظر می گیریم.

$$\begin{aligned} &+ (2/223/98/0.3^\circ \times 0/9729/-3/0.97^\circ) + (9/671/99/46^\circ \times 1/0.491/1/65^\circ) \\ &+ (3/515/104/0.3^\circ \times 0/9982/-2/47^\circ) \Big\} = 1/0.133/-1/69^\circ \text{ Pu} \end{aligned}$$

در اینجا تکرار اول خاتمه یافته است و در پایان این تکرار  $V_6$  تا  $V_7$  بترتیب زیر محاسبه شده اند:

$$V_1 = 1/0.2/0^\circ \text{ Pu}$$

$$V_r = 0/9729/-3/0.97^\circ \text{ Pu}$$

$$V_2 = 0/929/-4/78^\circ \text{ Pu}$$

$$V_4 = 1/0.491/1/65^\circ \text{ Pu}$$

$$V_5 = 0/9982/-2/47^\circ \text{ Pu}$$

$$V_6 = 1/0.133/-1/69^\circ \text{ Pu}$$

برای نمونه اختلاف ولتاژ محاسبه شده در تکرار اول را با حدس اولیه برای یکی از شین ها بدست می آوریم:

$$\Delta V_r = |0/9729/-2/0.97^\circ - 1/0.5^\circ| = 0/0.596 \text{ Pu}$$

این مقدار از  $10^{-2} = 0.01$  بزرگتر می باشد و لذا باید محاسبه را برای تکرار دوم ادامه دهیم.

محاسبات تکرار دوم را مجددآز  $V_6$  شروع می کنیم:

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{1}{10/328/-80/108^\circ} \left\{ \begin{array}{l} -0/6+j/0/3 \\ 0/9729/3/0.97^\circ \end{array} \right\} - \left[ \begin{array}{l} (285/104/0.3^\circ \times 1/0.2/0^\circ) \\ + (3/913/98/0.3^\circ \times 0/9729/-4/78^\circ) + (3/223/98/0.3^\circ \times 1/0.133/-1/69^\circ) \end{array} \right] \\ V_r &= 0/9637/-5/47^\circ \text{ Pu} \end{aligned}$$

برسانند، در محاسبه پخش بار، شین ۵ را یک شین کنترل شده به  $P_{\text{U}} = 0.921 \text{ Pu}$  با مقادیر معلوم  $V_{\text{U}} = 0.95 \text{ Pu}$  در نظر می گیریم. نتیجه پخش بار با این داده ها در جدول (۷-۴) نشان داده شده است.

جدول ۷-۳ نتیجه پخش بار سیستم قدرت شکل (۷-۴) برای داده های جدول (۷-۲)

نتایج استخراج شده: مرکز کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران

CONVERGENCE OBTAINED AFTER 32 ITERATIONS

BUS	VOLTAGE	ANGLE	GENERATION		LOAD		to bus	LINE FLOW	
			MW	MVAR	MW	MVAR		MW	MVAR
1	1.05	0	193.99	58.53	80	30	2	58.41	13.85
							6	55.58	14.68
2	.97	-9.421	0	0	75	23	1	-55.82	-9.63
							3	-4.55	-8.81
							6	-14.63	-4.56
3	.992	-8.902	0	0	50	15	2	4.58	6.92
							4	-54.58	-21.92
4	1.04	-4.489	230	147.69	60	25	3	55.34	25.73
							5	64.55	53.95
							6	50.11	43.01
5	.921	-11.063	0	0	90	60	4	-62.35	-42.71
							6	-27.64	-17.29
6	.989	-6.918	0	0	60	30	1	-53.77	-9.13
							2	14.73	4.13
							4	-49.41	-40.87
							5	28.45	15.87

Bus	V	Generation		Load	
		MW	Mvar	MW	Mvar
1	1/0.5 / 0°	...	...	80	30
2	... / ...	0	0	75	23
3	... / ...	0	0	50	15
4	1/0.4 / ...	230	...	60	25
5	... / ...	0	0	90	60
6	... / ...	0	0	60	30

جدول (۷-۳) نتیجه پخش بار سیستم فوق الذکر را برای این داده ها، که توسط کامپیوتر دیجیتال محاسبه شده است نشان می دهد. در این مساله همگرایی پس از ۵۲ تکرار حاصل شده است. در این جدول، ستون اول شماره شین، ستون دوم دامنه ولتاژ و ستون سوم زاویه ولتاژ هر شین را نشان می دهد. همچنین ستون های چهارم و پنجم قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی شین ها بوده و ستون های ششم و هفتم قدرت های اکتیو و راکتیو بار شین ها می باشد. معمولاً در خروجی کامپیوتری پخش بار، قدرت های اکتیو و راکتیو بار شین ها شین های نیز نشان داده می شوند. ستون هشتم نشان دهنده شماره شین هایی است که از طریق خطوط انتقال و یا ترانسفورماتورها به هر یک از شین های ستون اول متصل هستند و ستون های نهم و دهم قدرت اکتیو و راکتیو جاری از هر یک از شین های ستون اول بطرف هر یک از شین های ستون هشتم می باشند.

باتوجه به ولتاژ های بدست آمده ملاحظه می شود که ولتاژ شین ۵ برابر  $Pu = 0.921$  باشد از حداقل ولتاژ قابل قبول ( $0.95 \text{ pu}$ ) کمتر است. برای ترمیم این شین به مقدار قابل قبول  $Pu = 0.95$  می توان از یک جبران کننده استفاده نمود. در اینجا نصب خازن موازی در شین ۵ می تواند ولتاژ این شین را بالا برد، ضمن اینکه بر ولتاژ شین های دیگر نیز تاثیر خواهد گذاشت. برای تعیین قدرت خازنی که بتواند ولتاژ این شین را از

#### 1. Compensator

نتایج استخراج شده: مرکز کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران

CONVERGENCE OBTAINED AFTER 52 ITERATIONS

BUS	VOLTAGE	ANGLE	GENERATION		LOAD		to bus	LINE FLOW	
			MW	MVAR	MW	MVAR		MW	MVAR
1	1.05	0	193.17	55.54	80	30	2	58.12	13.13
							6	55.06	12.41
2	.972	-9.379	0	0	75	23	1	-55.57	-9.09
							3	-4.59	-8.3
							6	-14.83	-5.61
3	.993	-8.844	0	0	50	15	2	4.62	6.38
							1	-54.62	-21.38
4	1.04	-4.424	230	126.4	60	25	3	55.38	25.15
							5	64.65	38.8
							6	49.98	37.45
5	.95	-11.099	0	19.71	90	60	4	-62.89	-30.22
							6	-27.11	-10.07
6	.995	-6.885	0	0	60	30	1	-53.31	-7.14
							2	14.94	5.22
							4	-49.35	-35.76
							5	27.72	7.68

همانطوریکه در جدول (۷-۴) مشاهده می شود، قدرت راکتیو تولیدی شین ۵ مقدار  $M_{var}$  بودست آمده است و این همان قدرت راکتیو خازن نصب شده می باشد. بدین معنی که نصب خازنی با قدرت  $M_{var}$  می تواند ولتاژ شین ۵ را به ۰.۹۵ PU برساند. مقایسه این جدول با جدول (۳-۷) نشان می دهد که ولتاژ همه شین ها با نصب این خازن افزایش یافته است و بیشترین تاثیر افزایش ولتاژ در شین ۵ ( محل نصب خازن ) دیده می شود.

