

# طراحی سازه های بتونی

---

بر اساس ACI-318-2019 و مبحث نهم ویرایش ۱۳۹۹



ویرایش سوم

تابستان ۹۹

---

مسعود حسین زاده اصل

# بنام خدا

## فهرست مطالب

۱	۱- مقدمه
۲	۲- مشخصات بتن
۲	۲-۱- مقاومت فشاری بتن
۷	۲-۲- تبدیل مقاومت نمونه های بتنی
۸	۲-۳- نمودار تنش کرنش فشاری بتن
۹	۲-۴- مدول الاستیسیته بتن
۱۰	۲-۵- مقاومت کششی بتن
۱۲	۲-۶- تاثیر بارگذاری چند محوره
۱۵	۲-۷- مشخصات میلگرد
۱۷	۲-۸- خزش
۱۹	۲-۹- افت و حرارت
۲۰	۳- خمش
۲۰	۳-۱- طراحی تیر
۲۵	۳-۲- دلایل استفاده از ضربی اطمینان
۲۷	۳-۳- لنگر وارد بر تیر تحت بارهای ثقلی و لرزه ای
۲۸	۳-۴- سازه های بتنی
۲۹	۳-۵- پوشش بتن
۳۰	۳-۶- تحلیل و ضربی ترک خوردگی
۳۴	۳-۷- مکانیزم تحمل خمش در تیرهای بتنی
۳۶	۳-۸- لنگر مقاوم ترک خوردگی (Mcr)
۴۴	۳-۹- لنگر الاستوپلاستیک مقطع
۴۹	۳-۱۰- لنگرنهایی مقطع
۴۹	۳-۱۱- بلوك معادل تنش ویتنی (Whitney Stress Block)
۵۲	۳-۱۲- محاسبه محل تار خنثی تحت لنگرنهایی
۵۴	۳-۱۳- ظرفیت خمشی مقطع کم فولاد
۶۱	۳-۱۴- حداکثر فولاد کششی مجاز در تیرها
۷۵	۳-۱۵- تعاریف قراردادی برای هندسه تیر بتنی
۷۶	۳-۱۶- ضربی کاهش مقاومت خمشی
۸۱	۳-۱۷- طراحی تیرهای بتنی
۸۳	۳-۱۸- حداقل فولاد کششی
۸۵	۳-۱۹- حداقل فاصله بین میلگردهای طولی
۸۶	۳-۲۰- تاثیر فولاد فشاری
۹۷	۳-۲۱- مقاطع T شکل

۱۰۸.....	- برش.....۴
۱۱۱.....	-۱- ترکیب برش و خمش در تیر ساده تحت بار گسترد...۴
۱۱۴.....	-۲- مسیر تنشهای کششی و فشاری در تیر.....۴
۱۱۵.....	-۳- نحوه انتقال برش .....۴
۱۱۷.....	-۴- مقاومت برشی تیر بتنی ترک خورده.....۴
۱۱۸.....	-۵- روابط آیین نامه برای محاسبه مقاومت برشی بتن.....۴
۱۲۵.....	-۶- مقاومت برشی آرماتورهای عرضی.....۴
۱۳۱.....	-۷- مقطع بحرانی کنترل برش.....۴
۱۳۲.....	-۸- فواصل آرماتورهای عرضی.....۴
۱۳۳.....	-۹- حداقل حجم آرماتور برشی.....۴
۱۳۵.....	-۱۰- حداکثر حجم آرماتور برشی.....۴
۱۴۴.....	-۱۱- تیرهای عمیق.....۴
۱۴۵.....	-۱۲- ضوابط لرزه ای تیرها.....۵
۱۴۵.....	-۱- لنگر خمشی محتمل.....۵
۱۴۷.....	-۲- محاسبه نیروی برشی تیرهای قابهای خمشی بر اساس ظرفیت خمشی.....۵
۱۴۹.....	-۳- ضوابط طراحی برشی تیرهای با شکل پذیری متوسط.....۵
۱۵۱.....	-۴- ضوابط طراحی برشی تیرها و ستونها با شکل پذیری ویژه.....۵
۱۵۵.....	-۵- ضوابط مقاومت خمشی در طول تیر.....۵
۱۵۶.....	-۶- فواصل آرماتورهای عرضی در ابتدا و انتهای تیر و شکل آنها.....۵
۱۵۸.....	-۷- ضوابط خاموت در محل وصله ها در تیرهای با شکل پذیری ویژه.....۵
۱۵۹.....	-۸- مهار جانبی آرماتورهای طولی در تیرهای ویژه.....۵
۱۷۰.....	-۹- مهار آرماتورها.....۶
۱۷۴.....	-۱۰- پیوستگی مهاری.....۶
۱۷۶.....	-۱۱- طول مهار میلگردهای کششی.....۶
۱۸۱.....	-۱۲- طول مهار میلگردهای فشاری.....۶
۱۸۳.....	-۱۳- طول مهار گروه میلگرد.....۶
۱۸۴.....	-۱۴- قلاب انتهای میلگرد.....۶
۱۸۶.....	-۱۵- طول مهار میلگردهای کششی با قلاب.....۶
۱۹۰.....	-۱۶- ضوابط خاموت های اطراف میلگردهای انتهایی در تیرهای طره.....۶
۱۹۴.....	-۱۷- نقطه قطع تئوریک و عملی میلگردهای خمشی.....۶
۱۹۷.....	-۱۸- قطع میلگردها در ناحیه کششی.....۶
۱۹۸.....	-۱۹- پیوستگی خمشی.....۶
۱۹۹.....	-۲۰- تاثیر ترک ها بر تنشهای فولاد و بتن.....۶
۲۰۰.....	-۲۱- نحوه منظور کردن پیوستگی خمشی در آیین نامه .....۶
۲۰۴.....	-۲۲- وصله میلگردها.....۷

۱-۷	- انواع وصله.....
۲۰۴	
۲-۷	- وصله پوششی میلگرد کششی (Tension lap splice).....
۲۰۵	
۳-۷	- وصله اعضاي کششی.....
۲۱۰	
۴-۷	- وصله پوششی میلگرد فشاری (Compression lap splice).....
۲۱۱	
۵-۷	- وصله مکانیکی و جوشی.....
۲۱۱	
۸	- پیچش.....
۲۱۵	
۱-۸	- پیچش تعادل و پیچش همسازی.....
۲۱۵	
۲-۸	- ترک های پیچشی.....
۲۱۶	
۳-۸	- شرط صرف نظر کردن از لنگر پیچشی.....
۲۱۶	
۴-۸	- حداکثر نیروی پیچشی در مقطع.....
۲۱۸	
۵-۸	- مقاومت پیچشی خاموت ها.....
۲۱۸	
۶-۸	- محدودیت خاموت های پیچشی.....
۲۱۹	
۷-۸	- آرماتورهای پیچشی طولی.....
۲۱۹	
۸-۸	- پیچش سازگاری.....
۲۲۹	
۹	- ستونهای کوتاه.....
۲۳۱	
۱-۹	- تاثیر محصور کردن بتن.....
۲۳۱	
۲-۹	- ضوابط مهار میلگردهای طولی ستون.....
۲۳۵	
۳-۹	- مقایسه دوربیچ با تنگ بسته.....
۲۳۷	
۴-۹	- فواصل تنگ - ستونهای با شکل پذیری متوسط.....
۲۳۸	
۵-۹	- ضوابط تنگ ها در ستونهای با شکل پذیری ویژه.....
۲۳۹	
۶-۹	- ضوابط فاصله دوربیچ ها در ستونهای گرد.....
۲۵۰	
۷-۹	- حداقل فاصله میلگردهای طولی در ستونهای تنگ دار و ماربیچ.....
۲۵۵	
۸-۹	- حداقل تعداد میلگردهای طولی اعضاي فشاری.....
۲۵۷	
۹-۹	- محدودیت حداقل و حداكل درصد میلگرد طولی در اعضاي فشاری.....
۲۵۸	
۱۰-۹	- محدودیت ابعاد مقطع ستون.....
۲۶۰	
۱۱-۹	- میلگردهای انتظار خم شده.....
۲۶۴	
۱۰	- مقاومت فشاری ستونهای کوتاه.....
۲۶۵	
۱۱	- استخراج منحنی اندر کنش.....
۲۶۹	
۱۱-۱۱	- مرکز پلاستیک.....
۲۶۹	
۱۱-۱۱	- منحنی اندر کنش.....
۲۷۰	
۱۲	- خمس دو محوره همراه با نیروی محوری.....
۲۷۹	
۱-۱۲	- روش سازگاری کرنش.....
۲۷۹	
۲-۱۲	- روش بار معکوس.....
۲۸۱	
۳-۱۲	- منحنی های هم بار.....
۲۸۲	
۴-۱۲	- روش منحنی هم بار PCA.....
۲۸۳	

۱۳- ستونهای لاغر.....	۲۸۶
۱۴- ضریب K.....	۲۸۸
۱۵- تاثیر لاغری بر لنگر داخلی ستون.....	۲۹۲
۱۶- تاثیر سرعت بارگذاری و خزش.....	۲۹۳
۱۷- تفاوت $P\Delta$ و $P\delta$ .....	۲۹۸
۱۸- شرط صرف نظر کردن از اثرات لاغری ستون.....	۲۹۹
۱۹- قاب با حرکت جانبی و بدون حرکت جانبی.....	۳۰۳
۲۰- تشدید لنگر در قابهای مهار شده ( $Q < 0.05$ ):.....	۳۰۴
۲۱- تشدید لنگر در قابهای مهار نشده ( $Q > 0.05$ ):.....	۳۰۶
۲۲- مراحل طراحی ستونهای لاغر.....	۳۰۹
۲۳- مثال -ستون لاغر مهار شده.....	۳۱۱
۲۴- مثال -ستون لاغر مهار نشده.....	۳۱۷
۲۵- تیر ضعیف- ستون قوی.....	۳۲۴
۲۶- چشمeh اتصال.....	۳۲۷
۲۷- خیز تیرها.....	۳۳۵
۲۸- روش اول: کنترل غیر مستقیم خیز.....	۳۳۵
۲۹- روش دوم: محاسبه دقیق خیز.....	۳۳۶
۳۰- دالها.....	۳۴۸
۳۱- دال یک طرفه و دو طرفه.....	۳۴۹
۳۲- کنترل خیز در دالها....	۳۵۳
۳۳- آرماتور افت و حرارت در دالها.....	۳۵۸
۳۴- آرماتور برشی در دالها.....	۳۶۱
۳۵- تحلیل دالهای یک طرفه به روش ضرایب لنگر و برش.....	۳۶۲
۳۶- دالهای دو طرفه.....	۳۶۶
۳۷- روش طراحی مستقیم.....	۳۶۷
۳۸- روش قاب معادل.....	۳۸۱
۳۹- ضوابط تکمیلی دالها.....	۳۸۲
۴۰- پیچش در گوشه های دالها.....	۳۸۲
۴۱- برش دو طرفه در دالها و پی ها.....	۳۸۳
۴۲- انتقال لنگر نامتعادل در دالهای بدون تیر.....	۳۹۸
۴۳- کنترل عرض ترک در تیرها.....	۴۰۳
۴۴- پی.....	۴۰۴
۴۵- پی- مقطع بحرانی خمش و برش.....	۴۰۵
۴۶- حداقل فولاد کششی در پی .....	۴۰۶
۴۷- طراحی تیرچه بلوك.....	۴۰۸

۴۰۸.....	۱-۲۴	ضوابط نشریه ۵۴۳
۴۱۰.....	۲-۲۴	- محاسبه بار گستردہ وارد بر تیرچه.
۴۱۲.....	۳-۲۴	- کنترل ابعاد هندسی تیرچه ها.
۴۱۴.....	۴-۲۴	- کنترل دال بتنی ۵ سانتیمتری برای خمش.
۴۱۶.....	۵-۲۴	- کنترل دال بتنی ۵ سانتیمتری برای برش پانچ.
۴۱۷.....	۶-۲۴	- آرماتور افت و حرارت.
۴۱۹.....	۷-۲۴	- مساحت آرماتورهای کششی
۴۲۰.....	۸-۲۴	- آرماتور فوقانی (بالایی).
۴۲۰.....	۹-۲۴	- آرماتور منفی
۴۲۰.....	۱۰-۲۴	- کلاف میانی
۴۲۱.....	۱۱-۲۴	- آرماتور عرضی
۴۲۳.....	۱۲-۲۵	- کنترل خیز تیرچه
۴۲۳.....	۱-۲۵	- روش تقریبی
۴۲۴.....	۲-۲۵	- محاسبه دقیق خیز تیرچه توسط نرم افزار SAFE
۴۳۴.....	۳-۲۵	- محاسبه خیز دقیق بر اساس روش ACI209
۴۵۰.....	۴-۳	دیوار برشی
۴۵۱.....	۴-۲۵	- ابعاد
۴۵۳.....	۵-۲۵	- حداقل ضخامت دیوار برشی
۴۵۵.....	۶-۲۵	- مدلسازی دیوار
۴۵۷.....	۷-۲۵	- ضرایب ترک خوردگی دیوارها
۴۵۸.....	۸-۲۵	- سختی خارج از صفحه دیوار (m11, m22, m12)
۴۵۹.....	۹-۲۵	- کنترل ترک خوردگی دیوار
۴۶۰.....	۱۰-۲۵	- ستونهای سرکله دیوار
۴۶۱.....	۱۱-۲۵	- همپوشانی ستون سرکله دیوار
۴۶۲.....	۱۲-۲۵	- مقاومت برشی دیوارهای با ستون سرکله دیوار
۴۶۳.....	۱۳-۲۵	- استفاده از wall stack جهت ترسیم دیوار برشی
۴۶۵.....	۱۴-۲۵	- اصلاح وزن المان های دیوار
۴۶۶.....	۱۵-۲۵	- کنترل ترک خوردگی دیوار
۴۶۸.....	۱۶-۲۵	- تنظیم پارامترهای طراحی
۴۶۹.....	۱۷-۲۵	- انتخاب روش طراحی
۴۷۲.....	۱۸-۲۵	- حداقل و حداکثر درصد میلگرد در دیوار برشی
۴۷۷.....	۱۹-۲۵	- محل قطع عملی میلگرد قائم دیوار
۴۷۸.....	۲۰-۲۵	- محل وصله در نواحی مرزی
۴۸۰.....	۲۱-۲۵	- وصله میلگردهای افقی دیوار برشی
۴۸۱.....	۲۲-۲۵	- آرماتور عرضی (سنچاق) در جان دیوار

۴۸۴	- در چه دیوارهایی استفاده از جزء مرزی الزامی است	۲۳-۲۵
۴۸۷	- ابعاد اجزاء مرزی	۲۴-۲۵
۴۹۲	- حجم و جزئیات تنگها در اجزای مرزی	۲۵-۲۵
۴۹۸	- فواصل تنگها در مواردی که نیاز به جزء مرزی نیست	۲۶-۲۵
۵۰۰	- مهار میلگردهای افقی دیوار برشی در داخل المان مرزی	۲۷-۲۵
۵۰۱	- تغییرات مربوط به طراحی برشی دیوار	۲۸-۲۵
۵۰۴	- کنترل ضابطه ۲۵ درصد	۲۹-۲۵
۵۱۵	- کنترل ضابطه ۵۰ درصد	۳۰-۲۵
۵۱۹	- نکات خاص بازشو در دیوار	۳۱-۲۵
۵۲۳	- طراحی تیرهای کوتاه رابط بین ستون و دیوار	۳۲-۲۵
۵۲۴	- کنترل برش پانچ در دیوار برشی	۳۳-۲۵
۵۲۷	- اندرکنش دیوار و قاب	۳۴-۲۵
۵۲۸	- نکات اتصال دیوار برشی بتنی به ستونهای فولادی	۳۵-۲۵
۵۳۳	- نکات مهم مربوط به ستون فولادی غیر مدفعون:	۳۶-۲۵
۵۳۴	- تیر همبند (Coupling beam)	۳۷-۲۵

## ۱- مقدمه

این جزو را جهت تدریس درس سازه های بتن آرمه ۱ و ۲ در دانشکده عمران دانشگاه تبریز تهیه کرده ام. مطالب بر اساس ACI-318-19 و مبحث نهم ویرایش پنجم (۱۳۹۹) نگاشته شده است. همراه با این جزو دانشجویان بهتر است مراجع زیر را نیز مطالعه نمایند:

- 1- "Reinforced Concrete Mechanics and Design", James K. Wight, 2016
- 2- "Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings", Jack Moehle, 2014
- 3- ACI 318-19 (2019). Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary.
- 4- مبحث نهم مقررات ملی ساختمان، ویرایش پنجم

برخی از ویژگی های مهم فولاد و بتن به شرح زیر می باشد:

- ۱- فولاد و بتن چسبندگی خوبی با هم دارند.
- ۲- ضریب انبساط حرارتی آنها تقریباً یکی می باشد. بنابراین در صورت تغییر درجه حرارت محیط همراه با هم افزایش یا کاهش طول می دهند.
- ۳- بتن محافظت خوبی در برابر آتش سوزی و خوردگی برای فولاد است.
- ۴- مقاومت کششی پایین بتن و کمانش میلگردها: بتن (و تمامی مواد خاکی و سنگی) در برابر کشش ضعیف است و بنابرین بتن را همراه با فولاد استفاده می کنند تا زمانی که کشش داریم فولاد به کمک بتن آید و کشش را تحمل کند (به عبارتی ترک های کششی را بدوزد و مانع باز شدن ترک ها شود). از طرفی میلگرد تنهای نیز در برابر فشار ضعیف است چون اگر نیروی فشاری به آن وارد کنیم کمانش می کند. با مدفن شدن آرماتور در بتن، وقتی فشار به مقطع وارد شود بتن یک مهار جانبی برای فولاد ایجاد کرده مانع کمانش آن می شود (البته تنگها در انجام این وظیفه موثر هستند که بدان اشاره خواهد شد).

## ۱-۲- مقاومت فشاری بتن

- مقاومت فشاری بتن بیش از مقاومت کششی آن است. بتن در کشش ضعیف است و در عمدۀ موارد در طراحی از مقاومت کششی بتن صرف نظر میشود.
- مقاومت فشاری بتن یکی از مشخصه های مهم بتن میباشد که در طراحی بدان توجه خاصی میشود.
- برای اندازه گیری مقاومت فشاری بتن عموماً از نمونه های استوانه ای و یا مکعبی استفاده می شود.



رده بندی بتن بر اساس بند زیر انجام میشود. برای مثال اگر نتایج آزمایشگاهی نشان دهند که مقاومت فشاری بتن مورد نظر برابر  $25 \text{ MPa}$  بددست آمده است، خواهیم گفت رده بتن  $C25$  می باشد.

پیش نویس آبا، جلد دوم (۱۳۹۹)

### ۳-۵ رده بندی بتن

۱-۳-۵ رده بندی بتن بر اساس مقاومت مشخصه  $28$  روزه

بتن تعریف می شود. این رده بندی به ترتیب زیر می باشد:

$C10, C12, C16, C20, C25, C30, C35, C40, C45, C50, C55, C60, C65, C70$ .

اعداد بعد از حرف  $C$ ، بیانگر مقاومت مشخصه  $28$  روزه استوانه ای بتن بر حسب مگاپاسکال (نیوتون بر میلی متر مربع) است.

بتن های مورد استفاده در بتن آرمه معمولاً رده های  $C20$  و  $C25$  بالاتر، و در بتن پیش تنیده  $C35$  و بالاتر می باشد.

- مبنای طراحی و محاسبه مقاومت اعضا مقاومت مشخصه بتن می باشد.
- مقاومت مشخصه مربوط به مقاومت بتن  $28$  روزه می باشد.
- نمونه استاندارد برای اندازه گیری مقاومت فشاری بتن نمونه استوانه ای به قطر  $150 \text{ mm}$  و ارتفاع  $300 \text{ mm}$  می باشد (شکل زیر).
- (اگر از نمونه مکعبی استفاده شود باید نتایج با ضرایب تبدیل معادل سازی شوند).

پیش نویس آبا، جلد دوم (۱۳۹۹)

### ۱-۲-۵ مقاومت فشاری مشخصه بتن

۱-۱-۲-۵ مقاومت فشاری مشخصه بتن، مقاومتی است که حداقل حدود  $10$  درصد مقاومت های اندازه گیری شده بتن سازه، روی نمونه های عمل آوری شده در شرایط استاندارد، می تواند از آن کمتر باشد.

۲-۱-۲-۵ مقاومت فشاری مشخصه بتن، با آزمایش آزمونه های استوانه ای به قطر اسمی  $150$  یا  $100$  میلی متر و با ارتفاع به ترتیب  $300$  یا  $200$  میلی متر منطبق بر استاندارد ملی  $1608-1$  که طبق استانداردهای زیر تهیه و نگهداری شده و در سن  $28$  روزه آزمایش می شود، تعیین می گردد.



نمودار زیر نمودار تنش کرنش مربوط به بتن های با مقاومت فشاری متفاوت را نشان میدهد.

محور قائم نمودار تنش فشاری وارد بر بتن و محور افقی کرنش نمونه را نشان می دهد.

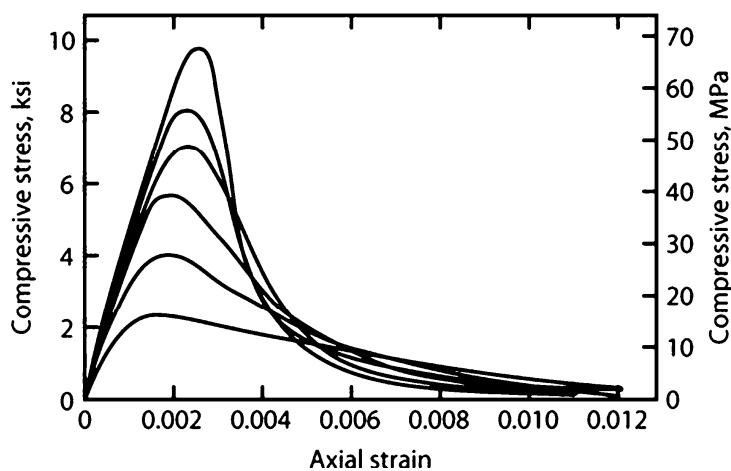
- با افزایش مقاومت فشاری بتن شیب اولیه نمودار (مدول الاستیسیته اولیه) افزایش می یابد.

کرنش مربوط به نقطه اوج مقاومت فشاری نمونه ها ( $\epsilon_0$ ) با افزایش مقاومت فشاری بتن، "اندکی" افزایش میابد.

با افزایش مقاومت بتن، شیب نزولی نمودار افزایش میابد.

کرنش نهایی بتن ( $\epsilon_{cu}$ ) با افزایش مقاومت فشاری بتن، کاهش میابد.

شكل پذیری بتن های با مقاومت کمتر بیشتر از شکل پذیری بتن های با مقاومت بالا می باشد.



### سراسری ۸۱

چنانچه در منحنی تنش کرنش بتن، کرنش نظیر مقاومت فشاری بتن ( $f'_c$ ) را با  $\epsilon_0$  و کرنش نظیر نقطه شکست بتن را با  $\epsilon_{cu}$  نمایش دهیم  
در رابطه با افزایش مقاومت فشاری بتن کدام اظهار نظر صحیح است؟

(۱)  $\epsilon_0$  و  $\epsilon_{cu}$  هر دو افزایش می یابند      (۲)  $\epsilon_0$  و  $\epsilon_{cu}$  هر دو کاهش می یابند.

(۳) تغییر محسوس در  $\epsilon_0$  و  $\epsilon_{cu}$  روی نمی دهد.      (۴)  $\epsilon_0$  تقریباً ثابت باقی مانده و  $\epsilon_{cu}$  کاهش می یابد.

گزینه ۴

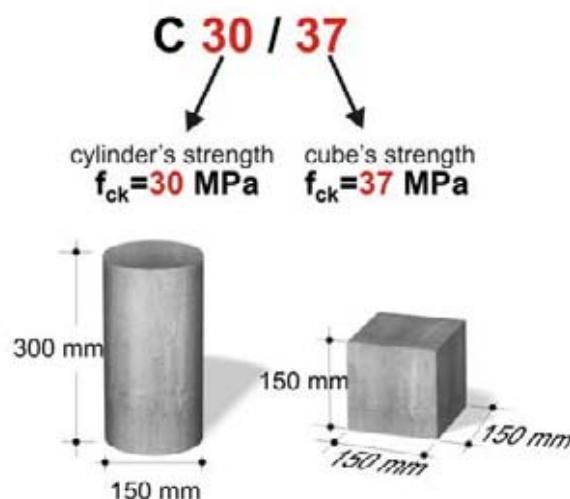
## ۱-۱-۲- تاثیر شکل نمونه بر مقاومت فشاری بتن

کدامیک از نمونه های بتنی زیر هنگام آزمایش مقاومت فشاری بیشتری از خود نشان خواهد داد؟

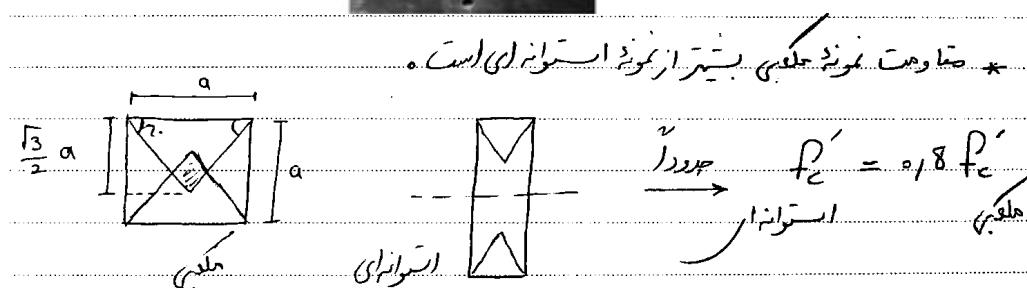
۱- نمونه بتنی استوانه ای به قطر ۱۵۰ mm و ارتفاع ۳۰۰ mm

۲- نمونه مکعبی به ابعاد ۱۵۰ mm

پاسخ: نمونه مکعبی



- علت: صفحات فلزی در دو انتهای نمونه بارگذاری شده حرکت (کرنش) جانبی بتن را محدود می کند. یعنی از انساط جانبی بتن در دو انتهای ممانعت می کند و مانع متلاشی شدن دو انتهای نمونه می شود. این محدودیت از اصطکاک بین صفحات فلزی و نمونه بتنی حاصل می شود. بنابراین خرابی معمولاً مطابق شکل زیر در میانه مقطع اتفاق می افتد.

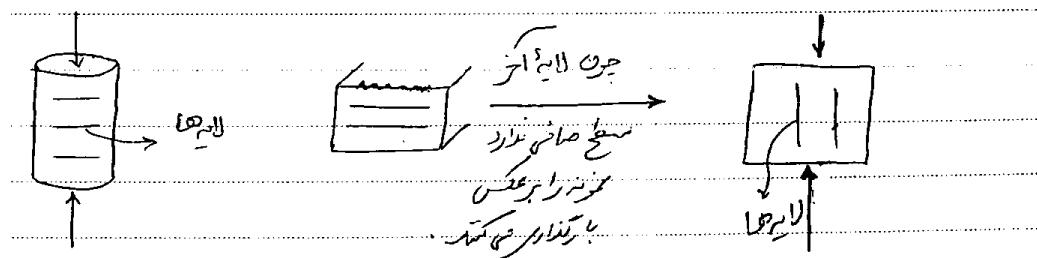


## ۲-۱-۲- تاثیر سایز نمونه بر مقاومت فشاری بتن

با افزایش ابعاد نمونه مقاومت فشاری آن کاهش خواهد یافت. برای مثال نمونه مکعبی با ابعاد 300 mm ضعیف تر از نمونه مشابه با ابعاد 150 mm خواهد بود.

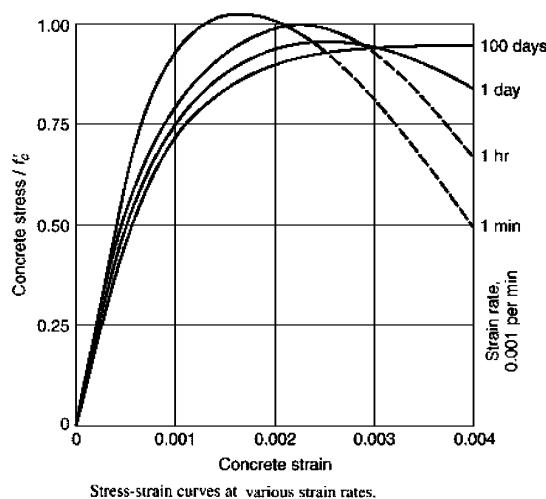
## ۲-۱-۳- تاثیر راستای بارگذاری بر مقاومت فشاری بتن

اگر راستای بارگذاری با راستای ترکها یکی باشد مقاومت کاهش می‌یابد. در نمونه مکعبی معمولاً راستای بارگذاری به موازات لایه‌های بتن ریزی می‌باشد. در این حالت احتمال خرابی بیشتر است (چرا؟). در نمونه استوانه‌ای راستای بارگذاری عمود بر راستای لایه‌های بتن می‌باشد.



## ۲-۱-۴- تاثیر سرعت بارگذاری بر مقاومت فشاری بتن

به نمودار شکل زیر توجه کنید. با افزایش سرعت بارگذاری، نمونه بتنی مقاومت فشاری بیشتر از خود نشان می‌دهد.



سوال : چه عواملی بر  $f'_c$  تاثیرگذار است؟

۱- ابعاد نمونه  $\uparrow f'_c$

۲- شکل نمونه (استوانه‌ای  $>$  مکعبی)

۳- سرعت بارگذاری  $\uparrow f'_c$

۴- اثر محصور شدگی  $\uparrow f'_c$

۵- نسبت آب به سیمان  $\uparrow f'_c$

۶- سن بتن  $\uparrow f'_c$

## سراسری ۹۱

کدام یک از جملات زیر در مورد منحنی تنش - کرنش بتن صحیح نمی‌باشد؟

- ۱) چنان‌چه نمونه در زمان بارگذاری تحت تاثیر فشار جانی نیز قرار گیرد مقاومت فشاری آن افزایش می‌یابد.
- ۲) هرچه بتن تحت تنش فشاری تک محوره بالاتری قرار گیرد، رفتار غیرخطی آن بیشتر آشکار می‌شود.
- ۳) با افزایش مقاومت فشاری مشخصه بتن، کرنش نهایی شکست کاهش می‌یابد.
- ۴) در فشار تک محوره با کاهش سرعت بارگذاری، حداکثر مقاومت فشاری افزایش یافته ولی کرنش نظیر تنش حداکثر کاهش می‌یابد.

## ۲-۲- تبدیل مقاومت نمونه های بتونی

## پیش نویس آبا، جلد دوم (۱۳۹۹)

ت ۲-۴-۸ در صورتی که آزمونهای مکعبی ۱۵۰ میلیمتری تهیه و مورد آزمایش قرار گیرد، لازم است نتایج آن به استوانهای تبدیل شود. تعداد آزمونهای مکعبی ۱۰۰ میلیمتری، باید حداقل ۳ عدد باشد. تبدیل نتایج می‌تواند بر اساس جدول ۱-۸ برای بتن‌های با وزن مخصوص معمول و بتن سبک (مطابق زیرنویس جدول ۱-۸) انجام شود. بدلیل پراکندگی بیشتر نتایج آزمونهای ۱۰۰ میلیمتری، لازم است حداقل سه آزمونه مورد استفاده قرار گیرد. تبدیل نتایج مقاومت آزمونهای ۱۰۰ میلیمتری به ۱۵۰ میلیمتری ضرورت ندارد. در صورتی که مقاومت فشاری در سنین دیگری نیز مبنای قضایت خاص قرار می‌گیرد، تهیه و آزمایش دو آزمونه با قطر یا بعد ۱۵۰ میلیمتر یا سه آزمونه با قطر یا بعد ۱۰۰ میلیمتر برای هر سن ضروری خواهد بود. لازم است بدلیل وجود نقص‌های احتمالی در آزمونهای تعداد آن‌ها بیشتر از حداقل ذکر شده باشد تا بتوان در صورت نیاز از آن‌ها استفاده کرد.

مجوز استفاده از آزمونهای کوچکتر بدلیل افزایش سطح مقاومت بتن‌ها در سال‌های اخیر و لزوم عدم افزایش ظرفیت دستگاه‌های تعیین مقاومت فشاری، صادر شده است. همچنین سیکی قالب و وزن این آزمونهای شرایط بهتری را از نظر کار کردن با آن‌ها و کاهش حجم اشغال در اطاق مرطوب یا مخزن آب نگهداری، فراهم می‌کند.

ت ۲-۴-۸ منظور از نتیجه‌ی مقاومت فشاری هر نمونه، میانگین نتایج حداقل دو آزمونه استوانه‌ای به قطر حدود ۱۵۰ و ارتفاع حدود ۳۰۰ میلیمتر، در سن ۲۸ روز یا هر سن مقرر شده‌ی دیگری برای مقاومت مشخصه است. در مواردی که از آزمونهای استوانه‌ای به قطر حدود ۱۰۰ و ارتفاع حدود ۲۰۰ میلیمتر استفاده می‌شود، میانگین نتایج حداقل سه آزمونه باید به عنوان نتیجه‌ی هر نوبت نمونه‌برداری در نظر گرفته شود.

برای ارزیابی کیفیت مقاومت بتن، قبل یا بعد از موعده مقرر، می‌توان حداقل یک آزمونه دیگر را به کار گرفت.

## پیش نویس آبا، جلد دوم (۱۳۹۹)

## جدول ۱-۸ تبدیل مقاومت بتن معمولی و سبکدانه، از آزمونه مکعبی ۱۵۰ میلیمتر به آزمونه استوانه‌ای به قطر ۱۵۰ میلیمتر

مقاومت فشاری مکعبی ۱۵۰ میلیمتری، مگاپاسکال												
مقادیر استوانه‌ای استاندارد، مگاپاسکال												
۷۵	۷۰	۶۵	۶۰	۵۵	۵۰	۴۵	۴۰	۳۵	۳۰	۲۵	۲۰	۱۵
۷۰	۶۵	۶۰	۵۵	۵۰	۴۵	۴۰	۳۵	۳۰	۲۵	۲۰	۱۵	۱۰

۱- برای تبدیل مقاومت مکعبی کمتر از ۲۵ مگاپاسکال به استوانه‌ی استاندارد، مقدار آن بر ۱/۲۵ تقسیم می‌شود.

۲- برای مقاومت‌های بین اعداد ذکر شده در جدول، کافی است ۵ مگاپاسکال از نتیجه‌ی مکعبی کم شود تا نتیجه‌ی استوانه‌ای حاصل گردد.

۳- در صورت استفاده از مکعب ۱۰۰ میلیمتری، تبدیل آن به استوانه‌ی ۱۰۰ میلیمتری مشابه جدول فوق خواهد بود. هرچند مقاومت مکعب ۱۰۰ و ۱۵۰ میلیمتری و همچنین مقاومت استوانه‌ی ۱۰۰ و ۱۵۰ میلیمتری با یکدیگر تفاوت دارند، اما تبدیل آن‌ها ضرورت ندارد و صرفا از حداقل سه آزمونه کوچکتر به جای حداقل دو آزمونه بزرگتر استفاده می‌شود. به‌حال حداقل قطر آزمونه استوانه‌ای باید از سه برابر حداکثر اندازه‌ی اسمی سنگدانه کمتر باشد و برای آزمونه مکعبی نیز باید از

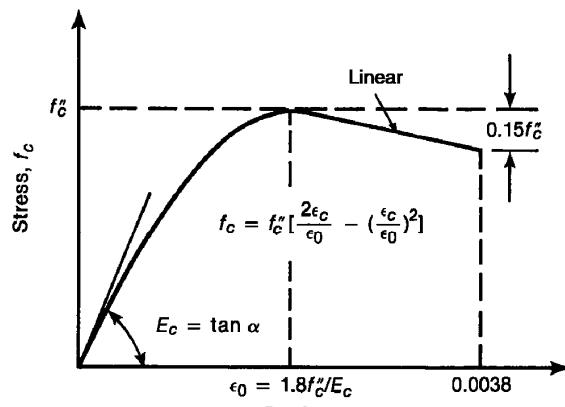
۳/۵ برابر حداکثر اندازه‌ی اسمی سنگدانه کمتر نباشد.

۴- برای بتن‌های سبکدانه، نسبت مقاومت فشاری آزمونه مکعبی ۱۵۰ میلیمتری به استوانه به قطر ۱۵۰ میلیمتر، برای رده‌های مقاومتی تا ۴۰ مگاپاسکال برابر با ۱/۰۵ و برای مقاومت‌های بیشتر تقریباً یک است.

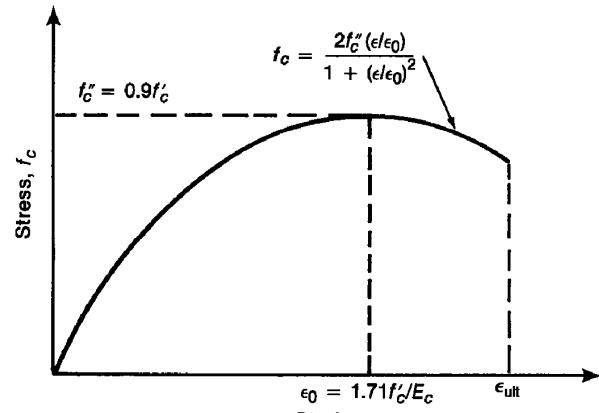
## ۲-۳- نمودار تنیش کرنش فشاری بتن

جهت مدلسازی رفتار بتن لازم معادله نمودار تنیش - کرنش آن تعریف شود. یکی از روابط رایج که برای نمودار تنیش - کرنش بتن ارائه شده است، رابطه Modified Hognestad می باشد که در شکل سمت چپ نشان داده شده است. این نمودار شامل دو قسمت است. قسمت اول یک معادله درجه دو میباشد که نقطه ماکزیمم آن در نقطه  $\epsilon_0 = 1.8 \frac{f_c''}{E_c}$  قرار دارد. در این نمودار  $f_c' = 0.9 f_c''$  میباشد. قسمت دوم نمودار به صورت خطی و با شیب ثابت به  $0.85 f_c''$  کاهش میابد.

علت استفاده از  $f_c' = 0.9 f_c''$  در این نمودار کم بودن مقاومت فشاری بتن در اعضای واقعی نسبت به نمونه استوانه ای میباشد. علت این کاهش به نحوه بتن ریزی، عمل آوری و نیز سرعت بارگذاری مربوط است.



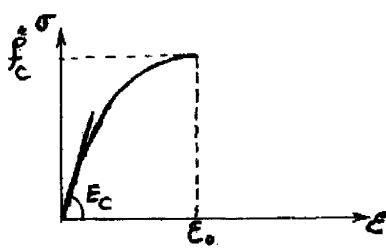
(a) Modified Hognestad. (From [3-39].)



(b) Todeschini. (From [3-41].)

## سراسری ۹۱

۱۱۵- در منحنی تنیش - کرنش بتن در فشار، تنیش ماکزیمم را با  $f_c''$  و کرنش متناظر با آن را با  $\epsilon_0$  و ضریب ارجاعی اولیه بتن را با  $E_c$  نشان می دهیم. اکثر محققین و آئین نامه ها، شاخه صعودی اولیه منحنی را با یک منحنی سهمی مدل می کنند. در این صورت می توان نوشت:



$$\epsilon_0 = \frac{1/\sqrt{f_c''}}{E_c} \quad (1)$$

$$\epsilon_0 = \frac{f_c''}{E_c} \quad (2)$$

$$\epsilon_0 = \frac{0.85 f_c''}{E_c} \quad (3)$$

$$\epsilon_0 = \frac{2 f_c''}{E_c} \quad (4)$$

$$\sigma = a\epsilon^2 + b\epsilon + c$$

برای یافتن معادله سهمی تنیش کرنش باید ضرایب  $a$ ,  $b$ , و  $c$  را بیابیم.

۱- مقدار تنیش در نقطه شروع (در نقطه  $\epsilon = 0$ ) برابر صفر می باشد:

$$\begin{cases} \epsilon = 0 \\ \sigma = 0 \end{cases} \rightarrow a \times 0 + b \times 0 + c = 0 \rightarrow c = 0$$

۲- شیب منحنی در نقطه شروع برابر  $E_c$  می باشد:

$$\begin{cases} \epsilon = 0 \\ (\sigma)' = E_c \end{cases} \rightarrow 2a \times 0 + b = E_c \rightarrow b = E_c$$

۳- در نقطه انتهایی (در نقطه  $\epsilon_0 = \epsilon$ ) شیب منحنی صفر می باشد (نقطه ماکزیمم نمودار می باشد):

$$\begin{cases} \epsilon = \epsilon_0 \\ (\sigma)' = 0 \end{cases} \rightarrow 2a \times \epsilon_0 + b = 0 \rightarrow a = -\frac{b}{2\epsilon_0} = -\frac{E_c}{2\epsilon_0}$$

بنابراین معادله تنیش کرنش برابر خواهد بود با:

$$\sigma = -\frac{E_c}{2\epsilon_0} \epsilon^2 + E_c \epsilon$$

با جاگذاری  $\epsilon_0$  و  $f_c''$  در معادله فوق داریم:

$$f_c'' = -\frac{E_c}{2\epsilon_0} \epsilon_0^2 + E_c \epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 = \frac{2 f_c''}{E_c}$$

## ۴-۲- مدول الاستیسیته بتن

بر خلاف فولاد که مدول الاستیسیته آن ثابت فرض می شود، مدول الاستیسیته بتن متغیر است.

در شکل زیر نمودار تنش - کرنش بتن نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود در بتن برخلاف فولاد، نقطه تسلیم مشخصی نداریم و با افزایش تنش سختی به تدریج کاهش میابد.

به سه طریق می توان مدول الاستیسیته را تعریف کرد.

- ۱- شیب اولیه نمودار تنش کرنش (مدول الاستیسیته اولیه- **Initial**)
- ۲- شیب خط متصل کننده مبدأ به نقطه تنش دلخواه مانند **B** (مدول الاستیسیته سکانتی- **Secant**)
- ۳- شیب خط مماس بر نمودار در هر نقطه دلخواه (مدول الاستیسیته مماسی- **Tangent**)

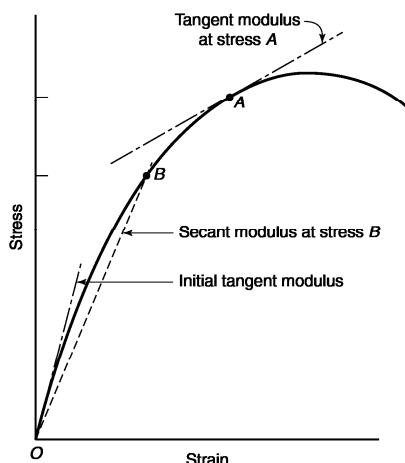


Fig. 3-17  
Tangent and secant moduli of elasticity.

- تنش در بتن در حد بارگذاری سرویس حدود  $0.45f'_c$  می باشد. در صورتی که نقطه B در حدود  $0.45f'_c$  انتخاب شود، تنش سکانتی بتن در بارگذاری سرویس بدست می آید. آیین نامه ACI توصیه می کند جهت مدلسازی سازه های بتنی از مدول الاستیسیته سکانتی استفاده شود و روابطی را جهت محاسبه و تخمین مدول الاستیسیته بتن ارائه کرده است.

### 19.2.2 Modulus of elasticity

#### 19.2.2.1 It shall be permitted to calculate $E_c$ in accordance with (a) or (b):

(a) For values of  $w_c$  between 1440 and 2560 kg/m<sup>3</sup>

$$E_c = w_c^{1.5} \times 0.043 \sqrt{f'_c} \quad (19.2.2.1.a)$$

(b) For normalweight concrete

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad (19.2.2.1.b)$$

**R19.2.2.1** Equations in 19.2.2.1 provide an estimate of  $E_c$  for general design use. Studies leading to the expression for  $E_c$  of concrete are summarized in Pauw (1960), where  $E_c$  is defined as the slope of the line drawn from a stress of zero to 45 percent of the compressive strength using the stress-strain curve of the concrete. This definition is slightly different than the definition in ASTM C469. ASTM C469 defines  $E_c$  using 40 percent of the compressive strength.

برای  $f'_c = 25 MPa$  مقادیر مدول الاستیسیته بتن به صورت زیر بدست می آید:

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} MPa = 23500 MPa \quad :ACI318-2019$$

$$E_c = W_c^{1.5} \times 0.043 \sqrt{f'_c} \xrightarrow{\text{با فرض } W_c=2400 \frac{kg}{m^3}} 5056 \sqrt{f'_c} MPa = 25279 MPa \quad :ACI318-2019$$

$$E_c = W_c^{1.5} \times 0.043 \sqrt{f'_c} \xrightarrow{\text{با فرض } W_c=2300 \frac{kg}{m^3}} 4743 \sqrt{f'_c} MPa = 23715 MPa \quad :ACI318-2019$$

با مقایسه با فولاد ( $E_s = 2 \times 10^5 MPa$ ) مدول الاستیسیته فولاد حدود ۸ الی ۱۰ برابر مدول الاستیسیته بتن می باشد.

مدول ارتعاعی بتن با مقاومت بالا نسبت به بتن با مقاومت پایین:

۱) بزرگتر از یک است      ۲) کوچکتر از یک است

۳) مساوی یک است      ۴) قابل برآورد نیست

گزینه ۱

## ۵-۲- مقاومت کششی بتن

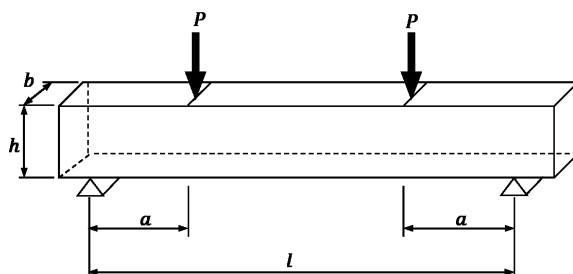
جهت تعیین مقاومت کششی از دو آزمایش مختلف به نام " Modulus of rupture or flexural test " و " Split cylinder test " می توان استفاده کرد.

### ۱- مدول گسیختگی Modulus of rupture or flexural test (ASTM C78)

در این روش مطابق شکل زیر یک تیر بتونی "بدون میلگرد" تحت اثر دو نیروی متمرکز قرار می گیرد. در اثر نیروی  $P$  لنگر خمی  $M$  در

تیر ایجاد می شود. بار  $P$  افزایش می یابد تا جایی که تیر تحت اثر کشش ناشی از لنگر ترک خورده و گسیخته شود.

سپس مقدار مدول گسیختگی،  $f_r$ ، بر اساس رابطه  $f_r = \frac{Mc}{I}$  محاسبه می شود.



$$f_r = \frac{M}{I} c = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6Pa}{bh^2}$$

• رابطه فوق با فرض خطی بودن تنش ها بدست آمده است.

آیین نامه ACI رابطه تقریبی زیر را جهت محاسبه مدول گسیختگی ارائه می کند (در صورت استفاده از رابطه ACI دیگر نیازی به انجام آزمایش فوق نخواهد بود).

### ۵-۳-۹ مدول گسیختگی بتن، $f_r$

۱-۵-۳-۹ مدول گسیختگی بتن، از رابطه (۱-۳-۹) محاسبه می شود.

$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c} \quad (1-3-9)$$

• نکته: مقاومت کششی بتن حدود ۰.۰۸ الی ۰.۱۵ مقاومت فشاری آن بدست می آید.