#### ۷-۹ روش نیوتون - رافسون<sup>۱</sup>

یکی دیگر از روش های مبتنی بر تکرار برای حل معادلات جبری غیر خطی، روش نیوتون - رافسون NR می باشد. برای استفاده از روش NR در حل مساله پخش بار راههای گوناگونی وجود دارد که در این بخش به بررسی متداول ترین آنها می پردازم.

ابتدا باید معادلات غیر خطی پخش بار را بر حسب متغیرهای مربوطه بدست آوریم.

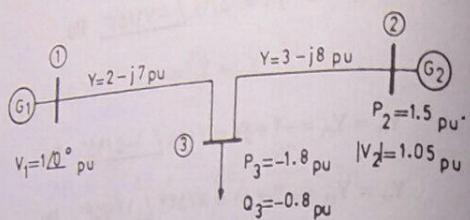
تعداد معادلات باید با تعداد متغیرها برابر باشد. اگر  $n$  تعداد شین های سیستم قدرت و  $m$  تعداد شین های کنترل شده ( شامل شین اصلی ) باشند، شین اصلی را با شماره ۱، شین های کنترل شده را با شماره های  $2, 3, \dots, m$  و شین های بار را با شماره های  $1, \dots, m+1, \dots, m+n$  نشان می دهیم.

همانطوریکه قبلاً دیده ایم در هر شین ابجع شین اصلی، قدرت اکتو معلوم است که آنرا قدرت برنامه ریزی شده  $P_i^{sch}$ <sup>۲</sup> می نامیم. در شین های بار نیز قدرت راکتیو معلوم است که آن را قدرت راکتیو برنامه ریزی شده  $Q_i^{sch}$ <sup>۳</sup> می نامیم. بنابراین کمیت های زیر در سیستم قدرت معلوم هستند که تعداد آنها  $1 - m - n$  می باشد:

$$P_r^{sch}, P_r^{sch}, \dots, P_n^{sch}$$

$$Q_{m+1}^{sch}, Q_{m+2}^{sch}, \dots, Q_n^{sch}$$

1. Newton - Raphson Method
2. Scheduled Active Power
3. Scheduled Reactive Power



شکل ۷-۵ دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت برای مطالعه روش NR

$$\text{در این سیستم قدرت داریم: } P_Y^{\text{sch}} = 1/5 \quad \text{Pu}$$

$$P_r^{\text{sch}} = -1/8 \quad \text{Pu}$$

$$Q_r^{\text{sch}} = -0/8 \quad \text{Pu}$$

کمیت های فوق الذکر مقادیر معلوم هستند و تعداد آنها  $n-m-1=6-3-1=2$  می باشد. کمیت های مجهول به همین تعداد عبارتند از:

$$\delta_1, \delta_2, |V_r|$$

ولتاژ شین های ۱ و ۲ و ۳ با توجه به این مقادیر بشرح زیر هستند:

$$V_r = 1 \angle 0^\circ \quad \text{Pu}$$

$$V_r = 1/0.5 \angle \delta_r \quad \text{Pu}$$

$$V_r = |V_r| \angle \delta_r \quad \text{Pu}$$

ابندا عناظم ماتریس  $Y_{\text{bus}}$  را بدست می آوریم:

$$Y_{11} = 2 - j7 = 7/28 \angle -74/0.5^\circ \quad \text{Pu}$$

$$Y_{rr} = 3 - j8 = 8/544 \angle -69/44^\circ \quad \text{Pu}$$

$$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$$

$$|V_{m+1}|, |V_{m+2}|, \dots, |V_n|$$

که تعداد آنها نیز  $n-m-2$  می باشد. بنابراین باید  $n-m-2$  معادله بر حسب مجهولان فوق بددست آورد. این معادلات در حقیقت روابط قدرت های اکتبیو و راکتبیو شین های بر حسب دامنه ولتاژ و زاویه ولتاژ شین های باشند. معادلات (۷-۸) و (۷-۹) را در اینجا یادآوری می کنیم:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (7-36)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (7-37)$$

مقادیر  $|Y_{ij}|$  و  $\phi_{ij}$  از ماتریس  $Y_{\text{bus}}$  معلوم می باشند. اگر در هر تکرار بر حسب مقادیر حدس های اولیه و یا آخرین مقادیر موجود ولتاژها و زاویه آنها، قدرت های  $P_i$  و  $Q_i$  را از معادلات (۷-۳۶) و (۷-۳۷) بددست آوریم، در صورتی همگرانی حاصل می شود که این مقادیر محاسبه شده با مقادیر برنامه ریزی شده  $P_i^{\text{sch}}$  و  $Q_i^{\text{sch}}$  برای هر شین برابر باشند، بنابراین معادلات نهانی برای استفاده از روش نیوتون- رافسون بشرح زیر می باشند:

$$\Delta P_i = P_i^{\text{sch}} - P_i = 0 \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (7-38)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{\text{sch}} - Q_i = 0 \quad i = m+1, m+2, \dots, n \quad (7-39)$$

که در آنها  $P_i$  و  $Q_i$  قدرتهای محاسبه شده هستند که از معادلات (۷-۳۶) و (۷-۳۷) بددست می آیند، تعداد معادلات (۷-۳۸) و (۷-۳۹) نیز جمماً  $n-m-1$  می باشد. قبل از بررسی و حل این معادلات، موضوع را برای یک سیستم قدرت با سه شین مورد بررسی قرار می دهیم.

سیستم قدرت شکل (۷-۵) را در نظر بگیرید. شین ۱ اصلی، شین ۲ کنترل شده، و شین ۳ یک شین بار است.