مثال: مقاومت کششی و فشاری یک ستون بتونی با مقطع  $400 \times 400 mm^2$  را بدست آورید.  
مقاومت فشاری بتن را برابر  $f_c = 25 MPa$  فرض کنید.

$$\text{مقادیر فشاری} = A_g f'_c = (400 \times 400) \times 25 = 4000 kN$$

$$\text{مقادیر کششی} = A_g \left( 0.62\sqrt{f'_c} \right) = (400 \times 400) \times (0.62\sqrt{25}) = 496 kN$$

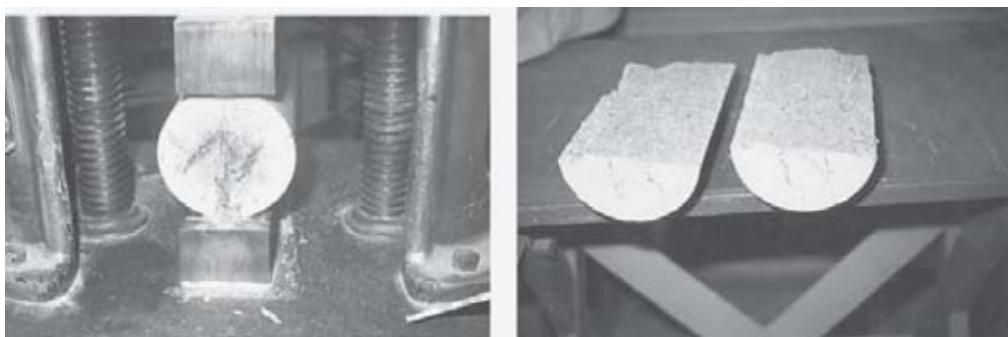
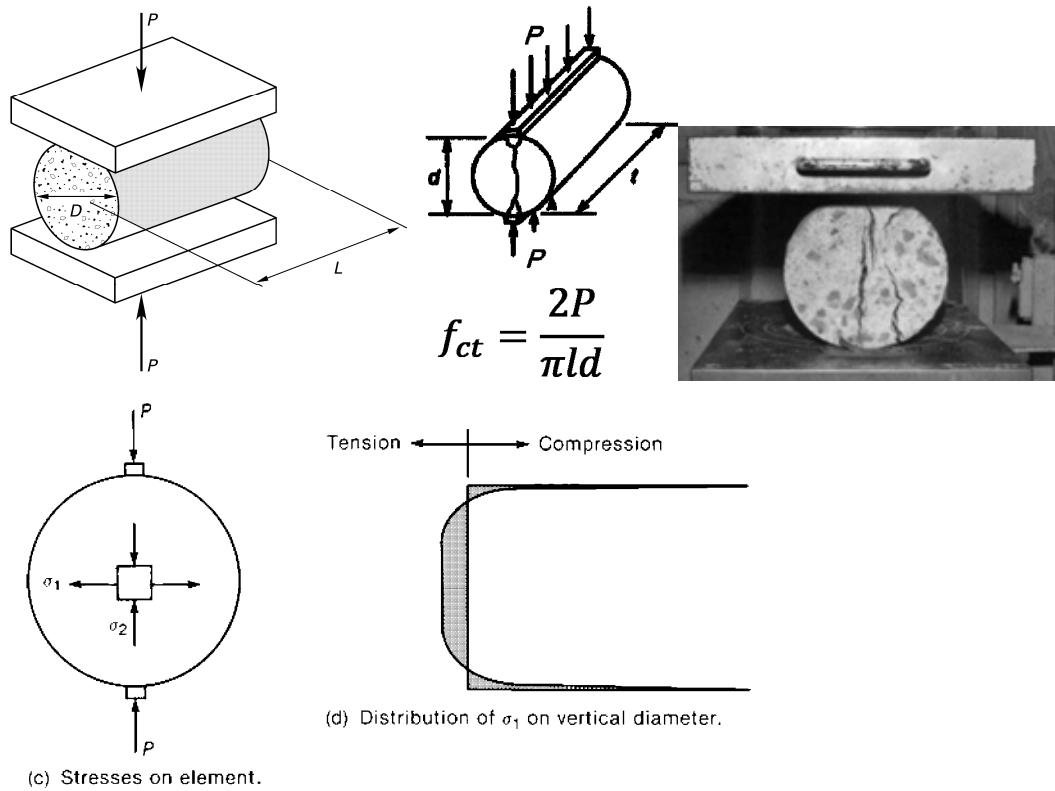
• نکته: در محاسبات فوق ضرایب آیین نامه ای اعمال نشده است.

## ۲- مدول شکافت (ASTM C496)

یکی از روش‌های محاسبه مقاومت کششی بتن استفاده از آزمایش شکافت استوانه است.

در آزمایش مدول شکافت یک استوانه بتنی مطابق شکل زیر تحت اثر نیروی فشاری در راستای قطر قرار می‌گیرد.

نیروی  $P$  موجب می‌شود مطابق شکل سمت راست، در دو انتهای فوقانی و تحتانی تنش فشاری زیادی ایجاد شود و در قسمت میانی تنش کششی یکنواخت ایجاد شود. تنش مقاوم کششی نمونه (مدول شکافت) از رابطه  $f_{ct} = \frac{2P}{\pi l d}$  بدست می‌آید.



## ۶-۲- تاثیر بارگذاری چند محوره

در شکل زیر در راستای افقی تنش ثابت  $\sigma_3$  در دو راستا وارد می شود. همزمان با تنش ثابت  $\sigma_3$ ، در راستای قائم تنش  $\sigma_1$  به تدریج افزایش می یابد تا نمونه گسیخته شود. آزمایشات نشان میدهد می توان مقاومت بتن در راستای ۱ را با رابطه زیر تقریب زد:

$$\sigma_1 = f'_c + 4.1\sigma_3$$

در رابطه فوق  $f'_c$  مقاومت فشاری نمونه بتونی تحت فشار تک محوری ( $\sigma_3 = 0$ ) می باشد. با افزایش فشار جانبی  $\sigma_3$  مقاومت فشاری در راستای ۱ نیز افزایش می یابد.

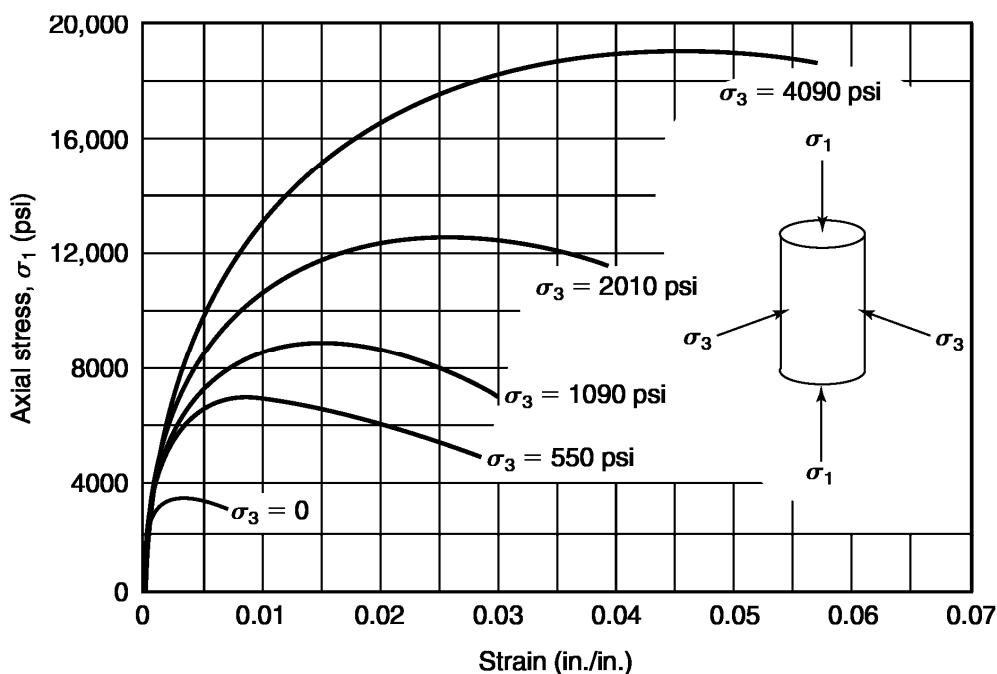


Fig. 3-15  
Axial stress-strain curves from triaxial compression tests on concrete cylinders; unconfined compressive strength  $f'_c = 3600$  psi.  
(From [3-3].)

اعضای بتونی ممکن است در شرایط مختلف تحت تنشهای مختلف قرار گیرند.

برای مثال مقطع تیرهای بتونی همزمان تحت اثر تنشهای کششی و فشاری ناشی از خمش و نیز تنش های برشی ناشی از برش قرار می گیرند. در دالها و پی های گستردگی نیز مقطع بتون تحت اثر همzمان تنشهای محوری در دو راستای عمود بر هم، و نیز تنش های برشی قرار می گیرند. از دیدگاه علم مقاومت مصالح، تنش های چند جهته را می توان به سه مولفه تنش اصلی تبدیل کرد (تنشهای اصلی). تنشهای اصلی ممکن است کششی و یا فشاری باشند.

- اگر یکی از تنشهای اصلی صفر باشد، خواهیم گفت تنش دو محوره داریم.
- اگر دو تنش اصلی صفر باشد، خواهیم گفت تنش تک محوره داریم.

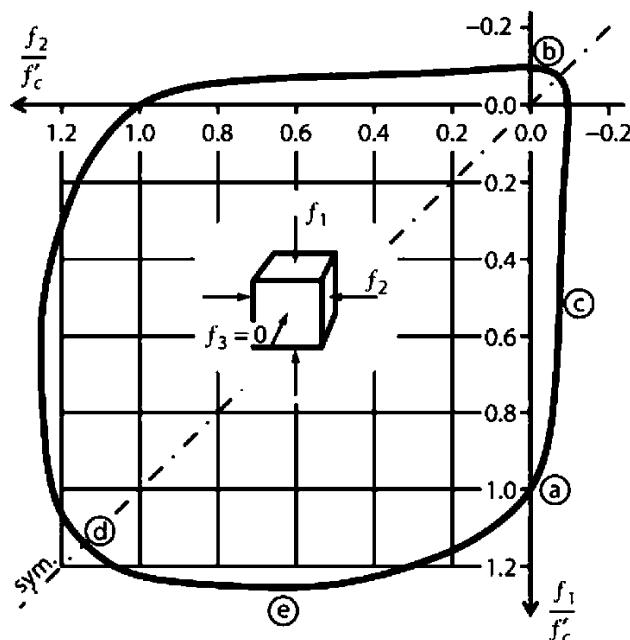
در اکثر مواقع نتایج آزمایشگاهی تنها برای تنش تک محوره اعلام می شوند. برای مثال تنش مقاوم نمونه استوانه ای ۲۸ روزه بتن مقاومت فشاری تک محوره بتن را نشان میدهد.

در شکل زیر نمونه بتونی تحت اثر همزمان تنش فشاری در دو راستای ۱ و ۲ قرار گرفته است.

نقطه d: در این نقطه نمونه تحت اثر همزمان تنش در دو راستای ۱ و ۲ قرار گرفته است. در این حالت مقاومت فشاری نمونه بیش از  $1.1f'_c$  خواهد بود.

نقطه b: این نقطه مربوط به کشش دو محوره می باشد که در آن مقاومت کششی نمونه حدود ۱۰ درصد مقاومت فشاری آن است.

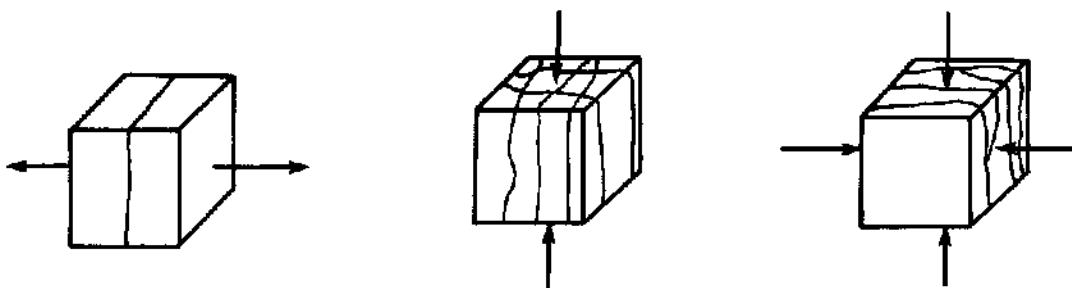
نقطه a: این نقطه مقاومت فشاری نمونه تحت فشار تک محوره در راستای ۱ را نشان میدهد که برابر  $f'_c$  می باشد.



**FIGURE 3.11** Concrete strength envelope under biaxial loading. (After Kupfer et al., 1969, courtesy of American Concrete Institute.)

شکل های زیر مربوط به شکاف در بتون در هنگام شکست آن است.

- در شکل سمت چپ نمونه تحت کشش خالص است و ترک ها عمود بر راستای کشش هستند.
- در شکل وسط و شکل سمت راست ترک ها به موازات فشار هستند.



شکل زیر نمودار تنش و کرنش در نمونه بتونی با بارگذاری تک محوری را نشان می‌دهد. تنش تک محوری در راستای ۱ وارد می‌شود. با افزایش تنش نمونه در راستای ۱ کاهش طول خواهد داشت ولی در راستای ۳ افزایش عرض خواهیم داشت.

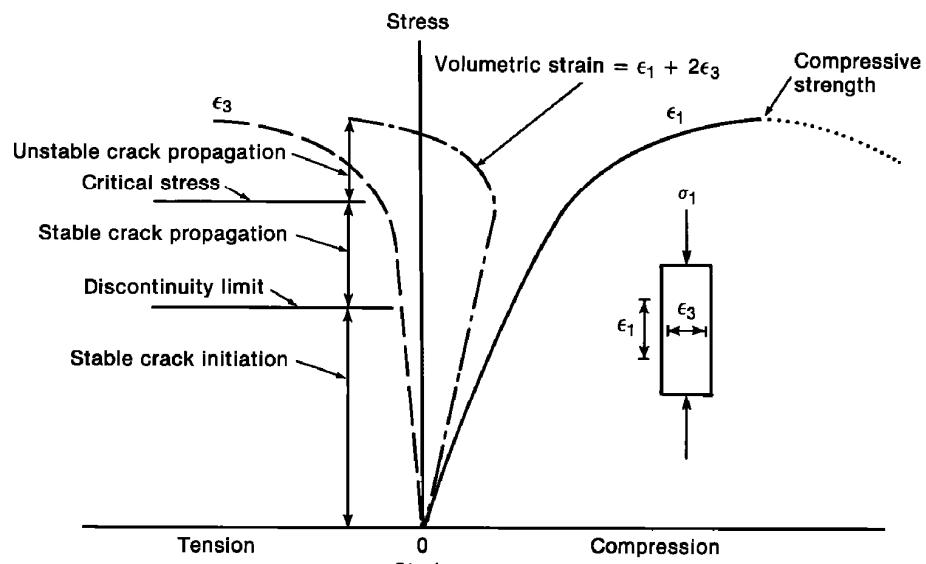
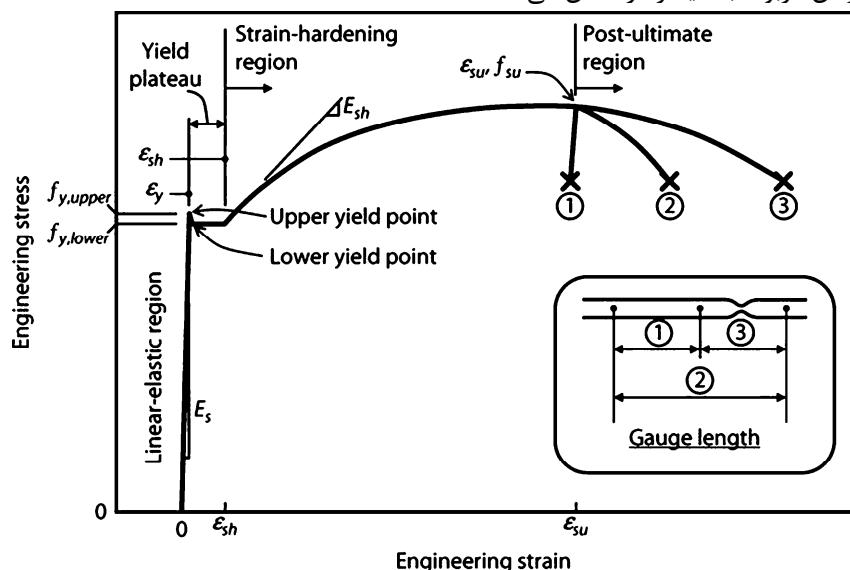


Fig. 3-1  
Stress-strain curves for concrete loaded in uniaxial compression. (From [3-2].)

## ۷-۲- مشخصات میلگرد

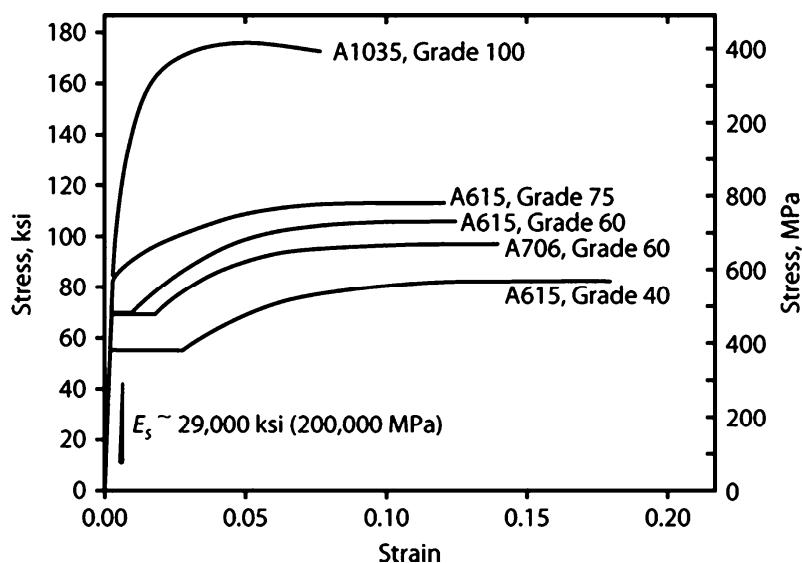
شکل های زیر نمودار تنش کرنش مربوط به میلگرد را نشان می دهد.



شکل زیر نشان می دهد با افزایش مقاومت میلگرد، پله تسلیم از بین رفته و شکل پذیری آن کاهش می یابد.

منظور از Grade 40 میلگرد با مقاومت تسلیم  $F_y = 40 \text{ ksi} = 40 \times 7 \text{ MPa} = 280 \text{ MPa}$  می باشد.

منظور از Grade 60 میلگرد با مقاومت تسلیم  $F_y = 60 \text{ ksi} = 60 \times 7 \text{ MPa} = 420 \text{ MPa}$  می باشد.



## مبحث نهم (۱۳۹۹)

## ۵-۴-۹ ویژگیهای کششی آرماتورها

۱-۵-۴-۹ ویژگی های کششی آرماتورها باید مطابق با مقادیر کششی یکی از رده های ارائه شده در جدول ۲-۴-۹ باشد.

جدول ۲-۴-۹ ویژگیهای کششی آرماتورها

ردیف	علامت مشخصه در ایران	طبقه‌بندی از نظر شکل رویه	رده از نظر شکل پذیری	مقاومت کششی حداقل MPa	تنش حد تسلیم MPa	ازدیاد طول نسبی [۱]	حداقل A <sub>10</sub>	حداقل A <sub>5</sub>	حداکثر	حداقل
۱۸	س ۲۴۰	ساده	نرم	۳۶۰	۲۴۰	-		۲۵	-	۲۴۰
۱۵	آج ۳۴۰	آجدار مارپیچ	نیم سخت	۵۰۰	۳۴۰	-		۱۸	-	۳۴۰
-	آج ۳۵۰	آجدار مارپیچ	نیم سخت	۵۰۰	۳۵۰	[۲] ۱۷		۴۵۵	۳۵۰	۴۵۵
۱۲	آج ۴۰۰	آجدار جناغی	نیم سخت	۶۰۰	۴۰۰	۱۶		-	-	۴۰۰
-	آج ۴۲۰	آجدار جناغی	نیم سخت	۶۰۰	۴۲۰	[۲] ۱۶		۵۴۵	۴۲۰	۵۴۵
۸	آج ۵۰۰	آجدار مرکب	سخت	۶۵۰	۵۰۰	۱۰		-	-	۵۰۰
-	آج ۵۰۰ سرد	آجدار	سخت	۵۵۰	۵۰۰	۱۲		-	-	۵۰۰
-	آج ۵۲۰	آجدار مرکب	سخت	۶۹۰	۵۲۰	۱۳		۶۷۵	۵۲۰	۶۷۵

[۱] انتخاب یکی از طولهای آزمون برای تعیین میزان ازدیاد طول نسبی کافی است. در صورت عدم ذکر طول آزمون، طول حداقل A<sub>5</sub> باید ملاک قرار گیرد. طولهای A<sub>5</sub> و A<sub>10</sub> در استاندارد INSO 3132 ایران تعریف شده اند.

[۲] در خصوص میلگرد هایی که قطر اسمی آنها ۳۲ میلیمتر یا بیشتر است، حداقل مقدار مشخصه تعریف شده برای A<sub>5</sub> ممکن است تا ۲ درصد به ازای هر ۳ میلیمتر افزایش در قطر، کاهش یابد. حداکثر کاهش از حداقل کا هش از حداقل مقادیر تعریف شده در جدول فوق به ۴ درصد محدود می شود.



استفاده از آرماتور ساده در چه مواردی مجاز است؟

## مبحث نهم (۱۳۹۹)

## ۸-۴-۹ مشخصات مورد نیاز آرماتورها در طراحی

۱-۸-۴-۹ کلیه ای آرماتورهای طولی و عرضی مصرفی در سازه های بتن آرمه باید آجدار باشند.

استفاده از آرماتورهای ساده فقط در دورپیچ ها مجاز است.

- توجه: آرماتورهای افت و حرارت که در سقف ها به کار می رود (برای مثال در سقف تیرچه بلوك) نیز باید آجدار باشند.

## ۲-۸- خزش

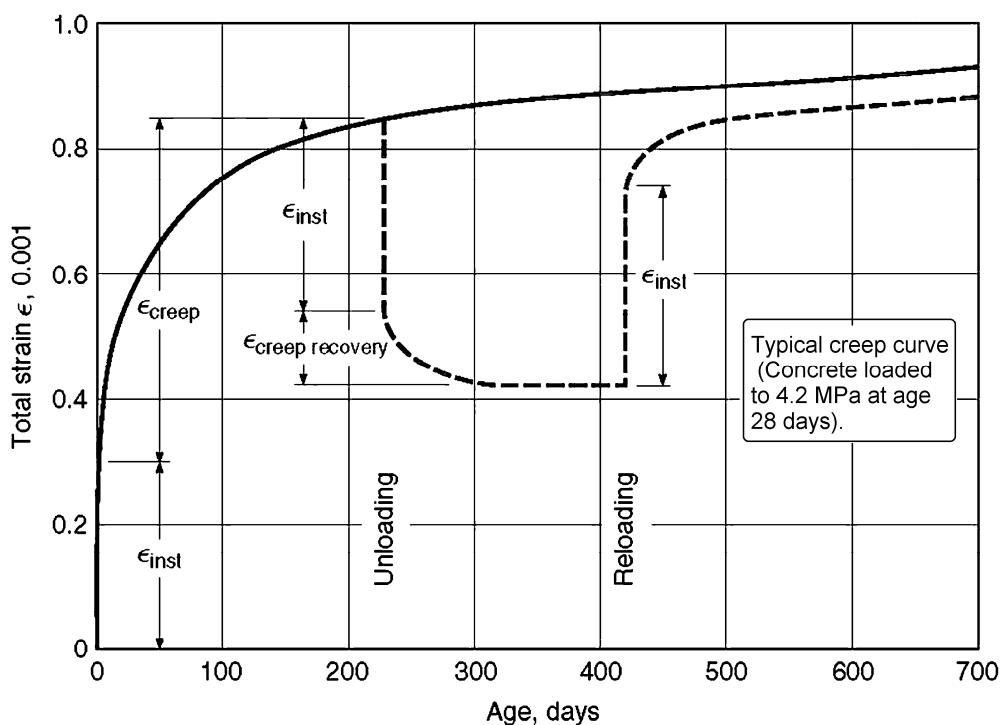
برخی از مواد مانند فولاد، مقاومت و نمودار تنش کرنش حساسیت کمی به زمان دارند.

ولی در بتن اینچنین نیست. اگر یک نمونه بتنی به صورت فشاری بارگذاری شود، یک تغییر شکل آنی اولیه در آن مشاهده خواهد شد و اگر باربرداری انجام نشود و وارد بر آن در طول زمان ثابت بماند، یک تغییر شکل اضافی تدریجی بنام خزش در آن ایجاد خواهد شد.

شکل زیر نشان می دهد که یک نمونه بتنی ۲۸ روزه تحت تنش فشاری  $4.8 \text{ MPa}$  در آن ایجاد شده است. به مدت ۲۳۰ روز مقدار بار ثابت باقی مانده و در این فاصله علاوه بر کرنش آنی  $\epsilon_{inst}$ ، کرنش ناشی از خزش  $\epsilon_{creep}$  به آن اضافه شده است، به طوریکه جمع کرنش در نمونه به حدود سه برابر کرنش آنی اولیه افزایش یافته است. اگر بار ثابت حفظ شود، نمودار خط توپر را طی خواهد کرد و مطابق شکل افزایش قابل توجهی در کرنش نخواهیم داشت. ولی اگر مطابق قسمت خط چین نمودار باربرداری انجام شود، قسمت عتمده تغییر شکل آنی اولیه ( $\epsilon_{inst}$ ) بر می گردد. اگر نمونه بدون بار رها شود در طول زمان قسمتی از خزش نیز باز خواهد گشت ( $\epsilon_{creep recovery}$  در شکل).

کرنش مربوط به خزش ( $\epsilon_{creep}$ ) که در یک فاصله زمانی طولانی (۲ الی ۵ سال) رخ می دهد می تواند حدود یک الی سه برابر کرنش اولیه باشد.

$$(\epsilon_{creep} = 1 \sim 3 \times \epsilon_{inst})$$



عوامل که بر خزش اثر می کند:

- ۱- خلل فرج بتن  $\uparrow$  خزش  $\uparrow$
- ۲- ضخامت قطعه بتنی  $\uparrow$  خزش  $\downarrow$
- ۳- عمر بتن در لحظه بارگذاری  $\uparrow$  خزش  $\downarrow$
- ۴- زمان بارگذاری (مدتی که بار بر قطعه اثر می کند)  $\uparrow$  خزش  $\uparrow$
- ۵- رطوبت محیط  $\uparrow$  خزش  $\downarrow$
- ۶- درصد فولاد فشاری  $\uparrow$  خزش  $\downarrow$

✓ تحت تنش های ثابت بیش از  $0.85f'_c$ ، پدیده خزش با گذشت زمان موجب شکست نمونه می شود.

## سراسری ۹۵

برای تیر بتن مسلح با تکیه گاه های ساده تحت بار دائمی گستردگ، افزایش چه عاملی تأثیر بیشتری در کاهش نسبت تغییر شکل زمانی به تغییر شکل آنی در وسط تیر دارد؟

(۱) مقاومت کششی بتن      (۲) مقدار آرماتور کششی      (۳) مقاومت فشاری بتن      (۴) مقدار آرماتور فشاری

گزینه ۴

## سراسری ۸۰

در تیرهای پیوسته (چند دهانه) بتن آرمه تحت اثر بار ثابت به تدریج کدام حالت اتفاق می افتد؟

(۱) هر دو ممان منفی و مثبت افزایش می یابند.  
(۲) هر دو ممان منفی و مثبت کاهش می یابند.  
(۳) ممان مثبت کم شده و ممان منفی تکیه گاه افزایش می یابد.  
(۴) از ممان منفی تکیه گاه کم شده و به همان مثبت وسط دهانه اضافه می شود.

گزینه ۴

## سراسری ۷۲

خیز بلند مدت یک تیر بتن آرمه:

(۱) ۲ تا ۳ برابر خیز اولیه آن است.  
(۲) ۱.۵ برابر خیز اولیه آن است.  
(۳) به علت جمع شدگی "Shrinkage" کمتر از خیز اولیه آن است.  
(۴) هیچکدام

گزینه ۱

## آزاد ۸۹

کدام یک از موارد زیر موجب افزایش مقاومت فشاری بتن می شود.

(۱) کاهش سرعت بارگذاری در آزمایش مقاومت فشاری  
(۲) بزرگتر کردن اندازه نمونه های آزمایش مقاومت فشاری  
(۳) افزایش نسبت آب به سیمان بتن  
(۴) تغییر شرایط عمل آوری نمونه قبل از آزمایش از حالت خشک به حالت مرطوب

گزینه ۴

## آزاد ۸۶

کدام یک از عبارت های زیر راجع به پدیده خزش در بتن صحیح است؟

(۱) هر قدر رطوبت نسبی محیط کمتر باشد کرنش ناشی از خزش در بتن بیشتر است.  
(۲) کرنش ناشی از خزش تماما برگشت پذیر یا قابل جبران در بارگذاری است.  
(۳) هر قدر تنش اعمالی به نمونه کمتر و سن نمونه هنگام بارگذاری بیشتر باشد، میزان خزش آن بیشتر است.  
(۴) میزان کرنش ناشی از خزش همواره کمتر از کرنش ناشی از بارگذاری است.

گزینه ۱

**۹-۲ - افت و حرارت**

اعضای بتنی، حتی اگر بارگذاری روی آنها انجام نشود، به مرور زمان کاهش حجم خواهند داشت. از جمله دلایل این کاهش حجم پدیده افت و حرارت می باشد.

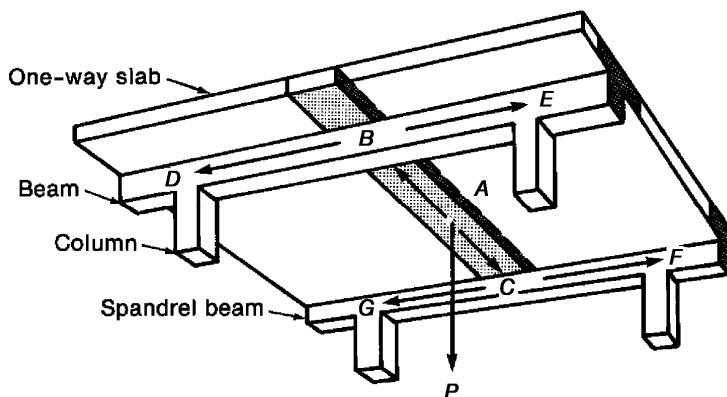
افت مربوط به از دست دادن رطوبت داخل بتن و تبخیر آن از سطح بتن می باشد. هرچه سطح تماس بتن با هوای آزاد بیشتر باشد این تبخیر بیشتر خواهد بود. میزان این تبخیر مسلمانه به دمای محیط و رطوبت نسبی هوا وابسته است.

**تفاوت افت با خزش؟**

 برخلاف خزش علت افت تنیش های فشاری نمی باشد. بلکه در غیاب تنیش های فشاری نیز افت اتفاق می افتد.

### ۱-۳- طراحی تیر

یکی از رایج ترین سیستم های باربر، سیستم قاب خمینی می باشد که در آن تیرها اضایی هستند که تحت خمین و برش قرار دارند و ستونها اضایی هستند که تحت خمین، برش و نیروی محوری قرار دارند. علاوه بر تیرها، اجزای سقف نیز تحت خمین و برش قرار دارند. در شکل زیر نیروی  $P$  توسط نواری از دال سقف (که در شکل هاشور خورده است) تحمل می شود. بار  $P$  همراه با وزن خود سقف در نقاط  $B$  و  $C$  به تیرها منتقل می شود. تیرها نیز در انتهای بار را به ستون منتقل می کنند. تیر به ستون لنگر همراه با نیروی محوری وارد می کند. در شکل بار به صورت یک طرف و تنها در یک راستا به تیرها منتقل می شود و به همین جهت به آن دال "یک طرفه" گفته می شود. دقیق شود که در این شکل تنها در یک جهت تیر داریم و اگر در چهار طرف دال تیر داشتیم، بار در هر دو جهت منتقل می شد و در این صورت دال "دو طرفه" داشتیم.



اساس طراحی مقاطع بر اساس رابطه زیر انجام میشود:

$$\text{Reduced nominal strength} \geq \text{factored load effects}$$

اگر مقطع تحت لنگر خمینی باشد:

$$\varphi M_n \geq M_u$$

در رابطه فوق مقدار  $M_n$  "مقاومت خمینی اسمی" مقطع را نشان می دهد (nominal moment strength). مقدار آن بر اساس هندسه مقطع و مقاومت مصالح (استفاده شده در مقطع) تعیین می شود.

لنگر ناشی از بارهای ضربی دار می باشد که به آن لنگر طراحی نیز گفته می شود. این لنگر از ترکیب بارها بدست می آید. برای مثال بارهای مرده، زنده، و ... هر کدام لنگری را به مقطع وارد می کنند. این لنگرهای با هم ترکیب می شوند و مقدار  $M_u$  را تشکیل می دهند. بنابراین برای بدست آوردن  $M_u$  باید ابتدا تحلیل سازه انجام شود تا دیاگرام های لنگر ترسیم شوند و مشخص شود که لنگر ناشی از بارهای مختلف چقدر است.

مقدار  $\varphi$  ضربی کاهش مقاومت (strength-reduction factor) می باشد. در مواردی که خمین (بدون حضور نیروی محوری) داریم، مقدار این ضربی بر اساس ACI-318-2019 می باشد. این ضربی کاهش برای منظور کردن اختصار خطای اجرا (مثلا عدم اجرای دقیق ابعاد و یا کاهش مقاومت) و همچنین خطاهای محاسباتی می باشد.

مقدار  $\varphi M_n$  را "مقاومت اسمی کاهش یافته" و یا "مقاومت طراحی" می نامند.

## ۱-۱-۳ - ترکیب بار

در برآورد و محاسبه لنگر وارد بر یک عضو بتنی باید اثرات بارهای مختلف باهم جمع شوند. برای مثال فرض کنید یک تیر همزمان تحت اثر لنگرهای ناشی از بارهای مرده، زنده و زلزله قرار گیرد. فرض کنید لنگر وارد بر تیر تحت هر کدام از این بارها برابر مقادیر زیر باشد:

$$\begin{aligned} M_{Dead} &= 400 \text{ kN.m} \\ M_{Live} &= 200 \text{ kN.m} \\ M_{Earthquake} &= 300 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

در این صورت جمع کل لنگر وارد بر تیر چقدر خواهد بود؟

لنگرهای فوق باید مطابق جدول زیر باهم جمع شوند. باید حالت های مختلف را در نظر گرفت. برای مثال در ترکیب بار شماره (1) در جدول زیر فرض شده است که تنها بار مرده وارد شود و در ترکیب بار شماره (2) فرض شده است که تنها بارهای مرده و زنده (و یا یکی از بارهای زنده بام، برف یا باران، در صورت وجود) وارد شود. در ترکیب بار شماره (5) و (7) زلزله نیز حضور دارد.

حداکثر لنگر وارد بر تیر باید با در نظر گرفتن تمامی ترکیب بارها محاسبه و حداکثر مقدار ممکن منظور شود. در مثال فوق جمع بارها (ترکیب بارها) بر اساس ترکیب بارهای شماره ۱، ۲ و ۵ به صورت زیر محاسبه میشود:

ترکیب بار شماره (1):

$$1.4D = 1.4 \times 400 = 560 \text{ kN.m}$$

ترکیب بار شماره (2):

$$1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R) = 1.2 \times 400 + 1.6 \times 200 + 0 = 800 \text{ kN.m}$$

ترکیب بار شماره (5):

$$1.2D + E + L + 0.2S = 1.2 \times 400 + 300 + 200 + 0 = 980 \text{ kN.m}$$

با توجه به ترکیب بارهای فوق حداکثر لنگر وارد بر تیر باید برابر  $980 \text{ kN.m}$  در نظر گرفته شود.

#### ۷-۹ ضریب‌های بار و ترکیب‌های بارگذاری - ضریب‌های کاهش مقاومت

جدول ۱-۷-۹ ترکیب‌های بارگذاری

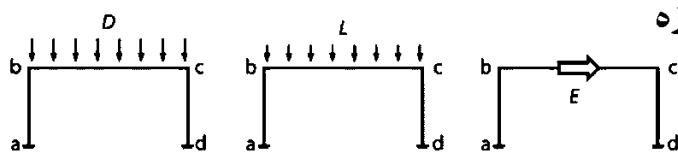
شماره‌ی رابطه	بار اصلی	ترکیب‌های بارگذاری
(۱-۷-۹)	$D$	1) $U = 1.4D$
(۲-۷-۹)	$L$	2) $U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
(۳-۷-۹)	$L_r \text{ or } S \text{ or } R$	3) $U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1.0L \text{ or } 0.5(1.6W))$
(۴-۷-۹)	$W$	4) $U = 1.2D + 1.0L + 1.6W + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
(۵-۷-۹)	$E$	5) $U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$
(۶-۷-۹)	$W$	6) $U = 0.9D + 1.6W$
(۷-۷-۹)	$E$	7) $U = 0.9D + 1.0E$

در جدول فوق:

D: بار مرده، L: بار زنده، L<sub>r</sub>: بار باران، S: بار زنده بام، R: بار برف، W: بار باد، E: بار زلزله

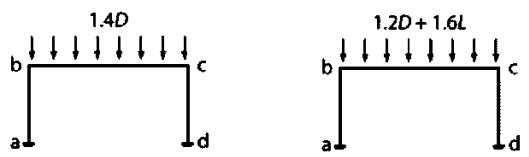
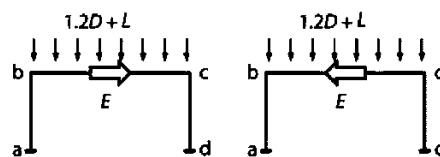
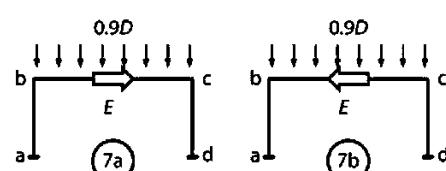
در شکل های زیر ترکیب بارهای اول و دوم و نیز ترکیب بارهای پنجم و هفتم که شامل نیروی زلزله هستند نمایش داده شده اند.

(i) Load cases



بارهای وارد بر سازه

(ii) Load combinations

ترکیب بار  $1.4D$ ترکیب بار  $1.2D + 1.6L$ ترکیب بار  
 $1.2D + 1.0E + 1.0L$ ترکیب بار  
 $0.9D + 1.0E$

### ۷-۹ ضریب‌های بار و ترکیب‌های بارگذاری - ضریب‌های کاهش مقاومت

جدول ۱-۷-۹ ترکیب‌های بارگذاری

شماره رابطه	بار اصلی	ترکیب‌های بارگذاری
(۱-۷-۹)	$D$	1) $U = 1.4D$
(۲-۷-۹)	$L$	2) $U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
(۳-۷-۹)	$L_r \text{ or } S \text{ or } R$	3) $U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1.0L \text{ or } 0.5(1.6W))$
(۴-۷-۹)	$W$	4) $U = 1.2D + 1.0L + 1.6W + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
(۵-۷-۹)	$E$	5) $U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$
(۶-۷-۹)	$W$	6) $U = 0.9D + 1.6W$
(۷-۷-۹)	$E$	7) $U = 0.9D + 1.0E$

- ضرایب بار باد در جدول فوق با ضرایب بار باد در ASCE7-16 تفاوت دارد. با توجه به اینکه تراز محاسباتی بار باد در مبحث ششم با تراز محاسباتی بار باد در ASCE7-16 تفاوت دارد، یک ضریب اضافی ۱.۶ به بار باد اضافه شده است.
- به بند زیر توجه کنید. لازم نیست اثر نیروی جانبی باد و زلزله همزمان به سازه اعمال شود. در ترکیب بارهای جدول فوق نیز اثر باد و زلزله همزمان وارد نشده است.

۲-۱-۳-۷-۹ تاثیرات یک یا چند باری که به طور همزمان اثر نمی‌کنند (مثلاً بار باد و بار زلزله)، باید به طور جداگانه در نظر گرفته شوند؛ ولی تاثیرات آن‌ها به طور همزمان منظور نمی‌گردند.

- با توجه به بند زیر در ترکیب بارهای شامل نیروی جانبی باد یا زلزله (ترکیب بارهای شماره ۳، ۴ و ۵) میتوان ضریب بار زنده را برابر ۰.۵ در نظر گرفت، به شرطی که بار زنده مورد نظر بیش از ۵ کیلو نیوتن بر متر مربع نباشد. در سازه‌های با کاربری مسکونی بار زنده طبق مبحث ششم باید برابر  $L = 2 \frac{kN}{m^2}$  میباشد که کمتر از ۵ میباشد و بنابراین میتوان برای مثال ترکیب بار  $U = 1.2D + E + L + 0.2S$  را به صورت  $U = 1.2D + E + 0.5L + 0.2S$  نوشت.

۲-۲-۳-۷-۹ ضریب بار مربوط به بار  $L$  را در رابطه‌های (۳-۷-۹)، (۴-۷-۹) و (۵-۷-۹)، می‌توان به ۰/۵ کاهش داد؛ مگر در بارگذاری پارکینگ‌ها، بارگذاری محل‌های ازدحام عمومی، و محل‌هایی که در آن‌ها میزان بار زنده بیش از ۵ کیلو نیوتن بر متر مربع باشد. استفاده از ضریب ۰/۵ مورد اشاره در کنار بار زنده‌ی کاهش یافته نیز مجاز است.

باید توجه داشت که در توضیحات فوق تنها بارهای زنده مربوط به طبقاتی که کاربری بار زنده دارند، را میتوان با ضریب ۰.۵ در ترکیب بار منظور کرد. اگر برای نمونه اگر یکی از طبقات سازه مسکونی کاربری پارکینگ داشته باشد، در محاسبه بار زنده وارد بر ستونهای طبقه اول سازه، ترکیبی از بارهای زنده طبقات مسکونی و پارکینگ به ستون مورد نظر وارد خواهد شد و تنها آن بخش از بارهای زنده که مربوط به کاربری مسکونی هستند را اجازه داریم با ضریب ۰.۵ منظور کنیم. برای توضیحات بیشتر در این مورد و نحوه اعمال آن در نرم افزار به جزوی ایتبس در صفحه زیر مراجعه کنید:

<https://hoseinzadeh.net/hoseinzadeh-etabs>

در جدول فوق، نیروی زلزله E شامل زلزله های افقی و قائم میباشد. طبق استاندارد ۲۸۰۰ ویرایش چهارم، در صورتی که محل ساخت سازه در شهری با خطر نسبی بسیار زیاد باشد ( $A=0.35$ ) در این صورت اثر زلزله قائم باید با رابطه زیر محاسبه شده و به کل سازه اعمال شود.

$$E_V = 0.6AIW = 0.6AID$$

**۴-۱-۳-۷-۹** در مواردی که بر اساس مبحث ششم مقررات ملی ساختمان نیاز به منظور نمودن اثرات مولفه‌ی قائم زلزله علاوه بر اثرات مولفه‌های افقی آن باشد، ترکیب‌های بارگذاری رابطه‌های (۵-۷-۹) و (۷-۷-۹) به صورت زیر اصلاح میشوند:

$$U = (1.2 + 0.6AI)D + \rho E_h + 1.0L + 0.2S \quad (۸-۷-۹)$$

$$U = (0.9 - 0.6AI)D + \rho E_h \quad (۹-۷-۹)$$

در این رابطه‌ها  $A$  نسبت شتاب مبنای طرح است که بر اساس مبحث ششم برای پهنه با خطر نسبی خیلی زیاد، زیاد، متوسط و کم به ترتیب معادل  $0/۳۵$ ،  $0/۳۰$ ،  $0/۲۵$  و  $0/۲۰$  منظور می‌شود؛ و  $I$  ضریب اهمیت ساختمان است که بر اساس مبحث ششم مقررات ملی طبقه بندی ساختمان در گروههای ۱، ۲، ۳ و ۴ به ترتیب معادل  $1/۴$ ،  $1/۲$ ،  $1/۱۰$  و  $1/۸$  در نظر گرفته می‌شود همچنین  $\rho$  ضریب نامعینی سازه است که در مبحث ششم مقررات ملی تعیین شده، و برای ساختمان‌های با میزان نامعینی کافی برابر  $1/۰$  در نظر گرفته می‌شود؛ و  $E_h$  تأثیرات بار نیروهای افقی زلزله و یا لنگرها و نیروهای داخلی مربوطه است.

برای مثال در صورتی که  $A=0.35$  باشد و ضریب اهمیت سازه  $I=1$  باشد، در شهرهایی مانند تبریز یا تهران خواهیم داشت:

$$E_V = 0.6AID = 0.6 \times 0.35 \times 1 \times D = 0.21 \times D$$

در این صورت ترکیب بارهای شماره (۵) و (۷) در جدول ترکیب بارهای، با احتساب زلزله قائم به صورت نوشته خواهد شد:

$$\begin{cases} (1.2 + 0.21)D + E + L + 0.2S & \rightarrow (1.41)D + E + L + 0.2S \\ (0.9 - 0.21)D + E & \rightarrow 0.69D + E \end{cases}$$

### ترکیب بارهای بهره‌برداری

کنترل خیز تیرها از جمله کنترل‌های مربوط به بهره‌برداری (serviceability) محسوب می‌شود. کنترل خیز باید تحت اثر ترکیب بارهای بهره‌برداری انجام شود. در این ترکیب بارها ضرایب بار واحد می‌باشد.

#### ۵-۳-۲-۶ ترکیب بارهای حالت‌های حدی بهره‌برداری

برای حالت‌های بهره‌برداری موضوع بند ۱-۶-۳-۲، باید ترکیب بارهای مناسب بارهای مرد، زنده و سایر بارهای مرتبط با توجه به مباحث طراحی مقررات ملی ساختمان و یا سایر آینه‌های طراحی مربوطه در نظر گرفته شود. در این ترکیب‌ها از بارهای کوتاه مدت نظیر زلزله طرح، باد، سیل، یخ جوی و ... استفاده نمی‌شود. ترکیب بارهای زیر باید برای حالت‌های بهره‌برداری به کار برده شود. در صورتی که در مباحث طراحی مقررات ملی ساختمان و یا سایر آینه‌های طراحی مربوطه پیشنهاد استفاده از ضرایب بار کمتر از یک را در ترکیب بارها داده باشد، باید از آن ضرایب به جای یک در ترکیب بارهای زیر استفاده گردد.

- ۱) D
- ۲) D+L
- ۳) D+(L<sub>r</sub> یا S یا R)
- ۴) D+L+(L<sub>r</sub> یا S یا R)
- ۵) D+T
- ۶) D+L+T+(L<sub>r</sub> یا S)

## ۲-۱-۳ - ضرایب کاهش مقاومت

برای اعضای میتوان مقاومت خمی، برشی،... محاسبه نمود. مقاومت محاسبه شده را "مقاومت اسمی (nominal)" مینامیم. برای مثال مقاومت خمی اسمی یک عضو را با  $M_n$  نشان میدهیم (اندیس  $n$  به معنای nominal میباشد).

در محاسبات و کنترل سازه مقاومتهای اسمی را با ضریب  $\varphi$  کاهش میدهیم:

$$\text{مقاآمت طراحی} = \text{مقاآمت اسمی} \times \varphi$$

مقاومت اعضا پس از محاسبه در جهت اطمینان باید کاهش داده شوند. جدول زیر ضرایب کاهش مقاومت را نشان می دهد. برای مثال ضریب کاهش مقاومت خمی تیرها برابر  $0.9 = \varphi$  و ضریب کاهش مقاومت برشی اعضا برابر  $0.75 = \varphi$  میباشد.

**جدول ۲-۷-۹ ضرایب های کاهش مقاومت  $\varphi$  بر اساس وضعیت مورد نظر در طراحی مقطع**

$\varphi$	وضعیت مورد نظر در طراحی مقطع
۰/۹۰	(۱) لنگر، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری الف) مقاطع کشش-کنترل (بند ۴-۴-۷-۹)
۰/۷۵	ب) مقاطع فشار-کنترل (بند ۴-۴-۷-۹) - اعضا با دوربینج
۰/۶۵	- سایر اعضا
۰/۶۵-۰/۹۰	پ) مقاطع در ناحیه انتقال (بند ۴-۴-۷-۹)
۰/۷۵	(۲) برش
۰/۷۵	(۳) پیچش
۰/۶۵	۴) مقاومت اتكایی (لهیدگی)
۰/۸۵	۵) نواحی مهاری پس کشیده
۰/۷۵	۶) نشیمن‌ها (براکتها و کوربلها)
۰/۷۵	۷) نواحی مختلف در مدل‌های بست و بند
۰/۹۰	۸) اجزای اتصالات اعضا پیش ساخته‌ای که با تسلیم عناصر فولادی در کشش کنترل می‌شوند.
۰/۶۰	۹) عناصر بتنی ساده (بدون فولاد)
۰/۴۵-۰/۷۵	۱۰) مهار در عناصر بتنی

## ۲-۲-۳ - دلایل استفاده از ضریب اطمینان

به چه دلیل مهندسین بارها در ترکیب بارها افزایش داده و از طرفی مقاومت اسمی مقطع را با ضریب  $\varphi$  کاهش می دهند؟  
برخی از دلایل استفاده از ضرایب فوق عبارتند از:

۱ - مقاومت واقعی اعضا با آنچه که محاسب در نظر گرفته تفاوت دارد.