دیفرانسیل این سه تابع را بدست می آوریم:

$$\Delta P_r = \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \Delta |V_r|$$

$$\Delta P_r = \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \Delta |V_r|$$

$$\Delta Q_r = \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial Q_r}{\partial |V_r|} \Delta |V_r|$$

این معادلات را بصورت ماتریس بیان می کنیم:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & |V_r| \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \\ \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & |V_r| \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \\ \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} & |V_r| \frac{\partial Q_r}{\partial |V_r|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_r \\ \Delta \delta_r \\ \Delta |V_r| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_r \\ \Delta P_r \\ \Delta Q_r \end{bmatrix} \quad (7-40)$$

ماتریس مشتقهای جزئی در معادله اخیر، به ماتریس جاکوبین<sup>۱</sup> معروف است. در هر تکرار می توان  $P_r$  و  $Q_r$  را بر حسب حدس های اوالیه و یا آخرین مقادیر موجود رشته ها و زاویه آنها بدست آورد. سپس با معلوم بودن  $P_r^{sch}$ ،  $Q_r^{sch}$  مقادیر  $\Delta P_r$  و  $\Delta Q_r$

بشرط زیر بدست می آیند:

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r$$

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{sch} - Q_r$$

1. Jacobian Matrix

۲۴۱

$$Y_{rr} = \delta - j\lambda = 15/18 / -71/57^\circ \quad P_u$$

$$Y_{r1} = Y_{1r} = 0$$

$$Y_{1r} = Y_{r1} = -2 + j\sqrt{3} = \sqrt{4} / 28 / 105/90^\circ \quad P_u$$

$$Y_{rr} = Y_{rr} = -3 + j\lambda = \sqrt{4} / 44 / 110/56^\circ \quad P_u$$

با جایگزینی مقادیر فوق در معادلات (۷-۳۶) و (۷-۳۷) و استفاده از معادلات (۷-۳۸) و (۷-۳۹) خواهیم داشت:

$$\Delta P_r = 1/\lambda - [2/31 - 3/15 |V_r| \cos(\delta_r - \delta_r) + \lambda/4 |V_r| \sin(\delta_r - \delta_r)] = 0$$

$$\Delta P_r = -1/\lambda - [-2 |V_r| \cos \delta_r + V_r |V_r| \sin \delta_r - 2/15 |V_r| \cos(\delta_r - \delta_r) + \lambda/4 |V_r| \sin(\delta_r - \delta_r) + \lambda/4 |V_r|] = 0$$

$$\Delta Q_r = -\lambda - [\sqrt{4} |V_r| \cos \delta_r + 2 |V_r| \sin \delta_r + \lambda/4 |V_r| \cos(\delta_r - \delta_r)] = 0$$

$$+ 2/15 |V_r| \sin(\delta_r - \delta_r) - \lambda/4 |V_r|] = 0$$

این سه معادله، معادلات پخش بار بر حسب سه متغیر  $\delta_1$  و  $\delta_2$  و  $|V_r|$  هستند که باید از روش نیوتن-رافسون حل شوند.

تا اینجا روش تشکیل معادلات برای استفاده از روش NR را بررسی کرده ایم. قدم بعدی، بررسی روش حل معادلات است. در سیستم قدرت سه شیوه مذکور قدرت های  $P_r$  و  $Q_r$  تابعی از  $\delta_1$  و  $\delta_2$  و  $|V_r|$  هستند که این تابعیت را به صورت زیر نشان می دهیم:

$$P_r = P_r(\delta_1, \delta_2, |V_r|)$$

$$P_r = P_r(\delta_1, \delta_2, |V_r|)$$

$$Q_r = Q_r(\delta_1, \delta_2, |V_r|)$$

۲۴۰

بنابراین بردار  $\begin{bmatrix} \Delta P_r \\ \Delta P_e \\ \Delta Q_r \end{bmatrix}$

در معادله (۷-۴۰) معلوم می باشد. چنانچه بتوانیم عناصر ماتریس  
جاکوبین را در این تکرار محاسبه کنیم و در معادله (۷-۴۰) قرار دهیم، کمیت های  $\Delta \delta_r$  و  
 $\Delta \delta_e$  بدست خواهد آمد (روش محاسبه عناصر ماتریس جاکوبین را در بخش  
(۷-۹) موردنرسی قرار خواهیم داد).

اگر در تکرار شماره K، آخرین مقادیر موجود  $\delta_r^{(k)}$ ،  $\delta_e^{(k)}$  و  $|V_r|^{(k)}$  بوده و مقادیر  
 $\Delta \delta_r$ ،  $\Delta \delta_e$  و  $\Delta |V_r|$  را در این تکرار بدست آوریم، مقادیر جدید  $\delta_r^{(k+1)}$  و  $\delta_e^{(k+1)}$  به این  
ترتیب تعیین می شوند:

$$\delta_r^{(k+1)} = \delta_r^{(k)} + \Delta \delta_r$$

$$\delta_e^{(k+1)} = \delta_e^{(k)} + \Delta \delta_e$$

$$|V_r|^{(k+1)} = |V_r|^{(k)} + \Delta |V_r|$$

به این ترتیب مقادیر جدیدی برای کمیت های مجھول بدست آمده و یک تکرار خاتمه یافته  
است. در یک سیستم قدرت با n شین، که تعداد شین های دارای ژنراتور (بانضمام شین  
اصلی) برای m می باشد، معادله (۷-۴۰) بصورت معادله (۷-۴۱) نوشته می شوند.

برای سهولت محاسبات، هر یک از مشتق ها را به این ترتیب نشان می دهیم:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \quad i, j = 2, 3, \dots, n$$

$$N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} |V_j| \quad i = 2, 3, \dots, n \\ j = m+1, m+2, \dots, n$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \quad i = m+1, m+2, \dots, n \\ j = 2, 3, \dots, n$$

$$L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} |V_j| \quad i, j = m+1, m+2, \dots, n$$

$$\left[ \begin{array}{c|ccccc} & \Delta \delta_r & \Delta \delta_e & \vdots & \Delta P_n & \Delta Q_n \\ \hline \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & |V_n| \frac{\partial |V_r|}{\partial |V_n|} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_r} & \frac{\Delta |V_{m+1}|}{|V_m|} & \cdots \\ \frac{\partial P_e}{\partial \delta_e} & |V_n| \frac{\partial |V_r|}{\partial |V_n|} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_e} & \frac{\Delta |V_{m+1}|}{|V_m|} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & |V_n| \frac{\partial |V_r|}{\partial |V_n|} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_r} & \frac{\Delta |V_{m+1}|}{|V_m|} & \cdots \\ \frac{\partial P_e}{\partial \delta_e} & |V_n| \frac{\partial |V_r|}{\partial |V_n|} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_e} & \frac{\Delta |V_{m+1}|}{|V_m|} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial Q_{m+1}}{\partial \delta_r} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_r} & \frac{\partial Q_{m+1}}{\partial |V_n|} & \cdots \\ \frac{\partial P_e}{\partial \delta_e} & \frac{\partial Q_{m+1}}{\partial \delta_e} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_e} & \frac{\partial Q_{m+1}}{\partial |V_n|} & \cdots \\ \hline \end{array} \right]$$

www.parsian.org

$$\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

در ماتریس جاکوبین  $\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}$  که ابعاد آن  $(4n - m - 1) \times (4n - m - 1)$  می باشد، ابعاد هر