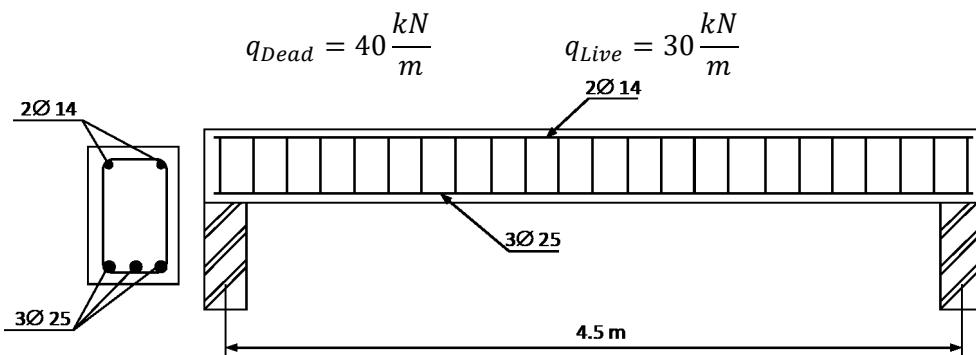
a. مقاومت بتن و فولاد ممکن است متفاوت از مقدار مشخصه باشد.

b. ابعاد اجرا شده ممکن است متفاوت باشد.

c. فرضیات و تقریب‌های ساده کننده در آنالیز و طراحی

۲ - احتمال تغییر در بارگذاری

مثال: در تیر شکل زیر بار گستردہ وارد بر تیر برابر است با:



"لنگر ضریب دار" وارد بر تیر را تحت اثر ترکیب بارهای مبحث نهم محاسبه نمایید.

بارهای مرده و زنده وارد بر به صورت زیر ترکیب شده اند:

$$q_u = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 1.4D = 1.4 \times 40 = 56 \frac{kN}{m} \\ 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 40 + 1.6 \times 30 = 96 \frac{kN}{m} \end{array} \right\} = 96 \frac{kN}{m}$$

مقدار  $96 \frac{kN}{m}$  را "بار ضریب دار" عضو می نامند.

لنگر ضریب دار عضو برابر است با:

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{96 \times 4.5^2}{8} = 243 \text{ kN.m}$$

با فرض اینکه "مقاومت خمشی اسمی" مقطع برابر  $M_n = 275 \text{ kN.m}$  باشد، کفایت تیر تحت خمنش را بررسی کنید.

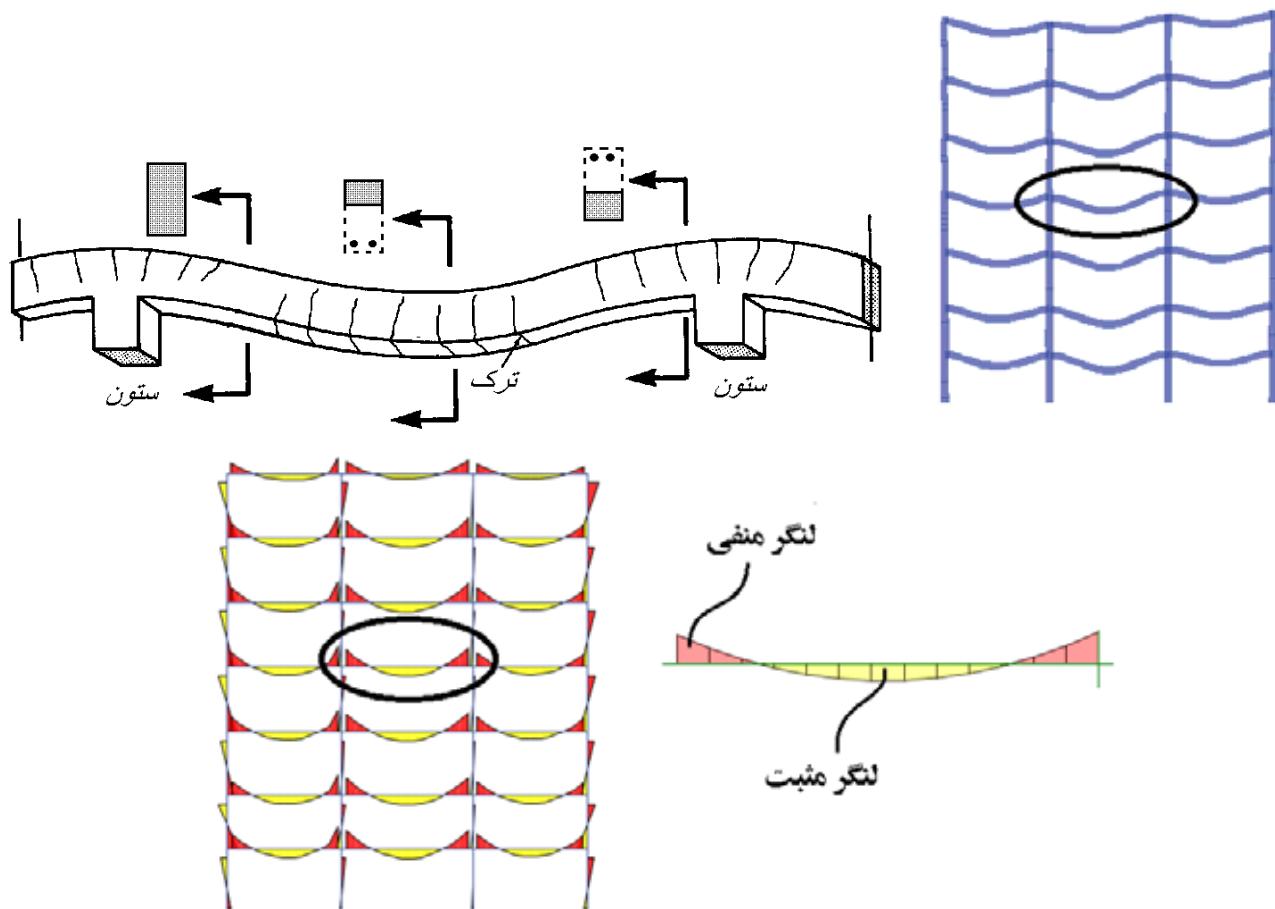
فرض کنید تیر به صورت اتكایی بر روی تکیه گاهها قرار گرفته و دوسر مفصل عمل میکند. ضریب کاهش مقاومت خمشی طبق جدول صفحه قبل برابر  $\varphi = 0.9$  میباشد.

کنترل کفایت تیر به لحاظ خمشی:

$$M_u \leq \varphi M_n \quad \rightarrow \quad 243 \leq 0.9 \times 275 = 247.5 \text{ kN.m} \quad OK$$

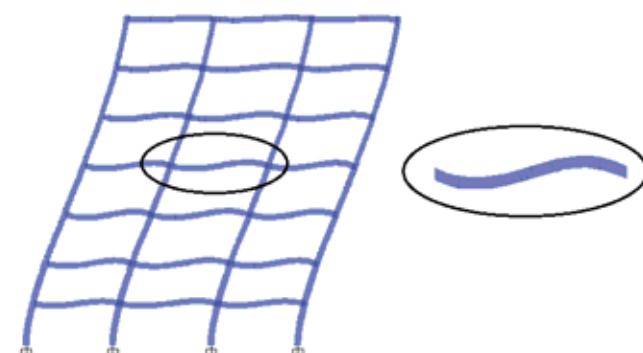
لنگر ضریب دار عضو ( $M_u$ ) باید کمتر از مقاومت خمشی طراحی عضو ( $\varphi M_n$ ) باشد.

۳-۳- لنگر وارد بر تیر تحت بارهای ثقلی و لرزه ای  
به شکل زیر توجه کنید. یک تیر بتن آرمه را نشان می دهد که تحت اثر بار ثقلی خم شده است.

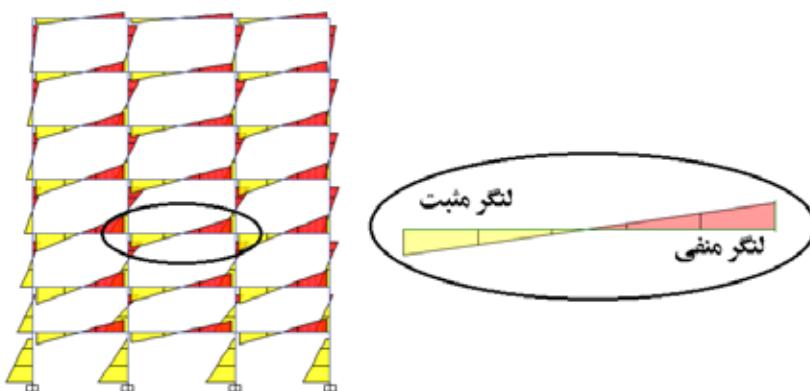


قرار داد: در این جزو در دیاگرام لنگر منفی در بالای نمودار ترسیم می شود و مثبت در پایین نمودار.

به شکل زیر نگاه کنید. تغییرشکل سازه را تحت زلزله نشان می دهد:

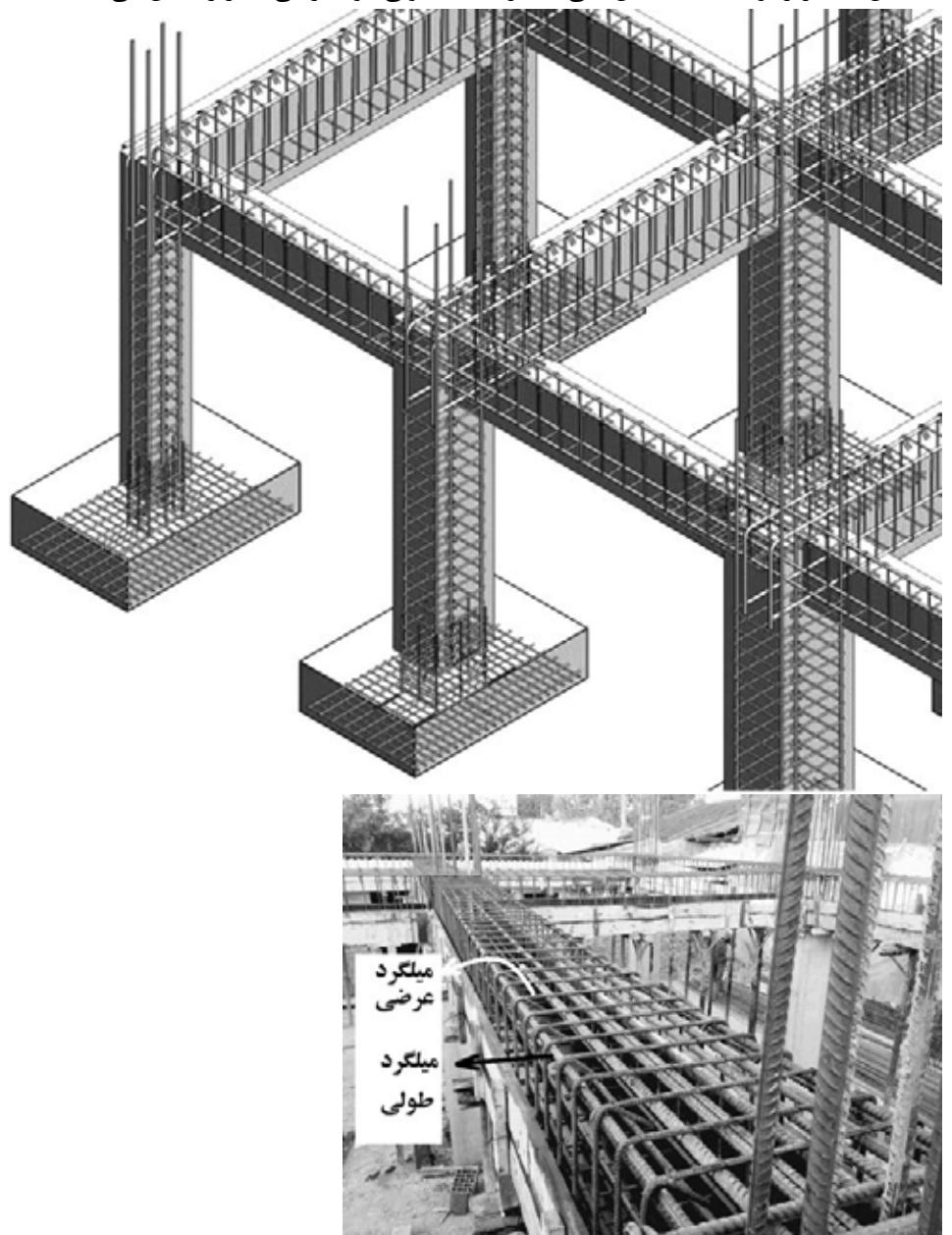


در قابهای خمشی تحت نیروی جانبی زلزله معمولاً حداکثر لنگر در دو انتهای تیر اتفاق می افتد.

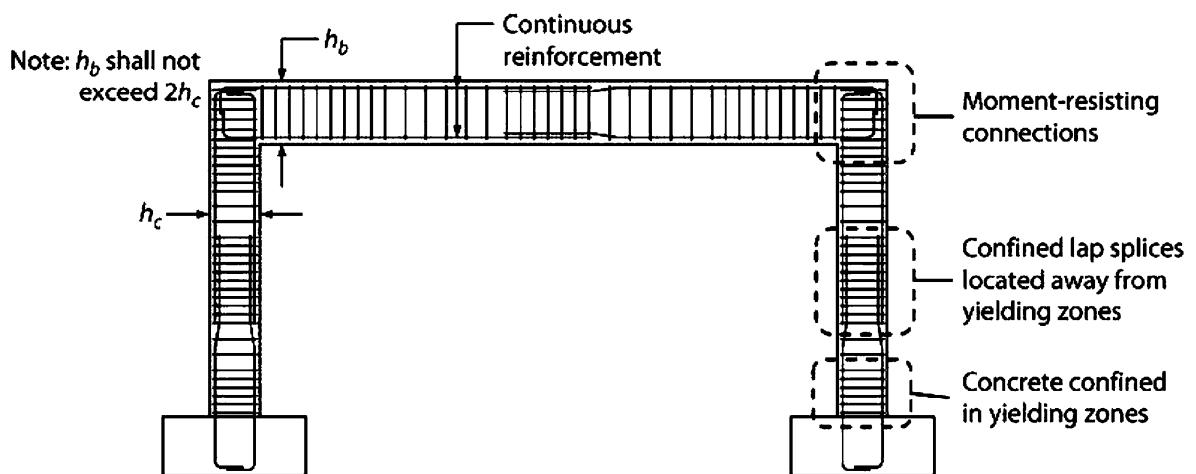


### ۴-۳- سازه های بتنی

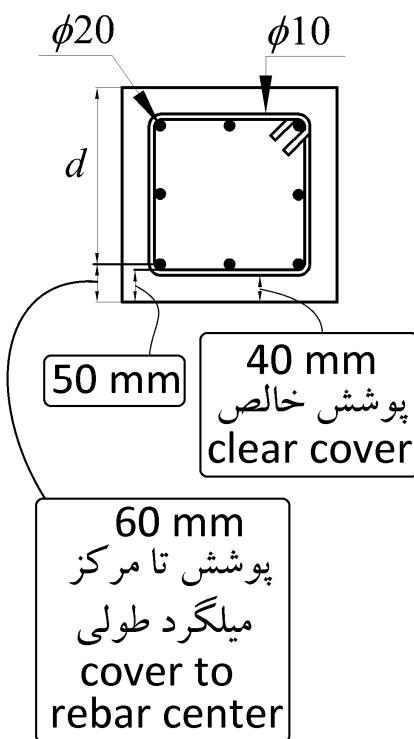
به شکل های زیر توجه کنید. شکل کلی میلگردهای "طولی" و "عرضی" تیر را نشان می دهدند.



نحوه ترسیم میلگردهای طولی و عرضی در نقشه های سازه های مشابه شکل زیر می باشد.



طبق ACI-318-2019 حداقل پوشش خالص بتن برای تیرها و ستونها برابر  $40\text{ mm}$  می باشد به شرطی که آن تیر یا ستون در معرض عوامل جوی (هوای آزاد) و یا در تماس با خاک نباشد.



#### 20.6.1.3 Specified concrete cover requirements

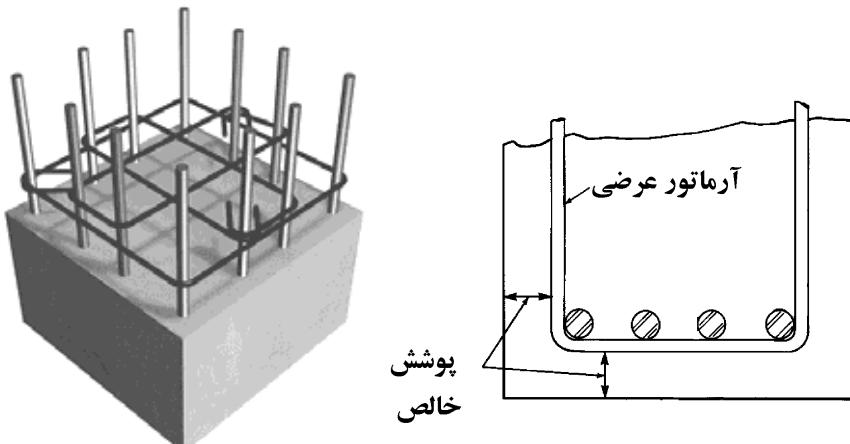
**20.6.1.3.1** Nonprestressed cast-in-place concrete members shall have specified concrete cover for reinforcement at least that given in Table 20.6.1.3.1.

**Table 20.6.1.3.1—Specified concrete cover for cast-in-place nonprestressed concrete members**

Concrete exposure	Member	Reinforcement	Specified cover, mm
Cast against and permanently in contact with ground	All	All	75
Exposed to weather or in contact with ground	All	No. 19 through No. 57 bars	50
		No. 16 bar, MW200 or MD200 wire, and smaller	40
Not exposed to weather or in contact with ground	Slabs, joists, and walls	No. 43 and No. 57 bars	40
		No. 36 bar and smaller	20 →
	Beams, columns, pedestals, and tension ties	Primary reinforcement, stirrups, ties, spirals, and hoops	40 →

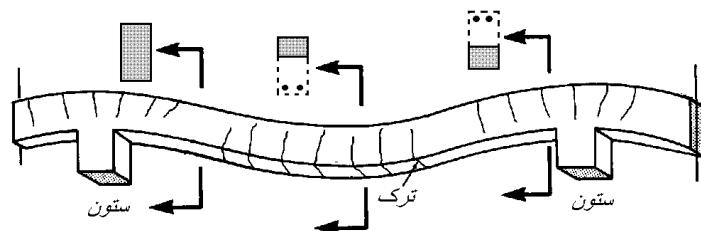
جدول ۶-۴ پوشش بتن روی میلگرد برای اجزاء بنی

پوشش روی میلگردها (mm)	میلگردها	نوع عضو	شرایط محیطی سازه بنی
۷۵	کلیه میلگردها	کلیه اعضاء	بتن در تماس دائم با خاک است
۵۰	میلگردهای به قطر ۱۸ تا ۵۸ میلیمتر	کلیه اعضاء	بتن در تماس با هوا و یا تماس غیر دائم با خاک است
۴۰	میلگردها و سیم های به قطر ۱۶ میلیمتر و کمتر	دال، تیرچه ها و دیوارها	بتن در تماس با هوا و یا خاک نیست
۲۰ → ۴۰	میلگردهای بزرگتر از قطر ۳۶ میلیمتر میلگردهای قطر ۳۴ میلیمتر و نازکتر آرماتورهای طولی، خاموت ها، بسته ها، دوربیچ ها و تنگ ها	تیرچه ها، ستون ها، ستون پایه ها و اعضای کششی	



### ۶-۳- تحلیل و ضرایب ترک خورده‌گی

اعضای سازه‌های بتنی تحت بارهای وارد شده، ترک می‌خوردند. پس از ترک خوردن ممکن اینرسی مقطع آنها کاهش می‌یابد (شکل زیر). طبق مبحث نهم مقررات ملی ساختمان و همچنین ACI-318 باید هنگام تحلیل سازه اثرات این کاهش سختی منظور شود.



طبق مبحث نهم میتوان ممکن اینرسی ستونها را برابر  $0.7I_g$  و ممکن اینرسی تیرها را برابر  $0.35I_g$  در نظر گرفت.

- ممکن اینرسی مقطع تیر یا ستون در حالت ترک نخورده و بدون احتساب اثر میلگردی‌های داخل آن می‌باشد. برای مثال برای یک تیر با ابعاد مقطع  $400mm \times 600mm$  ممکن اینرسی مقطع بتن برابر  $I_g = \frac{400 \times 600^3}{12}$  خواهد بود. و در هنگام تحلیل سازه مقدار ممکن اینرسی این تیر باید برابر  $0.35 \times \frac{400 \times 600^3}{12} = 0.35I_g$  باشد.

### ۲۸۰۰ استاندارد

۵-۵-۳ در سازه‌های بتن‌آرم‌هه در تعیین تغییر مکان جانبی نسبی طرح، ممکن اینرسی مقطع ترک خورده قطعات را [می‌توان] مطابق توصیه آیین‌نامه بتن ایران «آب» برای تیرها  $I_g/0.35$ ، برای ستون‌ها  $I_g/0.7$ ، و برای دیوارها  $I_g/0.35$  یا  $I_g/0.7$  نسبت به میزان ترک خورده‌گی آنها، منظور کرد. برای زلزله بهره‌برداری مقادیر این ممکن اینرسی‌ها را می‌توان تا  $1/5$  برابر افزایش داد و از اثر  $P-\Delta$  نیز صرف‌نظر کرد.

طبق بند فوق در تمامی سازه‌های بتنی (چه مهار شده و چه مهار نشده) ضرایب سختی تیرها برابر  $0.35$ ، ستونها برابر  $0.7$  و دیوارها بسته به اینکه ترک بخورند یا نه برابر  $0.35$  و یا  $0.7$  منظور خواهد شد.

- ضرایب سختی تیرها و ستونها در قابهای خمی بتنی بر اساس استاندارد ۲۸۰۰ (جهت طراحی سازه و نیز محاسبه تغییر مکانها):

Beam (With compatibility torsion)

Beam

Column

Analysis Property Modification Factors	
Property Modifiers	
Cross-section (axial) Area	<input type="text" value="1"/>
Shear Area in 2 direction	<input type="text" value="1"/>
Shear Area in 3 direction	<input type="text" value="1"/>
Torsional Constant	<input type="text" value="0.7"/>
Moment of Inertia about 2 axis	<input type="text" value="1"/>
Moment of Inertia about 3 axis	<input type="text" value="0.35"/>
Mass	<input type="text" value="β"/>
Weight	<input type="text" value="β"/>
OK	Cancel

Analysis Property Modification Factors	
Property Modifiers	
Cross-section (axial) Area	<input type="text" value="1"/>
Shear Area in 2 direction	<input type="text" value="1"/>
Shear Area in 3 direction	<input type="text" value="1"/>
Torsional Constant	<input type="text" value="1"/>
Moment of Inertia about 2 axis	<input type="text" value="1"/>
Moment of Inertia about 3 axis	<input type="text" value="0.35"/>
Mass	<input type="text" value="β"/>
Weight	<input type="text" value="β"/>
OK	Cancel

Analysis Property Modification Factors	
Property Modifiers	
Cross-section (axial) Area	<input type="text" value="1"/>
Shear Area in 2 direction	<input type="text" value="1"/>
Shear Area in 3 direction	<input type="text" value="1"/>
Torsional Constant	<input type="text" value="1"/>
Moment of Inertia about 2 axis	<input type="text" value="0.7"/>
Moment of Inertia about 3 axis	<input type="text" value="0.7"/>
Mass	<input type="text" value="1"/>
Weight	<input type="text" value="1"/>
OK	Cancel

- ضرایب  $\beta$  در شکل فوق را در تیرها به دلیل همپوشانی بتن سقف و تیر در ایتبس می‌توان عددی کمتر از یک وارد کرد. این ضریب برای هر تیر بسته به ابعاد آن و درصد همپوشانی آن با سقف متغیر است و بهتر است در جهت اطمینان برابر یک وارد شود.
- طبق نظر برخی از طراحان در تیرها، علاوه بر ممکن اینرسی  $3$  axis  $I_g/0.35$  برابر  $2$  axis  $I_g/0.7$  نیز برابر  $0.35$  وارد شود. با توجه به اینکه در تیرها لنگر حول محور ضعیف عمده‌ای نزدیک به صفر می‌باشد، کاهش این ضریب در نتایج طراحی اعضا ناچیز است و در کنترل دریفت تاثیر اندکی دارد.

### مبحث نهم (ویرایش ۹۹)

۱-۱-۳-۵-۶-۹ مشخصات مقطع شامل ممان اینرسی و سطح مقطع اعضا باید بر اساس جدولهای ۲-۶-۹ (الف) و یا ۶-۹-۶-

(ب) محاسبه شوند؛ مگر آن که بتوان آنها را از تحلیل‌های دقیق‌تری به دست آورد. در صورت وجود بارهای جانبی دائمی، ممان اینرسی ستون‌ها و دیوارها را باید بر ضرب  $\beta_{ds} = 1 + \beta_{ds}$  تقسیم نمود.  $\beta_{ds}$  برابر با نسبت برش دائمی در کل طبقه به حداکثر برش کل طبقه در همان ترکیب بار می‌باشد. ممان اینرسی ناخالص تیرهای T شکل با منظور کردن عرض موثر بال محاسبه می‌شود؛ و یا دو برابر ممان اینرسی ناخالص مقطع مستطیلی جان منظور می‌گردد.