یک از ماتریس های  $H$ ,  $J$ ,  $N$  و  $L$  بشرح زیر می باشد:

$$\begin{array}{ll}
 H & (n-1)(n-1) \\
 N & (n-1)(n-m) \\
 J & (n-m)(n-1) \\
 L & (n-m)(n-m)
 \end{array}$$

بر این نتیجه اخیر برای سیستم قدرت سه شینه شکل (۷-۵) به این صورت بیان می‌شود.

$$\begin{bmatrix} H_{rr} & H_{rt} & N_{rr} \\ H_{tr} & H_{tt} & N_{tr} \\ J_{rr} & J_{rt} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_r \\ \Delta \delta_t \\ \frac{\Delta V_r}{|V_r|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_r \\ \Delta P_t \\ \Delta Q_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c|c}
\left[ \begin{array}{cccc|ccccc}
H_{rr} & H_{rrr} & \cdots & H_{rm} & H_{(m+1)r} & \cdots & H_{rn} & \cdots & N_{r(m+1)} & \cdots & N_{rn} \\
H_{rr} & H_{rrr} & \cdots & H_{rm} & H_{r(m+1)} & \cdots & H_{re} & \cdots & N_{r(m+1)} & \cdots & N_{re} \\
H_{rr} & H_{rrr} & \cdots & H_{rm} & H_{r(m+1)} & \cdots & H_{re} & \cdots & N_{r(m+1)} & \cdots & N_{re} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
H_{mr} & H_{mr} & \cdots & H_{mm} & H_{m(m+1)} & \cdots & H_{mn} & \cdots & N_{m(m+1)} & \cdots & N_{mn} \\
H_{(m+1)r} & H_{(m+1)r} & \cdots & H_{(m+1)m} & H_{(m+1)(m+1)} & \cdots & H_{(m+1)n} & \cdots & N_{(m+1)(m+1)} & \cdots & N_{(m+1)n} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
H_{sr} & H_{sr} & \cdots & H_{sm} & H_{s(m+1)} & \cdots & H_{sn} & \cdots & N_{s(m+1)} & \cdots & N_{sn}
\end{array} \right] & = \\
\left[ \begin{array}{c|c}
\Delta P_r & \Delta \delta_r \\
\Delta P_r & \Delta \delta_r \\
\vdots & \vdots \\
\Delta P_m & \Delta \delta_m \\
\Delta P_{(m+1)} & \Delta \delta_{(m+1)} \\
\Delta P_{m+1} & \Delta \delta_{m+1} \\
\vdots & \vdots \\
\Delta P_n & \Delta \delta_n
\end{array} \right] & \\
\left[ \begin{array}{c|c}
\Delta Q_m & \Delta V_m \\
\Delta Q_{m+1} & \Delta V_{m+1} \\
\vdots & \vdots \\
\Delta Q_n & \Delta V_n
\end{array} \right]
\end{array}$$

$$a_{ij} = G_{ij}e_j - B_{ij}f_j$$

$$b_{ij} = G_{ij}f_j + B_{ij}e_j$$

در این روابط  $G_{ij}$  و  $B_{ij}$  بترتیب قسمت های حقیقی و موهومی عنصر  $Y_{ij}$  از ماتریس  $Y_{bus}$  و  $V_j$  نیز بترتیب قسمت های حقیقی و موهومی  $V_j$  هستند:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \phi_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

$$V_j = |V_j| \angle \delta_j = e_j + jf_j$$

مشتق جزئی  $Q_i$  بر حسب  $\delta_j$  نیز به روش مشابه و بشرح زیر بدست می آید:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$= P_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \cos \phi_{ii}$$

$$J_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = P_i - |V_i|^2 G_{ii} \quad (V-47)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -a_{ij}e_i - b_{ij}f_i \quad j \neq i \quad (V-48)$$

حال مشتقات توان های اکتیو و راکتیو را بر حسب دامنه و لتاژها بدست می آوریم. مشتق  $P_i$

بر حسب  $|V_i|$  برابر است با:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = |V_i| Y_{ii} \cos \phi_{ii} + \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

۷-۹-۱ تعیین عناصر ماتریس جاکوبین  
 برای محاسبه مشتقات جزئی در ماتریس جاکوبین از معادلات (V-۳۶) و (V-۳۷)

مطابق زیر استفاده می کنیم:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (V-43)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (V-44)$$

مشتق  $P_i$  بر حسب  $\delta_j$  برابر است با:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i| \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

با استفاده از معادله (V-44) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -[Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin(-\phi_{ii})]$$

و بنابراین

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (V-45)$$

در اینجا  $B_{ii}$  قسمت موهومی عنصر  $Y_{ii}$  در ماتریس  $Y_{bus}$  می باشد. مشتق  $P_i$  بر حسب  $\delta_j$ ،  $i \neq j$ ، این چنین محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} &= |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \\ &= |V_i| |V_j| |Y_{ij}| [\sin(\delta_i - \delta_j) \cos \phi_{ij} - \cos(\delta_i - \delta_j) \sin \phi_{ij}] \end{aligned}$$

پس از بسط دادن جملات مثلثاتی فوق و یک سری عملیات داریم:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = a_{ij}f_i - b_{ij}e_i \quad j \neq i \quad (V-46)$$

۱- با داشتن اطلاعات خطوط، ماتریس  $Y_{bus}$  را تشکیل می‌دهیم. این ماتریس و عناصر آن در طول محاسبه پخش بار ثابت می‌باشد. با تشکیل  $Y_{bus}$  کلیه مقادیر  $G_{ij}$  و  $B_{ij}$  بشرط زیر تعیین می‌گردند:

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

۲- برای  $V_1, V_2, \dots, V_n$  مقادیر مناسبی تخمین می‌زنیم. در اینصورت داریم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = e_i + jf_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

۳- مقادیر  $a_{ij}$  و  $b_{ij}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= G_{ij}e_j - B_{ij}f_j & i = 2, 3, \dots, n \\ b_{ij} &= G_{ij}f_j + B_{ij}e_j & j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

۴- قدرت‌های  $P_i$  و  $Q_i$  را بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} P_i &= e_i \sum_{j=1}^n a_{ij} + f_i \sum_{j=1}^n b_{ij} & i = 2, 3, \dots, n \\ Q_i &= f_i \sum_{j=1}^n a_{ij} - e_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \end{aligned}$$

۵- با توجه به مقادیر معلوم  $P_i^{sch}$  و  $Q_i^{sch}$  مقادیر  $\Delta P_i$  و  $\Delta Q_i$  را تعیین می‌کنیم:

$$\Delta P_i = P_i^{sch} - P_i \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sch} - Q_i \quad i = m+1, \dots, n$$

۶- برای حصول همگرایی باید  $\Delta P_i$  و  $\Delta Q_i$  تقریباً برابر صفر گرددند، لذا صحت روابط زیر را آزمایش می‌کنیم:

$$|\Delta P_i| \leq \epsilon \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$|\Delta Q_i| \leq \epsilon \quad i = m+1, \dots, n$$

طرفین این رابطه را در  $|V_i|$  ضرب می‌کنیم:

$$|V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = |V_i|^2 G_{ii} + |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

و از آنجا:

$$N_{ii} = |V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = P_i + |V_i|^2 G_{ii} \quad (V-49)$$

حال مشتق  $P_i$  را بحسب  $|V_j|$  بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad j \neq i$$

طرفین این رابطه را در  $|V_j|$  ضرب می‌کنیم:

$$|V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$N_{ij} = |V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = a_{ij} e_i + b_{ij} f_i \quad j \neq i \quad (V-50)$$

عنصر  $N_{ii}$  و  $N_{jj}$  نیز بهمین ترتیب محاسبه می‌شوند:

$$L_{ii} = |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (V-51)$$

$$L_{ij} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = a_{ij} f_i - b_{ij} e_i \quad j \neq i \quad (V-52)$$

۷-۹-۲ مراحل حل مساله پخش بار از روش NR

تا اینجا کلیه روابط مورد نیاز را برای استفاده از روش نیوتون - رافسون در حل مساله پخش بار بدست آورده ایم. با توجه به این روابط، مراحل حل مساله پخش بار بصورت زیر شواهد بود:

- ماتریس جاکوبین را توجه به روابط (۷-۴۵) تا (۷-۵۲) تشکیل می دهیم.

برای تعیین عناصر این ماتریس به کمیت های  $P_i$ ،  $Q_i$ ،  $a_{ij}$  و  $b_{ij}$  نیاز داریم که در مراحل ۳ و

۴ آنها را بدست آورده ایم.

-۸ از رابطه زیر داریم:

می کنیم:

$$\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

مقادیر  $\Delta P$  ها و  $\Delta Q$  ها که در این رابطه مورد نیاز هستند، از مرحله ۶ بدست آمده اند.

-۹ مقادیر بعدی و لتاژها و زاویه آنها را از معادله زیر محاسبه می کنیم:

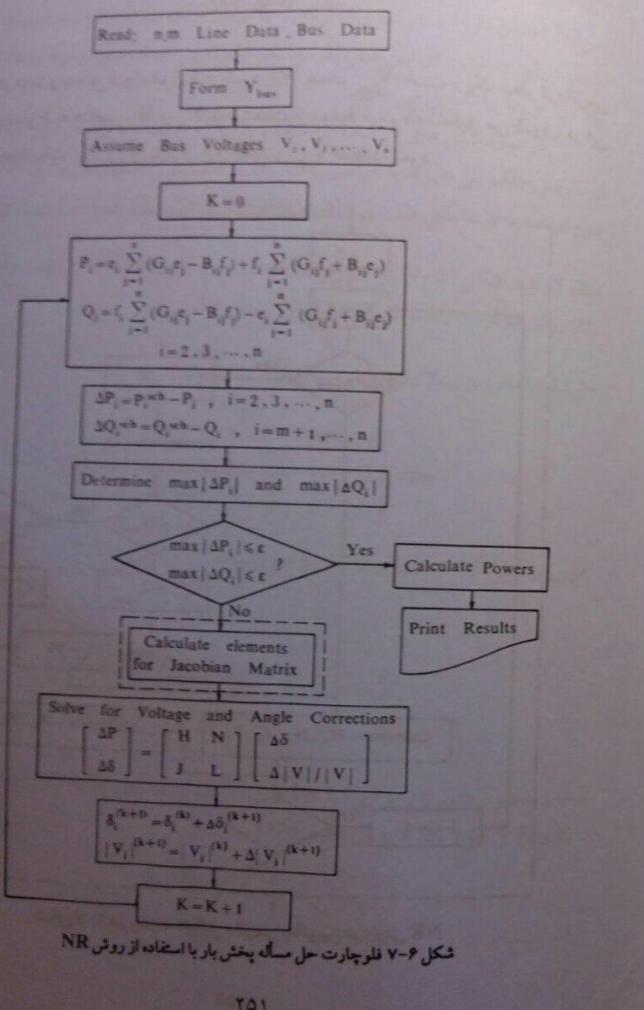
$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_n \\ |V_{m+1}| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_n \\ |V_{m+1}| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix}^{(k)} + \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \Delta |V_{m+1}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix} \quad (7-53)$$

به این ترتیب یک تکرار خاتمه یافته است و مقادیر جدیدی برای زاویه و لتاژ کلیه شین ها (بجز شین اصلی) و دامنه و لتاژ شین های بار بدست آمده است. حال برای آزمایش جواب های بدست آمده به مرحله ۳ بر می گردیم. همگرایی هنگامی حاصل می شود که در یکی از تکرارها نامعادلات مرحله ۶ برقرار گردند. با توجه به مراحل فوق فواید، فلوچارت حل مساله پخش بار با استفاده از روش نیوتون رافسون در شکل (۷-۶) رسم شده است.

### ۷-۹-۳ محاسبه و لتاژ در شین های کترل شده

در استفاده از روش نیوتون - رافسون نیز باید محدودیت میزان توان را کنیو شین های کترول شده را در نظر گرفت. برای این منظور در مرحله ۷ محاسبات (تشکیل ماتریس چاکوبین)، ابتدا لتاژ هر شین کترول شده را مساوی  $|V_i|$  قرار می دهیم. سپس مجدداً  $Q_i$  را

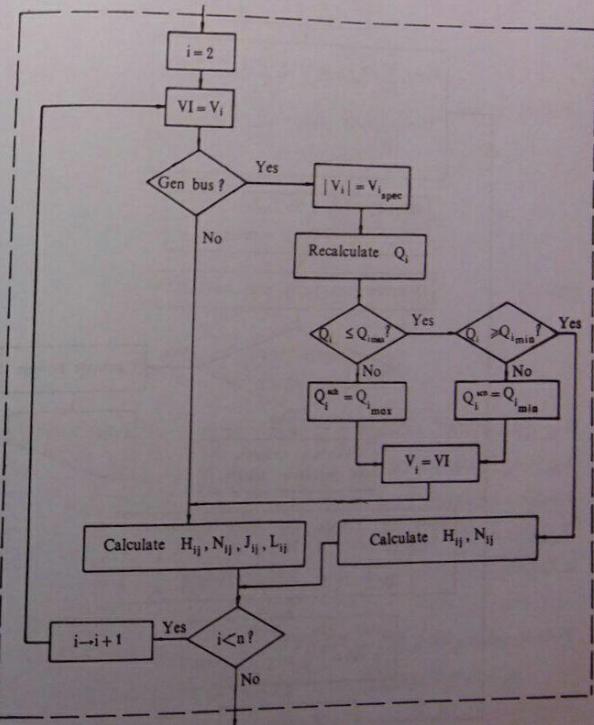
۲۵۰



شکل ۷-۶ فلوچارت حل مسأله پخش بار با استفاده از روش NR

$$Q_{i_{\min}} \leq Q_i \leq Q_{i_{\max}}$$

اگر Q<sub>i</sub> در محدوده قابل قبول فوق قرار گیرد |V<sub>i</sub>| همان V<sub>i\_spec</sub> است و یک سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H<sub>ij</sub> و N<sub>ij</sub> با استفاده از روابط مربوطه تشکیل می شود. در این حالت در محاسبات H<sub>ij</sub> و N<sub>ij</sub> باید از Q<sub>i</sub> جدید و V<sub>i</sub> استفاده نمود.