جدول ۶-۶-۹-الف ممان اینرسی و سطح مقطع مجاز اعضا در تحلیل الاستیک برای بارهای ضربدار

سطح مقطع برای برای تغییرشکل برشی	سطح مقطع برای تغییرشکل محوری	ممان اینرسی	عضو و شرایط آن
$b_w h$	$1.0 A_g$	$0.7 I_g$	ستون‌ها
		$0.7 I_g$	ترک خورده
		$0.35 I_g$	ترک خورده
		$0.35 I_g$	تیرها
		$0.25 I_g$	دال‌های تخت و دال‌های قارچی

جدول ۶-۶-۹-ب مقادیر دقیق‌تر ممان اینرسی اعضا در تحلیل الاستیک برای بارهای ضربدار

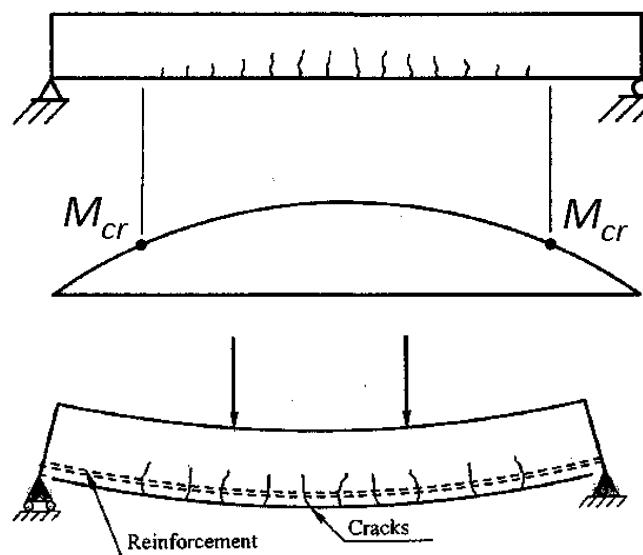
مقادیر ممان اینرسی			عضو
حداکثر	I	حداقل	
$0.875 I_g$	$(0.8 + 25 \frac{A_{st}}{A_g})(1 - \frac{M_u}{P_u h} - 0.5 \frac{P_u}{P_0})$	$0.35 I_g$	ستون‌ها و دیوارها
$0.5 I_g$	$(0.10 + 25\rho)(1.2 - 0.2 \frac{b_w}{d})I_g$	$0.25 I_g$	تیرها، دال‌های تخت و دال‌های قارچی

تبصره - در اعضای خمثی ممتد می‌توان برای  $I$  مقدار متوسط آن را در مقاطع بالنگرهای خمثی مشبت و منفی بحرانی در نظر گرفت. همچنین برای  $P_u$  و  $M_u$  باید مقادیر متعلق به ترکیب بار مورد نظر و یا ترکیبی که حداقل مقدار  $I$  را به دست می‌دهد، منظور نمود.

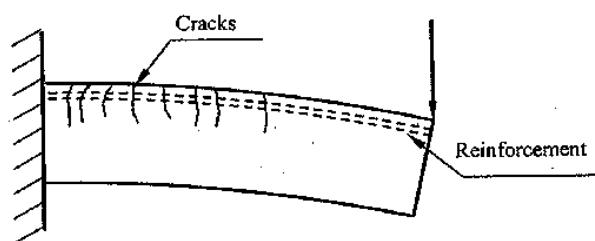
۲-۱-۳-۵-۶-۹ در تحلیل برای بارهای جانبی ضربدار می‌توان ممان اینرسی کلیه اعضا را برابر  $0.5 I_g$  در نظر گرفت؛ یا می‌توان ممان اینرسی اعضا را با استفاده از روش‌های دقیق‌تری که سختی موثر همه اعضا تحت بار را منظور می‌نماید، محاسبه نمود.

- در مبحث نهم ویرایش ۹۹، سه روش جهت منظور کردن اثر ترک خورده‌گی ارائه شده است.
- روش اول همان روش رایج در کشور می‌باشد (تیرها ۰.۳۵ و دیوارها بسته به ترک خورده‌گی آنها ۰.۳۵ و ۰.۷).
- روش دوم نیاز به محاسبه دقیق عضو به عضو دارد
- در روش سوم پیشنهاد شده برای تمامی اعضا همزمان ضربیب کاهش ممان اینرسی برابر ۰.۵ وارد شود.

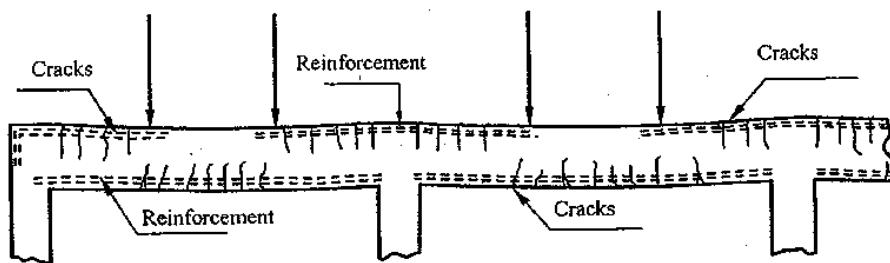
یکی از عوامل ایجاد ترک وجود لنگر در تیر است. در نقاطی که لنگر وارد شده افزایش یابد، ترک ها نیز بیشتر خواهند بود. شکل های زیر نمونه هایی از ترک های احتمالی در تیرها را نشان می دهد. یک تیر دوسر مفصل تحت بار گستردگی یکنواخت را در نظر بگیرید. حداکثر لنگر در میانه تیر می باشد ( $M_u = \frac{q_u L^2}{8}$ ) و بنابراین انتظار می رود تعداد ترک ها و نیز عمق آنها در میانه تیر بیشتر باشد. از طرفی در دو انتهای تیر به علت کاهش لنگر به صفر، ترک ها نیز حذف می شوند (شکل زیر).



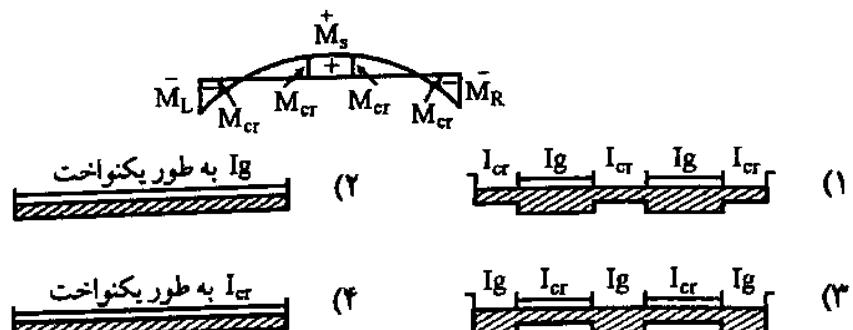
A- Simple beam



B-Cantilever beam



۲۲- در شکل زیر دیاگرام ممان خمشی یک دهانه از تیر یکسره تحت تأثیر بارهای سرویسی (بدون ضریب) نشان داده شده است. اگر ممان ترک خوردنگی تیر برابر  $M_{cr}$ ، ممان اینرسی کل مقطع بتنی با صرفنظر از آرماتور برابر  $I_g$  و ممان اینرسی مقطع ترک خورده تیر برابر  $I_{cr}$  باشد، کدام گزینه تغییرات ممان اینرسی در طول دهانه تیر را بهتر نشان می‌دهد؟ (مهله‌نهاده ۷۷)



گزینه ۱

سراسری ۹۰

۱۲۰- مهم‌ترین عامل غیرخطی بودن رفتار تغییر شکل کوتاه مدت تیر بتن آرمه تحت بار سرویس کدام است؟

(۲) وقوع ترک در بتن

(۱) رفتار غیرخطی بتن

(۴) پارامترهای ثانویه از جمله خرش و جمع شدگی

(۳) استفاده از آرماتور در بتن

گزینه ۲

### ۷-۳- مکانیزم تحمل خمنش در تیرهای بتنی

#### ۷-۳-۱- نمودار لنگر انحنا

- در اعضای کششی رابطه بین تغییرشکل و نیرو را به صورت زیر میتوان نوشت:

$$F = K\Delta \rightarrow F = \frac{EA}{L}\Delta \rightarrow F = EA\left(\frac{\Delta}{L}\right) \rightarrow F = EA(\varepsilon)$$

- در اعضای خمشی رابطه بین تغییرشکل و لنگر را به صورت زیر میتوان نوشت:

$$M = K\theta \rightarrow M = \frac{EI}{L}\theta \rightarrow M = EI\left(\frac{\theta}{L}\right) \rightarrow M = EI(\phi)$$

- پارامتر  $\phi$  "انحنا" نامیده میشود. انحنا تغییر زوایه در واحد طول تیر می باشد. این پارامتر در شکل زیر سمت راست برای تیر تحت خمنش نشان داده شده است.

در اعضای خمشی برای سنجش تغییر شکل عضواز مفهوم انحنا (curvature) استفاده می شود:

$$\frac{1}{R} = \phi = \frac{1}{R}$$

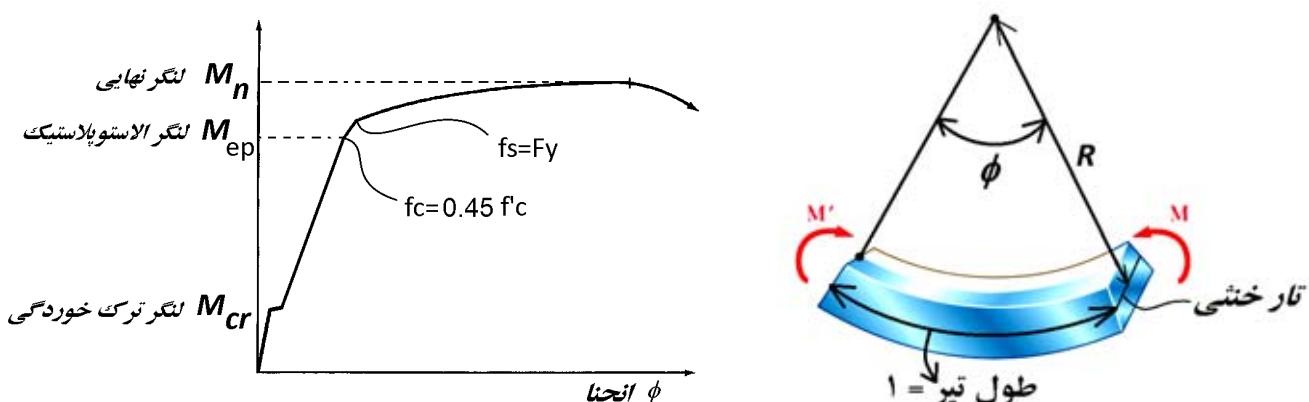
در تیرهای فاقد خمنش مقدار انحنا صفر خواهد بود.

با افزایش لنگر، مقدار انحنا افزایش می یابد.

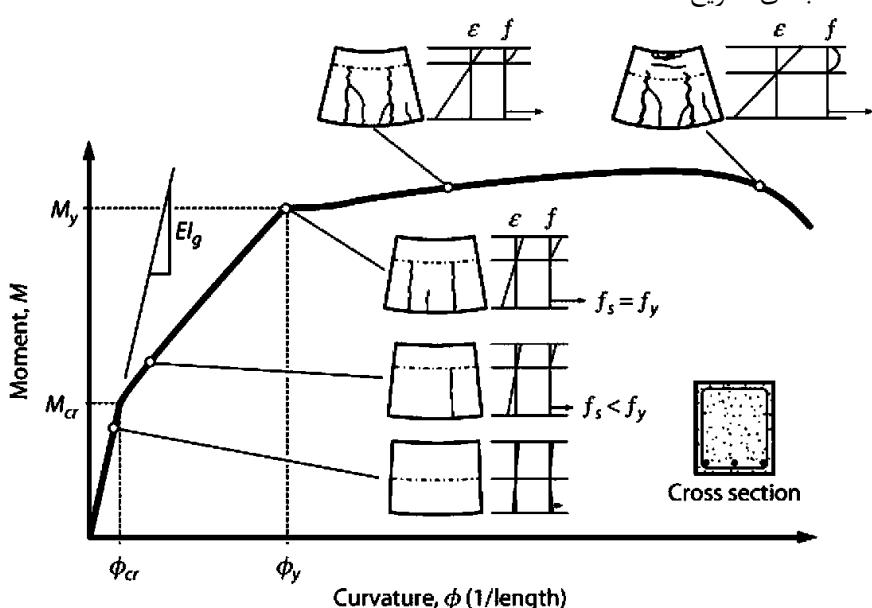
در شکل زیر مقدار انحنا و شعاع انحنا در یک تیر نشان داده شده است.

- توجه کنید که زاویه نشان داده شده در وارد طول تیر (۱ متر در شکل) میباشد.

- در بررسی رفتار خمشی یک عضو به جای نمودار "نیرو-تغییر مکان" می توان از نمودار "لنگر - انحنا" مطابق شکل زیر استفاده کرد.



- در نمودار شکل فوق و نیز شکل زیر می توان مرحله بارگذاری تیر بتنی تحت خمنش را در ۳ مرحله مختلف طبقه بندی کرد. این ۳ مرحله در صفحات بعدی تشریح شده اند.



سه مرحله مختلف در نمودار لنگر انحنا داریم:

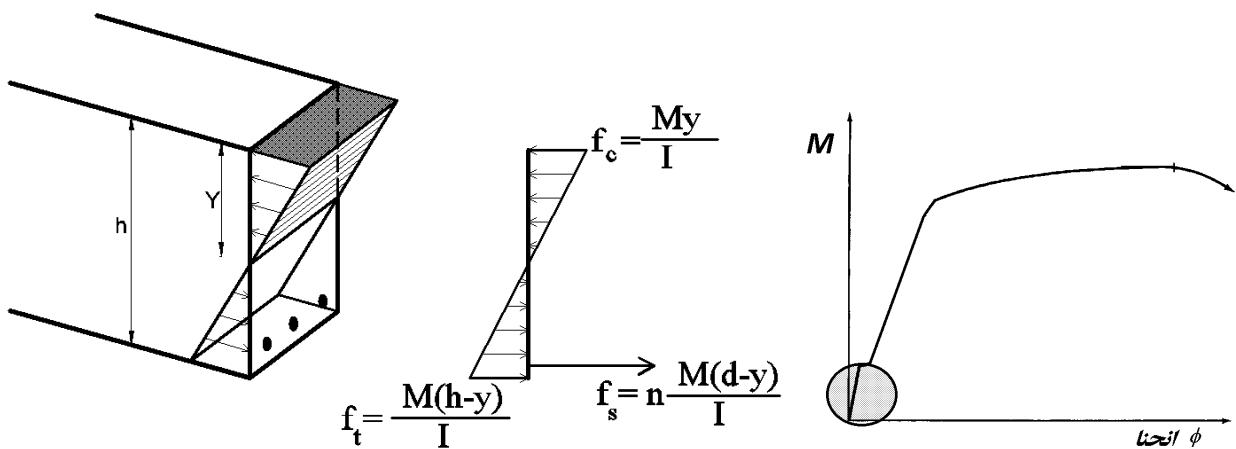
۱- مرحله یک (الاستیک):

- در این مرحله سه عامل زیر در تحمل لنگر مشارکت دارند:

- بتن کششی
- فولاد کششی
- بتن فشاری

وقتی لنگر وارد بر تیر کم باشد، بتن کششی ترک نخواهد خورد. در این مرحله مطابق شکل زیر لنگر توسط سه عامل بتن کششی +

فولاد کششی + بتن فشاری تحمل می شود.

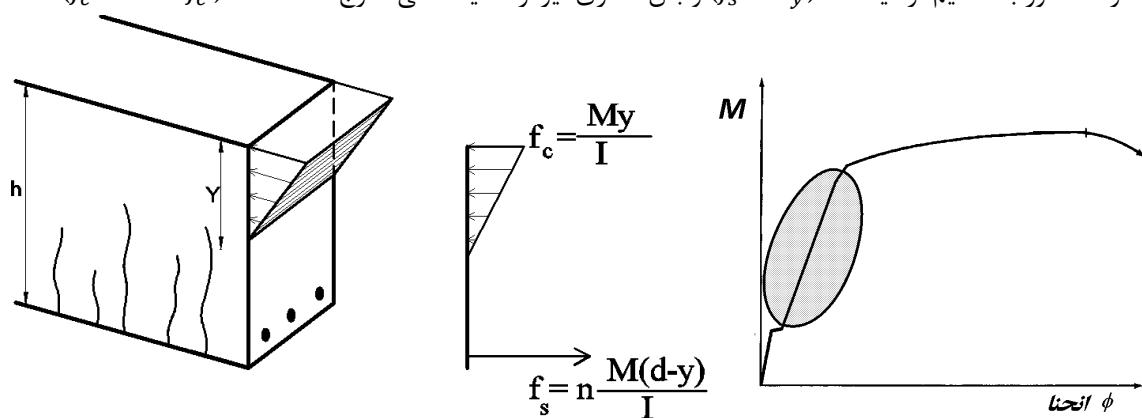


۲- مرحله دو (استوپلاستیک):

به علت افزایش لنگر، بتن در کشش ترک خورده و کششی حذف میشود.

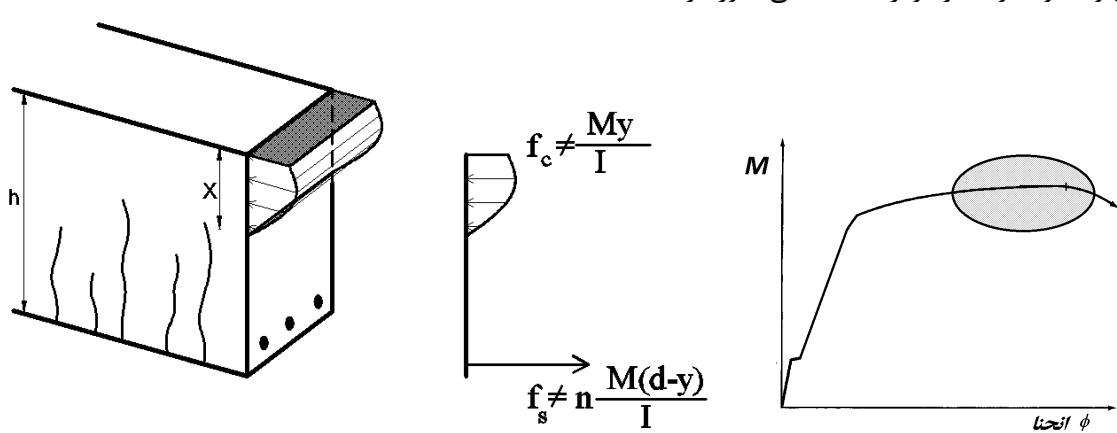
لنگر توسط دو عامل میلگرد کششی و بتن فشاری تحمل می شود.

در این مرحله میلگردها هنوز به تسلیم نرسیده اند ( $f_s < F_y$ ) و بتن فشاری نیز از ناحیه خطی خارج نشده است ( $f_c < 0.45f'_c$ ).



۳- مرحله سه (پلاستیک):

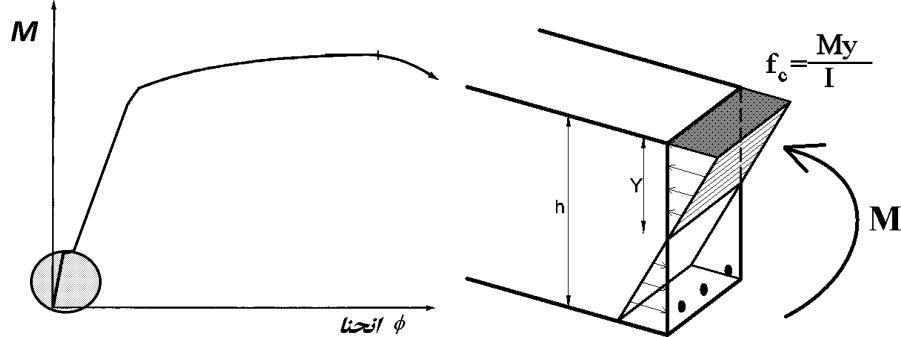
در این مرحله بتن و یا فولاد و یا هر دو از ناحیه خطی عبور کرده اند.



### ۸-۳- لنگر مقاوم ترک خوردگی (Mcr)

تا زمانی که تنش (ناشی از لنگر) در دورترین تار کششی از مقاومت کششی بتن (مدول گسیختگی) کمتر باشد، بتن کششی ترک نخواهد خورد.

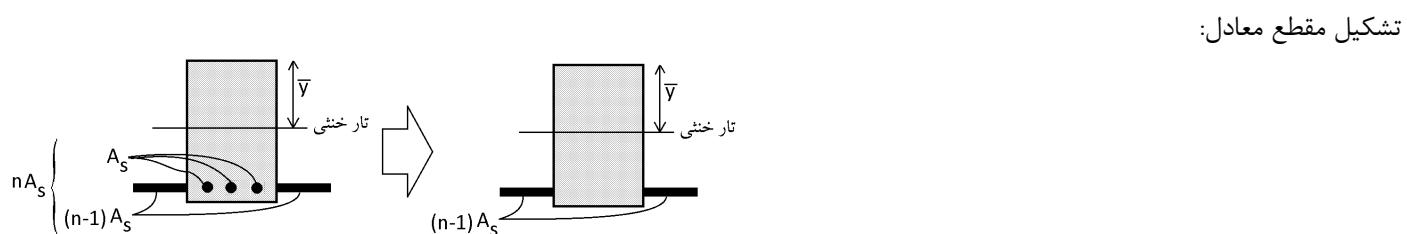
در شکل زیر لنگر وارد بر مقطع کمتر از لنگر ترک خوردگی می باشد (قسمت هاشور خورد در نمودار). بنابراین بتن کششی حذف نشده است.



جهت محاسبه تنش ها (و استفاده از رابطه  $\frac{My}{I}$ ) باید مقدار ممان اینرسی ( $I$ ) مقطع محاسبه شود.  
مقطع بتن آرمه "غیرهمگن" است و نمی توان مستقیماً مقدار  $I$  را محاسبه کرد.

جهت محاسبه  $I$  باید مقطع "معادل" ساخته شود.

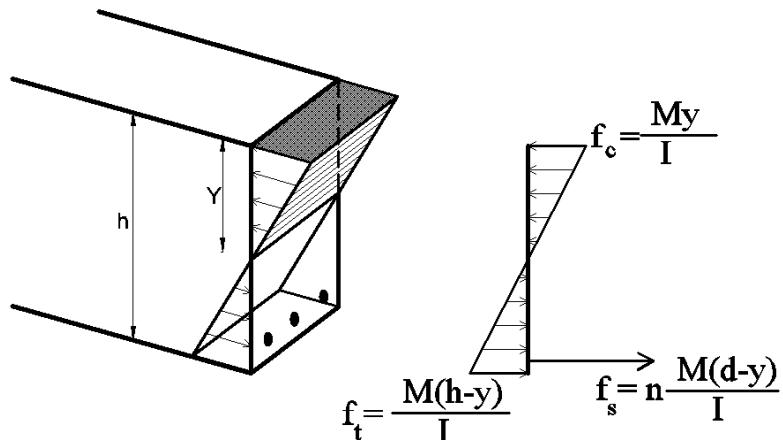
در مقطع معادل به جای میگردها، بتن معادل با میلگرد قرار می گیرد. با توجه به اینکه سختی فولاد  $8 \approx n = \frac{E_s}{E_c}$  برابر بتن می باشد، می توان مطابق شکل زیر به جای میگردها بتنی با مساحت  $nA_s \approx 8A_s$  قرار داد:



در شکل فوق  $n$  نسبت سختی فولاد به بتن می باشد:

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

تنش در دورترین تار فشاری، دورترین تار کششی و نیز در میگردها به صورت زیر خواهد بود:

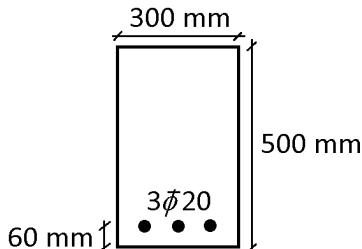


اگر مقاومت کششی بتن برابر  $f_r$  باشد، لنگر مقاوم ترک خوردگی به صورت زیر بدست می آید.

$$\frac{M_{cr}(h-Y)}{I} = f_r \rightarrow M_{cr} = \frac{f_r I}{h-Y}$$

در رابطه فوق  $I$  ممان اینرسی مقطع تبدیل یافته می باشد.  $Y$  عمق تار خنثی در مقطع تبدیل یافته می باشد.

در مقطع زیر فرض کنید مدول الاستیسیته بتن حدوداً برابر  $E_s = 2 \times 10^5 MPa$  می باشد و مدول الاستیسیته فولاد نیز  $E_c = 2 \times 10^4 MPa$  می باشد. همچنین فرض کنید تنش فشاری مقاومت بتن برابر  $f'_c = 20 MPa$  می باشد. لنگر مقاومت ترک خوردن را بیابید.

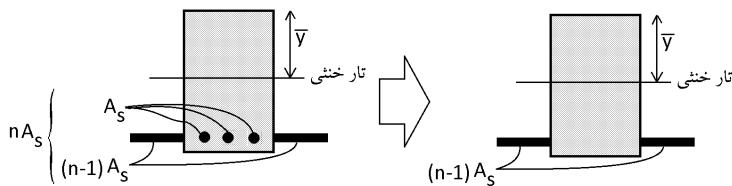


راه حل:

- ابتدا باید مقطع معادل سازی شود. برای این منظور نسبت سختی فولاد به بتن باید محاسبه شود:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 10$$

جایگزینی میلگرد های فولادی با بتن معادل:



- محاسبه مرکز سطح مقطع معادل:

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{(bh) \times \frac{h}{2} + (n-1) \times A_s \times (440)}{bh + (n-1) \times A_s} = \frac{(500 \times 300) \times 250 + (10-1) \times 942 \times 440}{500 \times 300 + (10-1) \times 942} = 260.16$$

- محاسبه ممان اینرسی مقطع معادل:

$$\begin{aligned} I &= \left( \frac{bh^3}{12} + A(260.16 - 250)^2 \right) + (n-1)A_s(440 - 260.16)^2 \\ &= \frac{300 \times 500^3}{12} + 300 \times 500 \times 10.16^2 + 9 \times 942 \times 179.84^2 \\ I &= 3.415 \times 10^9 mm^4 \end{aligned}$$

- اگر تنش در دورترین تار کششی مقطع معادل از مقاومت کششی بتن ( $f_r$ ) فراتر رود، بتن ترک خواهد خورد. مقاومت کششی بتن را می توان با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد:

### ۱-۳-۹ مدول گسیختگی بتن، $f_r$

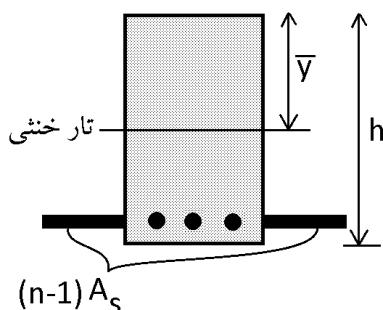
- ۱-۳-۹ مدول گسیختگی بتن، از رابطه (۱-۳-۹) محاسبه می شود.

$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c} \quad (1-3-9)$$

$$f_r = 0.62\sqrt{20} = 2.77 MPa$$

## ۵- محاسبه لنگر مقاوم ترک خوردگی مقطع

$$\frac{M_{cr}(h - \bar{y})}{I} = f_r \rightarrow M_{cr} = \frac{f_r I}{h - \bar{y}} = \frac{2.77 \times 3.415 \times 10^9}{500 - 260.16} = 39441085 \text{ N.mm} = 39.44 \text{ kN.m}$$



از لنگر ترک خوردگی در محاسبات خیز اعضای بتنی استفاده می‌شود. در نقاطی از عضو که لنگر وارد شده بیش از لنگر ترک خوردگی می‌باشد، عضو ترک خواهد خورد. پس از ترک خوردگی ممان اینرسی مقطع کاهش خواهد یافت.

طبق ACI-318 می‌توان لنگر ترک خوردگی را بدون توجه به اثر میلگردها محاسبه کرد. رابطه زیر در بند 24.2.35 از ACI-318 می‌باشد:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (24.2.3.5b)$$

در رابطه فوق  $I_g$  ممان اینرسی مقطع بتنی (بدون توجه به میلگردها) می‌باشد.

محاسبه لنگر ترک خوردگی با رابطه ارائه شده توسط آیین نامه:

$$M_{cr} = \frac{f_r \frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = f_r \frac{bh^2}{6} = 2.77 \times \frac{300 \times 500^2}{6} = 34.62 \text{ kN.m}$$

## محاسبات ۸۹

لنگر خمی ترک خوردگی تیر با مقطع مستطیل به عرض ۴۰ سانتیمتر و ارتفاع کل ۳۰ سانتیمتر از بتن با مقاومت فشاری مشخصه  $f_c = 25 \text{ MPa}$  چقدر است؟

۴۸ kN.m (۲) ۱۸ kN.m (۱)

۲۴ kN.m (۴) ۳۶ kN.m (۳)

گزینه ۴

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{0.6\sqrt{25} \times \frac{300 \times 400^3}{12}}{200 \text{ mm}} = 24000000 \text{ mm} = 24 \text{ kN.m}$$

## سراسری ۹۶

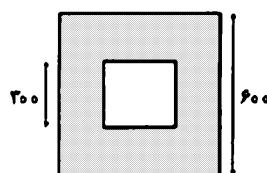
مقطع مجوف تیر بتن آرمه به صورت مربع خارجی با هر ضلع به طول ۶۰۰ mm و مربع داخلی به طول هر ضلع ۲۰۰ میلیمتر و ضخامت جداره در هر چهار طرف برابر ۱۵۰ mm می‌باشد. بدون در نظر گرفتن اثر میلگردهای مقطع، لنگر خمی ترک خوردگی مقطع تیر،  $M_{cr}$ ، چند kN.m است؟ (مدول شکست بتن برابر  $f_r = 4 \text{ MPa}$  است).

۹۶(۱)

۱۲۶(۲)

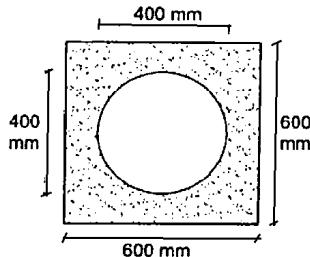
۱۳۵(۳)

۱۴۴(۴)



$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{4 \times \left( \frac{600^4}{12} - \frac{200^4}{12} \right)}{300} = 135 \text{ kN.m}$$

۳۲- مقطع مجوف تیر بتن مسلح به صورت شکل از مربع با اضلاع به طول 600 mm و دایره توخالی در وسط به شعاع 200 mm تشکیل شده است. با فرض اینکه مدول گسیختگی بتن برابر  $f_r = 3 \text{ MPa}$  باشد، بدون لحاظ اثر میلگرد های مقطع، لنگر خمشی ترک خوردگی تیر حول محور تقارن افقی (بر حسب  $\text{kN.m}$ ) حدوداً چقدر خواهد بود؟



78 (۱)

83 (۲)

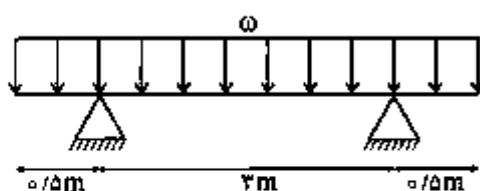
95 (۳)

108 (۴)

گزینه ۳

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3 \left( \frac{600^4}{12} - \frac{\pi \times 200^4}{4} \right)}{300} = 95.44 \text{ kN.m}$$

۱۲۲- در تیر شکل زیر حداقل مقدار شدت بار (و) حدوداً چند  $\frac{\text{kN}}{\text{m}}$  باشد تا ترک خمشی در تیر ایجاد نگردد؟ (مدول گسیختگی بتن  $f_r = 3 \text{ MPa}$  می باشد)

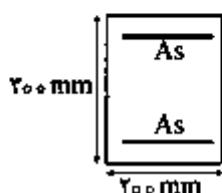


۳ (۱)

۹ (۲)

۱۵ (۳)

۲۷ (۴)



گزینه ۲

لنگر وارد بر تیر بر روی تکیه گاه برابر است با:

$$M_{neg} = \frac{wL^2}{2} = \frac{w \times 0.5^2}{2} = \frac{w}{8}$$

لنگر وارد بر تیر در وسط تیر برابر است با:

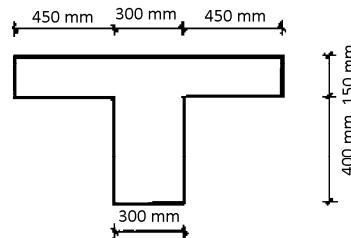
$$M_{pos} = R \times 1.5m - \frac{w \times 2^2}{2} = 3w - 2w = w$$

حداکثر لنگر وارد بر تیر باید کمتر از لنگر ترک خوردگی باشد:

$$(M = \omega) < \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3 \times \frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = 3 \times \frac{bh^2}{6} = 3 \times \frac{200 \times 300^2}{6} = 9 \text{ kN.m}$$

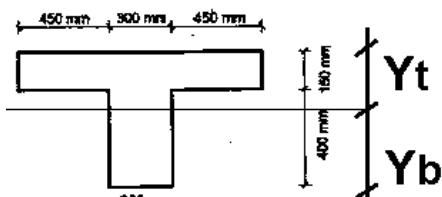
## محاسبات ۹۳

-۵۸- نسبت لنگر خمشی منفی ترک خورده‌گی به لنگر خمشی مثبت ترک خورده‌گی مقطعی مطابق شکل به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر استه (محور خمش موازی بال مقطع می‌باشد و رده بتن C25 فرض شود)



0.75	(۱)
1.0	(۲)
1.5	(۳)
2.0	(۴)

گزینه ۴

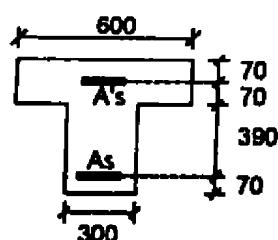


$$y_b = \frac{1200 \times 150 \times 475 + 300 \times 400 \times 200}{1200 \times 150 + 300 \times 400} = 365 \rightarrow y_t = 550 - 365 = 185$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{cr}^+ = \frac{f_r I_g}{y_b} \\ M_{cr}^- = \frac{f_r I_g}{y_t} \end{array} \right\} \frac{M_{cr}^-}{M_{cr}^+} = \frac{y_b}{y_t} = \frac{365}{185} = 1.97$$

## محاسبات ۹۳

-۳۰- در صورتیکه در مقطع مطابق شکل ۵Φ25 و رده بتن C25 و نوع فولاد S400 باشد، نسبت لنگر خمشی ترک خورده‌گی منفی (قسمت فوقانی مقطع تحت اثر کشش) به لنگر خمشی ترک خورده‌گی مثبت (قسمت پائینی مقطع تحت اثر کشش) به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر است؟

( واحداها در شکل بر حسب میلی متر است و  $\Phi_c = 0.65$ )

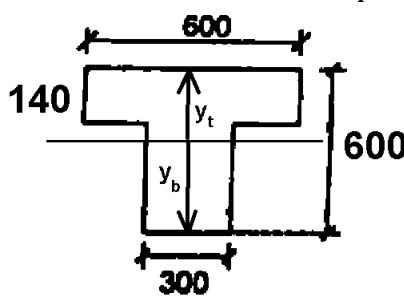
0.90	(۱)
1.60	(۲)
0.75	(۳)
1.35	(۴)

گزینه ۴

$$y_t = \frac{140 \times 300 \times 70 + 300 \times 600 \times 300}{140 \times 300 + 300 \times 600} = 256.48 \text{ mm}$$

$$y_b = 600 - y_t = 343.52 \text{ mm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{M_{NEG} y_t}{I} < f_r \rightarrow M_{NEG} = \frac{I f_r}{y_t} \\ \frac{M_{POS} y_b}{I} < f_r \rightarrow M_{POS} = \frac{I f_r}{y_b} \end{array} \right\} \frac{M_{NEG}}{M_{POS}} = \frac{y_b}{y_t} = \frac{343.52}{256.48} = 1.339$$



۱۲۴- برای تیر بتنی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد مقطع  $400 \times 600$  میلی‌متر نسبت لنگر خمشی ترک خوردگی حول محور خمشی قوی به لنگر خمشی ترک خوردگی حول محور خمشی ضعیف حدوداً چقدر است؟

- ۱) ۱  
۲) ۱/۵  
۳) ۱/۲۵  
۴) ۲/۲۵

$$\left. \begin{aligned} (M_{cr})_x &= \frac{f_r I_g}{y_t} = f_r \frac{bh^2}{6} \\ (M_{cr})_y &= \frac{f_r I_g}{y_t} = f_r \frac{b^2 h}{6} \end{aligned} \right\} \frac{(M_{cr})_x}{(M_{cr})_y} = \frac{h}{b} = \frac{600}{400} = 1.5$$

۳۳- دال بتن مسلح یک طرفه با تکیه‌گاه‌های ساده و به ضخامت 200 میلی‌متر از بتن رده C25 ساخته شده است، علاوه بر بار ناشی از وزن، حدوداً به ازای چه میزان بار گسترشده یکنواخت اضافی بر روی دال بر حسب  $kN/m^2$ . مقطع از نظر خمش ترک خورده محسوب می‌شود؟ (دهانه مؤثر تیر 4 متر بوده و از بتن معمولی استفاده شده است. همچنین مقدار مدول گسیختگی بتن را برابر 3 مگاپاسکال در نظر بگیرید).

- ۱) 10  
۲) 5  
۳) 3  
۴) 2

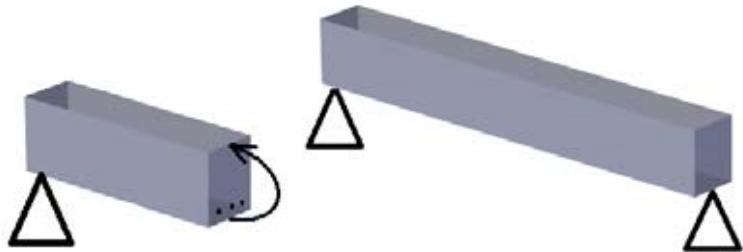
گزینه ۲ (سطح سوال متوسط)

اگر لنگر ناشی از بارها (مرده و زنده بدون ضریب) بیش از لنگر ترک خوردگی باشد، مقطع ترک می‌خورد. وزن مترمربع مرده بتن  $= 25 \times 0.2 = 5 \frac{kN}{m^2}$  می‌باشد بنابراین:

$$M_{D+L} > M_{cr} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} M_{D+L} &= \frac{(q)L^2}{8} = \frac{(5 + q_{اضافی})4^2}{8} = 10 + 2q_{اضافی} \quad kN.m \\ M_{cr} &= \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3 \times \left(\frac{1000 \times 200^3}{12}\right)}{100} = 20 \times 10^6 N.mm = 20 kN.m \end{aligned} \right\} 10 + 2q > 20$$

$$\rightarrow q > 5 \frac{kN}{m^2}$$

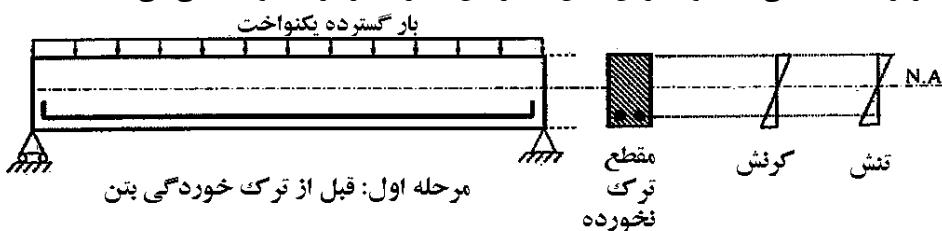
در شکل زیر یک تیر دوسر ساده نشان داده شده است. فرض کنید بار وارد بر آن به صورت گستردہ یکنواخت باشد (uniform load). در وسط تیر حداکثر لنجگر برابر  $M_u = \frac{q_u L^2}{8}$  خواهد بود و در وسط تیر در تارهای فوقانی تنש فشاری و در پایین مقطع تنش کششی ایجاد می کند.



بتن در فشار قوی و در کشش ضعیف است بنابراین می تواند فشار را در بالای مقطع به خوبی تحمل کند ولی در کشش نیازمند کمک فولاد کششی می باشد.

مراحل بارگذاری تیر و خرابی را می توان به سه مرحله مجزا تقسیم کرد:

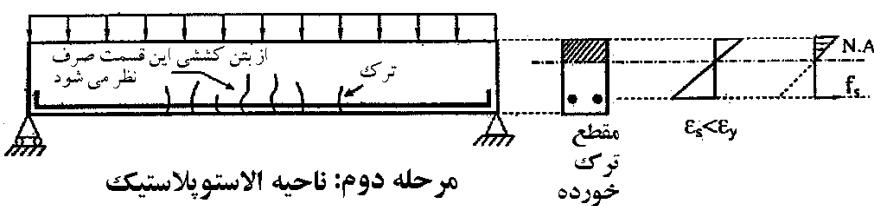
- ۱- در این مرحله بار گستردہ ناچیز و کم است.
  - دیاگرام تنش و کرنش در ارتفاع مقطع خطی می باشد.
  - تنش های کششی کم هستند و بنابراین بتن کششی ترک نمی خورد. مقدار تنش ها در دورترین تار کششی کمتر از مدول گسیختگی بتن ( $f_r$ ) می باشد.
  - تنش فشاری بتن کمتر از  $0.45f'_c$  می باشد و بنابراین تنش ها در بتن فشاری نیز در محدوده خطی می باشد.



- ۲- در این مرحله بارها در حد بار بهره برداری (سرویس) می باشد. ترکیب بارهای بهره برداری در صفحات قبلی جزوه امده است.

- دیاگرام کرنش خطی است.
- دیاگرام تنش در ناحیه کششی غیر خطی است. ولی در ناحیه فشاری خطی می باشد.
- فولادها هنوز به تسلیم رسیده اند و در ناحیه خطی قرار دارند و بنابراین  $\epsilon_y \leq \epsilon_s \leq f_s$  می باشد.
- تنش فشاری بتن کمتر از  $0.45f'_c$  می باشد و بنابراین تنش ها در بتن فشاری در محدوده خطی می باشد.

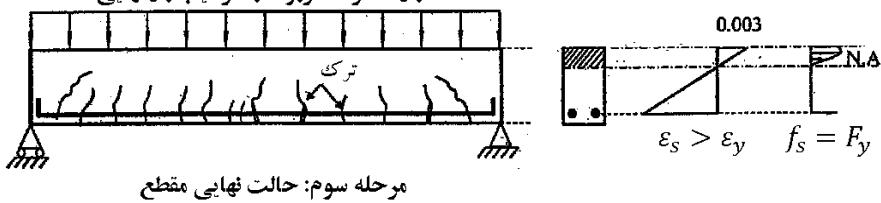
بار گستردہ مربوط به بارهای سرویس

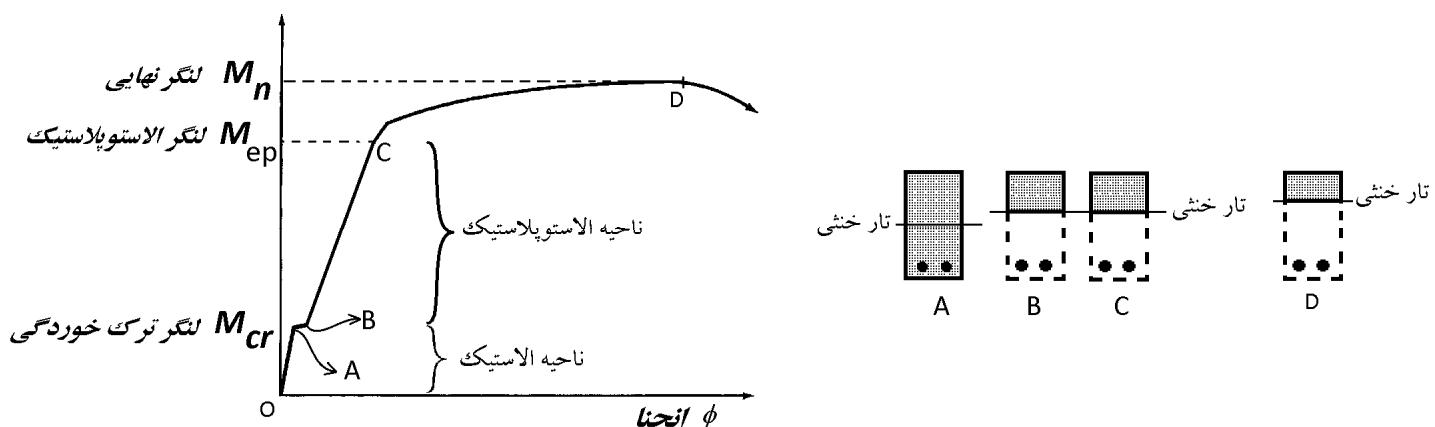


- ۳- در این مرحله بارها در حد نهایی می باشد. ترکیب بارهای طراحی در حد نهایی در صفحات قبلی جزوه امده است.

- دیاگرام کرنش خطی است.
- دیاگرام تنش در ناحیه فشاری غیر خطی است.
- فولادها هنوز به تسلیم رسیده اند و بنابراین  $\epsilon_y > \epsilon_s = f_s$  می باشد.

بار گستردہ مربوط به ترکیب بار نهایی





در انتقال از نقطه A به نقطه B، بتن کششی به تدریج حذف میشود و بنابراین:

- ۱- ممان اینرسی مقطع به شدت کاهش می یابد.
- ۲- تنش فولادهای کششی به شدت افزایش می یابد.
- ۳- تار خنثی به سمت بالا حرکت می کند.

اگر مقطع در ناحیه الاستیک باشد، آیا با افزایش لنگر محل تار خنثی تغییر می کند؟

با عبور از ناحیه الاستیک به ناحیه الاستوپلاستیک تار خنثی چه تغییری می کند؟

اگر مقطع در ناحیه الاستوپلاستیک باشد، آیا با افزایش لنگر محل تار خنثی تغییر می کند؟

## آزاد ۸۲

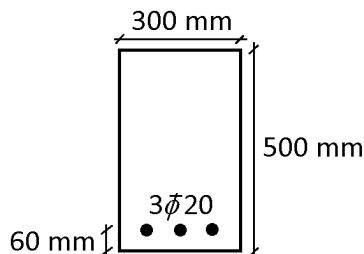
زمانی که در یک تیر بتن مسلح مستطیلی، بتن ترک خورده باشد اما کرنش حداکثر فشاری در بتن محدود به ۰.۵ در هزار و کرنش حداکثر در فولاد محدود به حد تسلیم باشند، می توان گفت که:

- (۱) محل محور خنثی تابع تغییرات لنگر خمی نیست و ثابت است.
- (۲) هرچه لنگر خمی بیشتر باشد، محل محور خنثی به تارهای فشاری نزدیک تر است.
- (۳) هرچه لنگر خمی بیشتر باشد، محل محور خنثی به فولادهای کششی نزدیک تر است.
- (۴) در مورد تغییر محل محور خنثی نمی توان قضاوت کرد و با افزایش لنگر خمی ممکن است محور خنثی به بالا یا پایین حرکت کند که تابع عوامل مختلفی نظیر درصد فولاد و مقاومت بتن و تنش تسلیم فولاد می باشد.

گزینه ۱

### ۹-۳- لنگر الاستوپلاستیک مقطع

در مقطع زیر فرض کنید مدول الاستیسیته بتن برابر  $E_s = 2 \times 10^5 MPa$  می باشد و مدول الاستیسیته فولاد نیز  $E_c = 2 \times 10^4 MPa$  می باشد. همچنین فرض کنید تنش فشاری مقاوم بتن برابر  $f'_c = 20 MPa$  می باشد. لنگر مقاوم الاستوپلاستیک را بیابید.