شکل ۷-۷ فلوچارت تشکیل ماتریس جاکوبین در روش NR

**مثال ۷-۲** در شکل (۷-۵) در صورتیکه  $P_u \leq Q_r \leq 0.95 P_u$  باشد، ولتاژ شین ها را از روش نیوتون - رافسون برای تکرار اول محاسبه کنید.

حل: ابتدا ماتریس  $Y_{bus}$  را تشکیل می دهیم:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 2-j\gamma & 0 & -2+j\gamma \\ 0 & 3-j\lambda & -3+j\lambda \\ -2+j\gamma & -3+j\lambda & 5-j\delta \end{bmatrix} P_u$$

سپس برای ولتاژها مقادیر زیر را تخمین می زنیم:

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ = 1 + j0 \quad P_u$$

$$V_r = 1 \angle 0^\circ = 1 + j0 \quad P_u$$

حال مقادیر  $a_{ij}$  و  $b_{ij}$  را برای  $i = 1, 2, 3$  و  $j = 1, 2, 3$  بدست می آوریم و محاسبه را برای تعیین  $a_{rr} = G_{rr}e_r - B_{rr}f_r = 0$

$$a_{rr} = G_{rr}e_r - B_{rr}f_r = 3 \times 1/0.5 = 3/1.5$$

$$= -\sqrt{(\gamma + \lambda/4 - 1)\Delta} = -\sqrt{\Delta} \quad \text{Pu}$$

$Q_r$  محاسبه شده در محدوده قابل قبول است، لذا شین ۲ در این تکرار شین کنترل شده است.  
حال مقادیر  $\Delta P_2$  و  $\Delta P_r$  را بدست می آوریم:

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r = 1/\Delta - 1/\Delta \cdot \Delta = 1/3425 \quad \text{Pu}$$

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r = -1/\lambda - (-1/\Delta) = -1/65 \quad \text{Pu}$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{sch} - Q_r = -1/\lambda - (-1/\Delta) = -1/4 \quad \text{Pu}$$

ماتریس جاکوبین برای این سیستم در تکرار اول بشرح زیر است:

$$J_{ac} = \begin{bmatrix} H_{rr} & H_{rr} & N_{rr} \\ H_{rr} & H_{rr} & N_{rr} \\ J_{rr} & J_{rr} & L_{rr} \end{bmatrix}$$

برای تعیین عناصر این ماتریس براساس روابط مرتبه داریم:

$$H_{rr} = -Q_r - |V_r|^T B_{rr} = -1/42 - (1/\Delta)^T (-\lambda) = \lambda/4$$

$$H_{rr} = a_{rr}f_r - b_{rr}e_r = -\lambda \times 1/\Delta = -\lambda/4$$

$$H_{rr} = a_{rr}f_r - b_{rr}e_r = -\lambda/4 \times 1 = -\lambda/4$$

$$H_{rr} = -Q_r - |V_r|^T B_{rr} = -1/4 - (1)^T (-1/\Delta) = 1/\Delta/4$$

$$J_{rr} = -a_{rr}e_r - b_{rr}f_r = -(-3/\Delta) \times 1 = 3/\Delta$$

$$J_{rr} = P_r - |V_r|^T G_{rr} = -1/\Delta - (1)^T \times \Delta = -\Delta/1\Delta$$

$$N_{rr} = a_{rr}e_r + b_{rr}f_r = -3 \times 1/\Delta = -3/\Delta$$

$$N_{rr} = P_r + |V_r|^T G_{rr} = -1/\Delta + (1)^T \times \Delta = 4/\Delta$$

$$a_{rr} = G_{rr}e_r - B_{rr}f_r = -3 \times 1 = -3$$

$$a_{rr} = G_{rr}e_r - B_{rr}f_r = -2 \times 1 = -2$$

$$a_{rr} = G_{rr}e_r - B_{rr}f_r = -3 \times 1/\Delta = -3/\Delta$$

$$a_{rr} = G_{rr}e_r - B_{rr}f_r = 5 \times 1 = 5$$

$$b_{rr} = G_{rr}f_r + B_{rr}e_r = 0$$

$$b_{rr} = G_{rr}f_r + B_{rr}e_r = -\lambda \times 1/\Delta = -\lambda/4$$

$$b_{rr} = G_{rr}f_r + B_{rr}e_r = \lambda \times 1/\Delta = \lambda/4$$

$$b_{rr} = G_{rr}f_r + B_{rr}e_r = -1/\Delta \times 1 = -1/\Delta$$

$$P_r = e_r \sum_{j=1}^r a_{rj} + f_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = e_r(a_{r1} + a_{rr} + a_{rr}) \\ = 1/\Delta(0 + 3/\Delta - 3) = -1/\Delta \cdot \Delta = -1 \quad \text{Pu}$$

$$P_r = e_r \sum_{j=1}^r a_{rj} + f_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = e_r(a_{r1} + a_{rr} + a_{rr}) \\ = (-2 - 3/\Delta + \Delta) = -1/\Delta \quad \text{Pu}$$

$$Q_r = f_r \sum_{j=1}^r a_{rj} - e_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = -e_r(b_{r1} + b_{rr} + b_{rr}) \\ = -1/\Delta(0 - \lambda/4 + \lambda) = -1/\Delta \quad \text{Pu}$$

$$Q_r = f_r \sum_{j=1}^r a_{rj} - e_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = -e_r(b_{r1} + b_{rr} + b_{rr})$$



V<sub>r</sub> = 0/0.92773 / -2/33° Pu

۷- مقایسه روش های گوس - سایدل و نیوتن - رافسون  
در ارزیابی و مقایسه روش های حل مساله پخش بار نکات زیر را باید در نظر گرفت:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_r \\ \Delta\delta_r \\ \frac{\Delta|V_r|}{|V_r|} \\ \frac{\Delta|V_r|}{|V_r|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11/65625 & -11/25 & 5/625 & -4/5 \\ -11/25 & 16/25 & -4/5 & 7/5 \\ -4/5 & 4/5 & 13/65625 & -11/25 \\ 4/5 & -8/5 & -11/25 & 13/75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/0.375 \\ -1/5 \\ -0/0.40625 \\ 0/25 \end{bmatrix}$$

$\Delta\delta_r = 0/0.5044 \text{ rad} = 2/89^\circ$

$\Delta\delta_r = -0/0.407 \text{ rad} = -2/33^\circ$

$\frac{\Delta|V_r|}{|V_r|} = -0/0.584$

$\frac{\Delta|V_r|}{|V_r|} = -0/0.7227$

و در آنها، مقادیر جدید  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, |V_r|$  را محاسبه می کنیم:

$\Delta|V_r| = -0/0.584 \times 1/125 = -0/0.657 \text{ Pu}$

$\Delta|V_r| = -0/0.7227 \times 1 = -0/0.7227 \text{ Pu}$

$\delta_1^{(0)} = +2/89^\circ = 2/89^\circ$

$\delta_2^{(0)} = -2/33^\circ = -2/33^\circ$

$|V_r|^{(0)} = 1/125 - 0/0.657 = 1/0.593 \text{ Pu}$

$|V_r|^{(0)} = 1 - 0/0.7227 = 0/0.92773 \text{ Pu}$

بنابراین در پایان تکرار اول و لتاژ های محاسبه شده عبارتند از:

$V_r = 1 \angle 0^\circ \text{ Pu}$

در بسیاری از محاسبات، برای پائین آوردن زمان انجام محاسبات، می توان چند نت کار اول را با روش GS انجام داد و سپس نتایج حاصله را بعنوان حدس های اولیه برای روش نیوتون - رافسون مورد استفاده قرار داد.

#### ۷-۱۱ روش Decoupled در حل مساله پخش بار

سیستم های قدرت الکتریکی در حین کار عادی ممکن است با شرایط اضطراری از قبیل خروج واحد های ژنراتوری، تغییر ناگهانی بار، قطع شدن خطوط و غیره مواجه شوند. نتایر اختلالات فوق الذکر باید در فاصله زمانی بسیار کوتاه بررسی شود و تابع آن جهت تعیین روش مواجهه با این اختلالات مورد استفاده قرار گیرد. تشخیص بهنگام<sup>۱</sup> شرایط عملکرد واقعی یک سیستم با استفاده از سیستم های ابزار دقیق گسترده ای انجام می شود که کار جمع آوری اطلاعات، تحلیل اینمی سیستم و ارزیابی شرایط اضطراری را با استفاده از روش های پخش بار سریع انجام می دهد. برای خروج یک ژنراتور و یا تغییر بار، بردار قدرت شین ها اصلاح می شود، و برای خروج یک خط یا ترانسفورماتور، ماتریس  $Y_{bus}$  ترمیم می گردد. سپس با استفاده از پخش بار سریع، ولتاژ شین ها، قدرت جاری در خطوط و قدرت تولیدی ژنراتور محاسبه می شوند. دقت محاسبات در روش های سریع پخش بار در مقایسه با پخش بار عادی کمتر است، لیکن تعیین پاسخ شرایط اضطراری در چند ثانیه با خطای حدود ۵ درصد به پاسخ دقیق در زمان یک یا دو دقیقه ارجحیت دارد. حال به بررسی روش Decoupled می پردازم.

چنانچه بین د نقطه A و Z از یک سیستم قدرت، راکتس X قرار گرفته باشد، در مباحث فصل پنجم و همچنین فصل چهارم (خطوط انتقال) دیدیم که قدرت های اکتیو و راکتیو جاری از نقطه A بطرف نقطه Z تقریباً برابرند با:

$$P_{ij} = \frac{|V_i||V_j|}{X} \sin \delta = P_{\max} \sin \delta \quad (7-54)$$

$$Q_{ij} = \frac{|V_i||V_j|}{X} (|V_i| - |V_j| \cos \delta) = \frac{|V_i|}{X} \Delta V \quad (7-55)$$

#### 1. On Line

از طرف دیگر نشان می دهند. استقلال دو کانال P و Q در یک سیستم بهم پیوسته با بکار بردن تقریب هایی در روابط پخش بار قابل بررسی است و برای بررسی دقیق میزان این استقلال باید محاسبه پخش بار را در توان های اکتیو و راکتیو مختلف انجام داد. تابع تجزیی پخش بار در حالت های مختلف نشان می دهد که P و Q بمعیان زیادی بهم وابسته بوده و در یک کانال کنترل می شوند و تغییرات Q و  $|V|$  تأثیر زیادی روی آنها ندارد. همچنین Q و  $|V|$  نیز وابستگی زیادی بیکدیگر داشته و با تغییرات p و  $\delta$  چندان تغییری نمی کنند. در روش Decoupled با توجه به ارتباط ضعیف کانال های P و Q از تأثیر این دو کانال بر یکدیگر صرف نظر می گردد.

روش نیوتون - رافسون برآسانس رابطه زیر بنا شده است:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix} \quad (7-56)$$

این رابطه را بصورت زیر تفکیک می کنیم:

$$\Delta P = H\Delta\delta + N \frac{\Delta |V|}{|V|} \quad (7-57)$$

$$\Delta Q = J\Delta\delta + L \frac{\Delta |V|}{|V|} \quad (7-58)$$

با توجه به مستقل بودن P از  $|V|$  و همچنین Q از  $\delta$  داریم:

$$N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} |V_j| \equiv 0$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \equiv 0$$

بنابراین ماتریس های N و L نیز تقریباً برابر صفر هستند و روابط (7-57) و (7-58) به این صورت بیان می شوند:

$$\Delta P = H\Delta\delta \quad (7-59)$$

$$\Delta Q = L \frac{\Delta |V|}{|V|}$$

(۷-۶۰)

$$\delta_r^{(1)} = -2/5^\circ = -2/5^\circ$$

$$|V_r|^{(1)} = 1 - 0.274 = 0.9726 \text{ Pu}$$

### ۷-۱۲ روش Fast - Decoupled در حل مساله پخش بار

علاوه بر آنچه در روش Decoupled ذکر شد، با افزایش تقریب محاسبات در هر تکرار، سرعت محاسبات را می‌توان افزایش داد. در این روش به علت اختلاف ناچیز در زاویه‌های ولتاژ، معادلات به صورت زیر درمی‌آیند:

$$\delta_i - \delta_j \equiv 0$$

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \cong -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} = -|V_i| |V_j| B_{ij} \quad (7-61)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \cong |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin \phi_{ij} - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \phi_{ii}$$

و یا:

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \cong -|V_i|^2 B_{ii} \quad (7-62)$$

بهمین ترتیب برای مشتقات توان را کنیو نسبت به ولتاژها داریم:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \cong -|V_i| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} = -|V_i| B_{ij}$$

$$L_{ij} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| |V_j| B_{ij} \quad (7-63)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cong -\sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} - |V_i| |Y_{ii}| \sin \phi_{ii}$$

حال به جای حل معادله (۷-۵۶)، دو معادله (۷-۵۷) و (۷-۶۰) را مجزا از یکدیگر و هر کدام را از روش نیوتون - رافسون حل می‌کنیم. با این کار ضمن اینکه بطور قابل ملاحظه‌ای سرعت محاسبات افزایش می‌یابد، حجم حافظه لازم جهت ذخیره سازی متغیرها کاهش خواهد یافت، در عوض جوابهای بدست آمده از دقت کمتری برخوردار هستند.

مثال ۷-۴ مثال (۷-۲) را با استفاده از روش Decoupled حل کنید.

حل: با استفاده از معادلات (۷-۵۹) و (۷-۶۰) داریم:

$$H \Delta \delta = \Delta P$$

$$\begin{bmatrix} 1/4 & -1/4 \\ -1/4 & 15/4 \end{bmatrix} \Delta \delta_r = \begin{bmatrix} 1/3425 \\ -1/65 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \delta_r = 0.116 \text{ rad} = 6.5^\circ$$

$$\Delta \delta_r = -0.439 \text{ rad} = -2.5^\circ$$

$$L \frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = \Delta Q$$

$$14/5 \frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0.4$$

$$\frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0.274$$

$$\Delta |V_r| = -0.274 \times 1 = -0.274 \text{ Pu}$$

$$\delta_r^{(1)} = +6.5^\circ = 6.5^\circ$$

در اینجا با توجه به اینکه معادلات فوق خطی می باشند، نیازی به استفاده از روش های مبتنی بر تکرار نمی باشد. با بدست آمدن زاویه ولتاژ شین ها، توان اکتسیو خطوط از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$P_{ij} = \operatorname{Re} \left[ V_i \left( \frac{V_i - V_j}{R + jX} \right)^* \right]$$

از آنجاییکه  $V_i = 1/\underline{\delta}_i$  و  $V_j = 1/\underline{\delta}_j$  هستند، خواهیم داشت:

$$P_{ij} \cong \operatorname{Re} \left[ 1/\underline{\delta}_i \left( \frac{1/\underline{\delta}_i - 1/\underline{\delta}_j}{jX} \right)^* \right]$$

$$= \frac{\sin(\underline{\delta}_i - \underline{\delta}_j)}{X}$$

و چون  $\underline{\delta}_i - \underline{\delta}_j = \delta_i - \delta_j$  ، داریم:

$$P_{ij} = \frac{\delta_i - \delta_j}{X} \quad (7-67)$$

باید دقت نمود که در معادلات (7-66) و (7-67) زوایای  $\delta$  بر حسب رادیان می باشند.

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cong -|V_i| B_{ii}$$

$$L_{ii} = |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i|^2 B_{ii} \quad (7-64)$$

و یا:

استفاده از معادلات (7-61) تا (7-64) حجم محاسبات را برای تعیین ماتریس جاکوبین نسبتاً کم می کند و در نتیجه میزان قابل توجهی از حجم محاسبات کم می شود.

### ۷-۱۳ پخش بار DC

اگر هدف از انجام پخش بار تعیین مقدار تقریبی توان اکتسیو خطوط باشد، خصوصاً هنگامی که لازم باشد این مقادیر بسیار سریع تعیین شوند، از روش DC استفاده می کنیم. در این روش بعلت کوچک بودن مؤلفه حقیقی امپدانس خطوط از آن صرفنظر می شود. در نتیجه:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j) \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (7-65)$$

چون  $\underline{\delta}_i - \underline{\delta}_j$  بسیار کوچک است لذا داریم:

$$\sin(\delta_i - \delta_j) \cong \delta_i - \delta_j$$

همچنین با توجه به اینکه دامنه ولتاژ شین ها تقریباً ۱ است، معادله (7-65) را می توان به این صورت نوشت:

$$P_i = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| (\delta_i - \delta_j) \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (7-66)$$

در معادله اخیر  $P_1, P_2, \dots, P_n, \delta_1, \dots, \delta_n$  مجهول هستند. بنابراین  $n-1$  معادله با  $n-1$  مجهول در دسترس می باشد که با حل این معادلات،  $\delta_1, \dots, \delta_n$  بدست خواهد آمد.

#### 1. DC Load Flow

ب- استفاده از روش DC، زاویه ولتاژ شین ها و همچنین قدرت اکتیو خطوط را محاسبه کنید. سپس توازن قدرت در شین ها را بررسی کرده و میزان دقت پخش بار DC را مورد مطالعه قرار دهید.

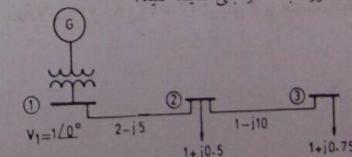
## مسائل فصل هفت

۷-۱ در مثال (۷-۱) در ادامه تکرار دوم ولتاژ های  $V_1$  و  $V_2$  را محاسبه کنید. سپس محاسبه ولتاژ های تکرار سوم از روش GS ادامه دهید.

۷-۲ در مثال (۷-۲) آگر  $P_u \leq Q_u \leq 1/2 P_u$  باشد، با دو بار تکرار از روش نیوتون - رافسون ولتاژ شین ها را محاسبه کنید. سپس قدرت جاری در خطوط انتقال را محاسبه نماید و با بررسی توازن قدرت در هر شین در صد صحت جوابها بعد از دو تکرار را مطالعه نماید.

۷-۳ مساله (۷-۲) را از روش Decoupled نیوتون - رافسون با دو بار تکرار حل کنید و نتایج را با مساله (۷-۲) از نظر دقت جوابها مقایسه نماید. ملاک دقت محاسبات را توازن قدرت در شین ها در نظر بگیرید.

۷-۴ در شکل (۷-۹) ولتاژ شین ها را با دو بار تکرار از روش GS بدست آورده و  $\Delta V_{max}$  در انتهای تکرار دوم محاسبه کنید. اگر از ضرب تسریع  $\alpha = 1/4$  استفاده شود در پایان تکرار دوم  $\Delta V_{max}$  را بدست آورده با مقدار قبلی مقایسه کنید.



شکل ۹ مربوط به مساله (۷-۹)

۷-۵ سیستم قدرت مساله (۷-۴) را از روش Decoupled نیوتون - رافسون با دو تکرار حل کنید و  $\delta_1$  و  $\delta_2$  و  $|V_1|$  را بدست آورید. از مقاومت اهمی خطوط صرفنظر کنید.

۷-۶ سیستم قدرتی با ۴ شین مثال بزنید و محاسبات زیر را در مورد آن انجام دهید:  
الف- با استفاده از روش Fast Decoupled ولتاژ شین ها و زاویه های ولتاژ را بدست آورید (دو بار تکرار کافی است)