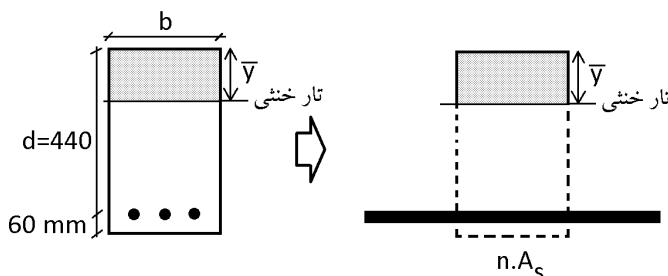


راه حل:

- ابتدا باید مقطع معادل سازی شود. برای این منظور نسبت سختی فولاد به بتن باید محاسبه شود:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 10$$

جایگزینی میلگرد های فولادی با بتن معادل:



- سپس باید مرکز سطح مقطع معادل بدست آید:

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{(\bar{y} \times b) + nA_s d}{(\bar{y} \times b) + nA_s} \rightarrow \bar{y}^2 + \frac{2nA_s}{b} \bar{y} - \frac{2nA_s d}{b} = 0$$

$$\bar{y}^2 + \frac{2 \times 10 \times 942}{300} \bar{y} - \frac{2 \times 10 \times 942 \times 440}{300} = 0$$

$$\bar{y} = 138 \text{ mm}$$

- محاسبه ممان اینرسی مقطع معادل:

$$I = \frac{1}{3} b \bar{y}^3 + nA_s (d - \bar{y})^2$$

$$I = \frac{300 \times 138^3}{3} + 10 \times 942 \times (440 - 138)^2 = 1.122 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

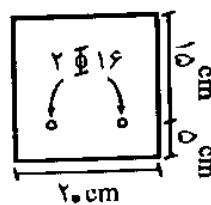
- تنش در فولاد کششی نباید از  $F_y$  فراتر رود. از طرفی تنش در بتن فشاری نیز نباید از  $0.45f'_c$  فراتر رود.

$$\left( f_c = \frac{M \bar{y}}{I} \right) < 0.45f'_c \rightarrow M_{ep} < \frac{0.45f'_c I}{\bar{y}} = \frac{0.45 \times 20 \times 1.122 \times 10^9}{138} = 73.17 \text{ kN.m}$$

$$\left( f_s = n \frac{M(d - \bar{y})}{I} \right) < F_y \rightarrow M_{ep} < \frac{F_y I}{n(d - \bar{y})} = \frac{400 \times 1.122 \times 10^9}{10 \times (440 - 138)} = 148.6 \text{ kN.m}$$

$$M_{ep} = \min(73.17, 148.6) = 73.17 \text{ kN.m}$$

تیر بتن مسلحی که در شکل زیر نشان داده شده است تحت اثر خمیش خالص بدون نیروی محوری قرار دارد. حداکثر لنگر اسمی (*nominal*) که این مقطع می‌تواند تحمل کند بدون آنکه بتن در فشار و یا فولاد در کشش وارد بخش رفتار غیرخطی شوند، چه مقدار است؟  
 (املاکی عمران آزاد ۸۱)



$$f_y = 400 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 225 \text{ kg/cm}^2$$

۱) حدود  $1/6$  تن متر

۲) حدود  $1/8$  تن متر

۳) حدود  $2/1$  تن متر

۴) حدود  $2/4$  تن متر

$$n = \frac{2 \times 10^5}{4700\sqrt{22.5}} = 8.97$$

$$nA_s = 8.97 \times 2 \times \pi \times 8^2 = 3605 \text{ mm}^2$$

$$x(200) \times \frac{x}{2} = 3605 \times (150 - x) \rightarrow x = 57.7 \text{ mm}$$

$$I = 3605 \times (150 - 58)^2 + \frac{1}{3}(200 \times 58^3) = 4.35 \times 10^7$$

$$M < \frac{0.45f'_c I}{58} \cong 7.7 \times 10^6 \text{ N.mm} = 0.77 \text{ t.m}$$

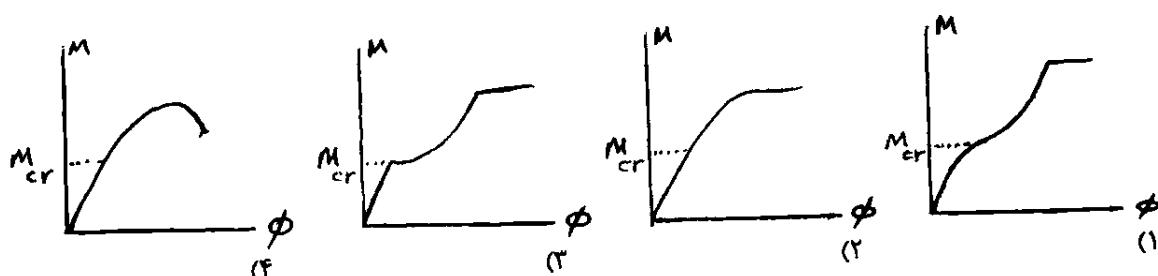
$$M < \frac{f_y I}{n(150 - 58)} \cong 21 \times 10^6 \text{ N.mm} = 2.1 \text{ t.m}$$

$$M_{ep} = \min(0.77, 2.1) = 0.77 \text{ t.m}$$

پاسخ ۰.۷۷ t.m میباشد که در گزینه ها موجود نیست.

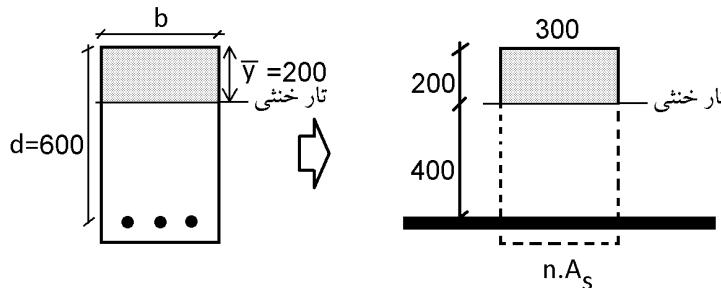
سراسری ۹۲

۱۱۴- کدام گزینه، تغییرات لنگر انحنای یک تیر بتنی از شروع بارگذاری را نشان می‌دهد؟



گزینه ۳

- در مقطع تیر بتن آرمه با عرض ۳۰۰ میلی‌متر و عمق مؤثر ۶۰۰ میلی‌متر و فقط با آهن کششی بر اثر اعمال لنگر خمینی  $M$ . تنش فشاری بتن در دورترین تار فشاری برابر  $10 \text{ MPa}$  و محل تار خنثی تا دورترین تار فشاری  $200$  میلی‌متر است. با فرض رفتار خطی برای مصالح و مقطع ترک خورده، مقدار  $M$  حدوداً چند  $\text{kN.m}$  است؟ (بتن از ردۀ C۳۰ می‌باشد)

(۱)  $180$ (۲)  $160$ (۳)  $120$ (۴)  $80$ 

با توجه به اینکه محل تار خنثی مشخص است، می‌توان مقدار  $nA_s$  را بدست آورد:

$$(300 \times 200) \times \frac{200}{2} = nA_s \times 400 \quad \rightarrow nA_s = 15000 \text{ mm}^2$$

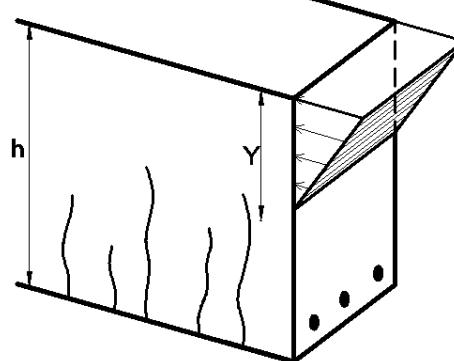
محاسبه ممان اینرسی مقطع معادل:

$$I = \frac{1}{3}b\bar{y}^3 + nA_s(d - \bar{y})^2$$

$$I = \frac{300 \times 200^3}{3} + 15000 \times (400)^2 = 3.2 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

محاسبه مقدار لنگر:

$$f_c = \frac{My}{I} \quad \rightarrow \quad 10 = \frac{M \times 200}{3.2 \times 10^9} \quad \rightarrow \quad M = 160 \text{ kN.m}$$



$$f_c = \frac{My}{I}$$

$$f_s = n \frac{M(d-y)}{I}$$

## (مهندسی عمران ۸۸)

- ۲) در صد کمی از لنگر مقاوم نهایی است.  
۴) حدوداً نصف لنگر مقاوم نهایی است.

۱- در اکثر تیرهای بتن آرمه لنگر ترک دهنده:

- ۱) کمتر از لنگر مقاوم نهایی است.  
۳) در صد زیادی از لنگر مقاوم نهایی است.

گزینه ۲

۲۶- وقتی که بارهای حداکثر سرویس (بهره برداری) به یک تیر بتن آرمه وارد می شود لنگر حداکثر ایجاد شده

## (مهندسی عمران ۷۶)

در تیر:

- ۱) بیشتر از لنگر ترک خوردنگی است.  
۲) کمتر از لنگر ترک خوردنگی است.  
۴) برابر لنگر ترک خوردنگی است.  
۳) خیلی کمتر از لنگر ترک خوردنگی است.

گزینه ۱

## سراسری ۹۱

۱۴۱- وضعیت یک تیر بتن آرمه با مقطع مستطیلی به عرض ۳۰۰ میلی‌متر و عمق کل ۴۰۰ mm با مقدار فولاد کششی و فشاری

یکسان و مقاومت فشاری بتن برابر ۲۵ مگاپاسکال تحت لنگر خمشی ضربه‌دار بار مرده به میزان ۳۰ kN.m چگونه

می‌باشد؟ (مدول گسیختگی بتن برابر  $E = 20 \times 10^9$  و ضریب بار مرده ۱/۲۵ فرض شود.)

- ۱) تیر ترک خورده است و میلگردها در باربری مشارکت می‌کنند.  
۲) تیر ترک خورده و در آستانه مقاومت نهائی قرار دارد.  
۳) تیر در آستانه ترک خوردنگی قرار دارد.  
۴) تیر ترک نخورده است و در حالت بهره برداری به صورت ارتجاعی عمل می‌کند.

گزینه ۳

لنگر مقاوم ترک خوردنگی برابر است با:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{0.6\sqrt{25} \times \frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = 0.6\sqrt{25} \times \frac{bh^2}{6} = 0.6\sqrt{25} \times \frac{300 \times 400^2}{6} = 24 kN.m$$

لنگر وارد بر تیر برابر است با:

$$1.25M_D = 30$$

بنابراین لنگر بدون ضریب وارد بر تیر برابر است با:

$$M_D = 24 kN.m$$

با توجه به اینکه لنگر وارد بر تیر برابر لنگر ترک خوردنگی است، تیر در آستانه ترک خوردنگی خواهد بود.

## محاسبات ۹۴

۳۲- تیری با ابعاد مقطع  $d = 430 \text{ mm}$  و  $b = 300 \text{ mm}$  و  $h = 500 \text{ mm}$  با آرماتور کششی ۳Φ25 مفروض است. در صورتی که نوع بتن C25 و نوع فولاد S400 و نسبت مدول الاستیسیته فولاد به مدول الاستیسیته بتن  $n = 8$  فرض شود، ممان اینرسی مقطع ترک خورده با درنظر گرفتن اثر آرماتورها بر حسب  $\text{mm}^4$  به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟

$$1260 \times 10^6 \quad (1)$$

$$1560 \times 10^6 \quad (2)$$

$$1860 \times 10^6 \quad (3)$$

$$960 \times 10^6 \quad (4)$$

گزینه ۱

$$\begin{aligned} (\bar{y}b) \frac{\bar{y}}{2} &= nA_s(d - \bar{y}) \\ (\bar{y} \times 300) \frac{\bar{y}}{2} &= 8(3 \times 3.14 \times 12.5^2)(430 - \bar{y}) \\ \bar{y} &= 149 \text{ mm} \\ I &= \frac{1}{3}b\bar{y}^3 + nA_s(d - \bar{y})^2 \\ I &= \frac{300 \times 149^3}{3} + 8 \times (3 \times 3.14 \times 12.5^2) \times (430 - 149)^2 = 1261 \times 10^6 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

## محاسبات ۹۷

۵۰- در یک ساختمان با سازه بتن آرمه و سیستم قاب‌های مهار نشده، یکی از تیرهای اصلی دارای مقطع عرضی  $b \times h = 400 \times 600 \text{ mm}$ ، عمق موثر  $530 \text{ mm}$  و آرماتورهای کششی ۴Φ28 می‌باشد. بتن سازه از رده C30 و نسبت مدول الاستیسیته فولاد به بتن ۱۰ فرض می‌شود. نسبت ممان اینرسی مقطع ترک خورده با درنظر گرفتن آرماتورهای کششی ( $I_{cr}$ ) به ممان اینرسی ترک خورده بدون درنظر گرفتن اثر آرماتور ( $I_g$ ) به کدام گزینه نزدیک تر است؟

1.5 (۴)

0.7 (۲)

0.5 (۲)

0.35 (۱)

گزینه ۲

$$\begin{aligned} (\bar{y} \times 400) \frac{\bar{y}}{2} &= 10 \times \left( 4 \times 3.14 \times \frac{28^2}{4} \right) (530 - \bar{y}) \quad \rightarrow \quad \bar{y} = 201 \text{ mm} \\ I_{cr} &= \frac{1}{3}b\bar{y}^3 + nA_s(d - \bar{y})^2 = \frac{400 \times 201^3}{3} + 10 \times \left( 4 \times 3.14 \times \frac{28^2}{4} \right) \times (530 - 201)^2 = 3.747 \times 10^9 \\ I_{cr} &= 3.747 \times 10^9 \text{ mm}^4 \\ I_g &= \frac{bh^3}{12} = \frac{400 \times 600^3}{12} = 7.2 \times 10^9 \text{ mm}^4 \quad \left\{ \frac{I_{cr}}{I_g} = 0.52 \right. \end{aligned}$$

## ۱۰-۳ - لنگر نهایی مقطع

آیا ضوابط مقاومت مصالح در ناحیه پلاستیک صادق است؟

## فرضیات اساسی خمنش:

۱- اصل برنولی: مقاطع قبل و بعد از خمنش مسطح باقی می‌مانند.

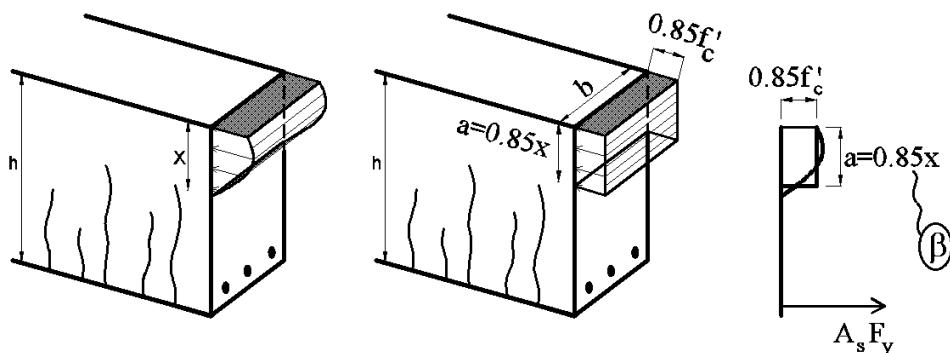
۲- معیار خرابی بتن رسیدن به  $f'$  نیست. بلکه رسیدن کرنش‌ها به  $\epsilon_{cu}=0.003$  است. بنابراین علاوه بر بررسی تنش‌های وارد شده بر مقطع مقادیر کرنش‌ها نیز باید بررسی شوند و خرابی مقطع بر اساس مقادیر کرنش‌ها در بتن و فولاد تعیین شود.

۳- فولاد و بتن پیوسته هستند. یعنی فولاد آجدار در داخل بتن نمی‌لغزد و بنابراین کرنش طولی فولاد و بتن با هم برابر هستند.

## ۱۱-۳ - بلوک معادل تنش ویتنی (Whitney Stress Block)

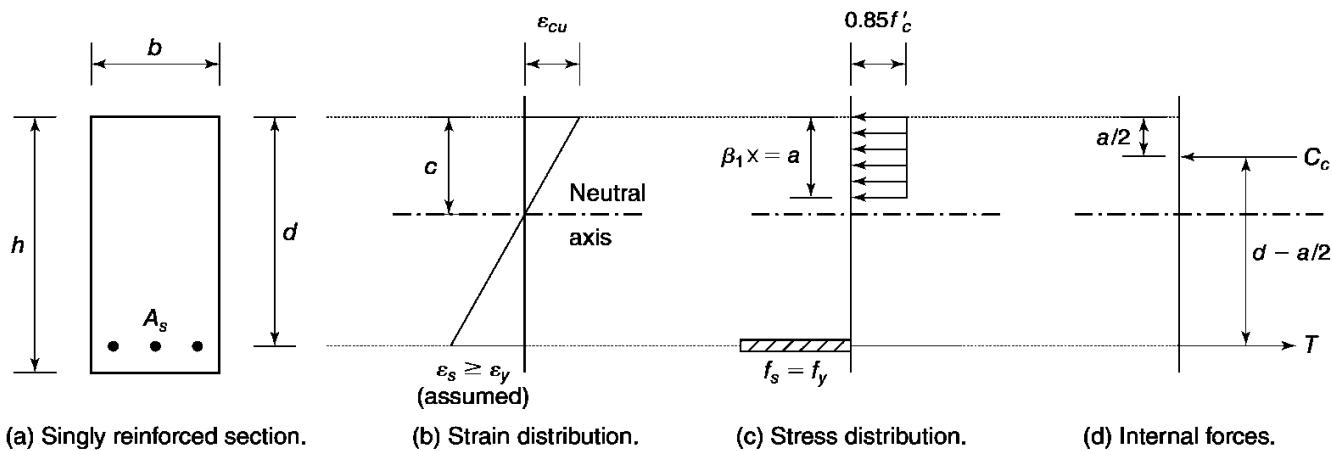
جهت ساده‌سازی محاسبات، ACI-318 اجازه میدهد برای محاسبه مقاومت خمشی نهایی مقطع به جای استفاده از دیاگرام تنش سهمی شکل، از دیاگرام تنش مستطیلی یکنواخت (شکل زیر) استفاده شود. بلوک معادل مستطیلی اولین بار توسط Whitney معرفی شد.

- در این روش به جای تنش متغیر، تنش یکنواخت به شدت  $0.85f'_c$  در ارتفاع معادل با  $x = \beta_1 \times a = \beta_1 \times 0.85x$  در نظر گرفته می‌شود.



بلوک معادل سازی شده فوق بر اساس دو شرط زیر ارائه شده است:

- مساحت زیر منحنی در بلوک تنش با مساحت زیر منحنی در تنش واقعی برابر باشد.
- مرکز سطح بلوک معادل با مرکز سطح دیاگرام تنش واقعی برابر باشد.



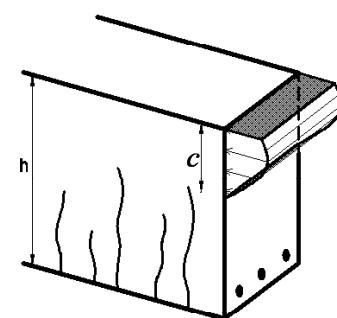
در بندهای زیر نحوه محاسبه ضریب  $\beta$  ارائه شده است. برای بتن های با مقاومت فشاری کمتر از 28MPa مقدار این ضریب ثابت و برابر  $\beta = 0.85$  می باشد.

## ۲-۸-۹ مقاومت خمشی

### ۲-۲-۸-۹ فرضیات طراحی

۶-۲-۲-۸-۹ تنش فشاری بتن برابر با  $0.85 f'_c$  و با توزیع یکنواخت در ناحیه فشاری معادل که به وجوده جانبی مقطع و یک خط موازی با تار خنثی و به فاصله  $a$  از دورترین تار فشاری مقطع محدود می گردد، فرض می شود. عمق بلوک فشاری بتن،  $a$ ، از رابطه زیر تعیین می شود.

$$a = \beta_1 c \quad (2-8-9)$$



در این رابطه:

$c$  عمق تار خنثی، یعنی فاصله موقعیت تار بتنی با حداکثر کرنش فشاری تا تار خنثی در راستای عمود بر تار خنثی است.

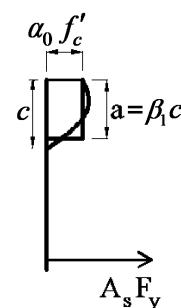
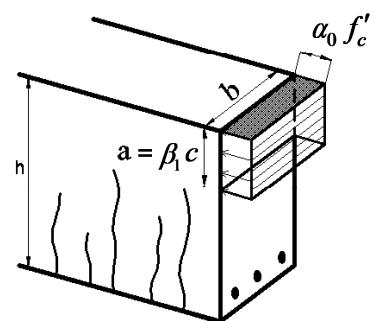
ضریب  $\beta_1$  که ضریب عمق بلوک مستطیل معادل تنش فشاری است، به صورت زیر تعیین می شود:

$$\beta_1 = 0.85 \quad : 17 \leq f'_c \leq 28 \text{ MPa} \quad (2-3-8-9)$$

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05}{7} (f'_c - 28) \geq 0.65 \quad : f'_c > 28 \text{ MPa} \quad (2-3-8-9)$$

۷-۲-۲-۸-۹ در صورتی که از بتن با مقاومت بیش از ۵۵ مگاپاسکال استفاده شود، تنش فشاری بتن را می توان برابر با  $f'_c a_0$  و با توزیع مشابه بند قبلی در نظر گرفت. در این حالت ضریب  $\alpha_0$  به صورت زیر تعیین می گردد.

$$\alpha_0 = 0.85 - \frac{0.022}{7} (f'_c - 55) \geq 0.7 \quad (4-8-9)$$



$f'_c$	$\beta$
20	0.85
25	0.85
28	0.85
30	0.84
35	0.80
40	0.76
45	0.73
50	0.69
55	0.65
60	0.65
65	0.65
70	0.65
75	0.65

## سراسری ۸۱

- ۱۰۴ - با توجه به تئوری خمنش بتنی آرمه، دلیل استفاده از بلوک تنش مستطیلی معادل برای توزیع تنش فشاری در بتن، کدام است؟
- (۱) ارتفاع این بلوک تنش مستطیلی معادل برابر است با موقعیت تار خشنی در مقطع
  - (۲) این توزیع مقدار تنش واقعی مشاهده شده در آزمایشات است.
  - (۳) با توجه به توزیع یکنواخت تنش کشش در فولاد، این توزیع برای بتنی انتخاب شده است.
  - (۴) این توزیع معادل برای منظور نمودن اثرات تنش واقعی (بیرونی فشاری بتن و نقطه اثر آن) پاسخی با دقت کافی ارائه می‌دهد.

گزینه ۴

- ۱۰ - در طراحی مقاطع بتن آرمه تحت خمنش، در کدامیک از حالات زیر، نمودار کرنشها به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود؟  
**(مهندس عماران ۷۹)**

- (۱) حالات حدی      (۲) مقاومت نهایی      (۳) تنش‌های مجاز      (۴) هرسه روش مذکور

گزینه ۴

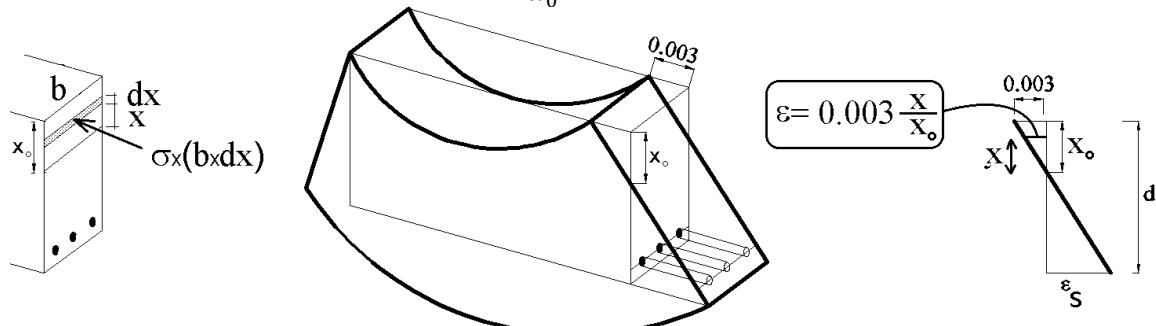
## سراسری ۹۳

- ۱۱۹ - در صورتی که بتوان منحنی تنش - کرنش بتنی با مقاومت مشخصه  $40 \text{ MPa}$  را در مقطع دو ده  $40,003 < \sigma < 0,003$  معادل

$\epsilon = 2 \times 10^{-6} + 2.5 \times 10^{-4} f_c$  تقریب زد، ضریب تنش متوسط برای تبدیل بلوک تنش فشاری واقعی وارد بر مقطع به بلوک تنش مستطیلی  $\alpha_1$  معادل به ارتفاع  $0.75x$  که در آن  $x$  ارتفاع تار خشنی از بالای مقطع می‌باشد، چقدر است؟ (کرنش تار انتهایی فشاری درست قبل از خرابی  $50,003$  فرض می‌گردد)

- (۱)  $75^\circ$       (۲)  $70^\circ$       (۳)  $80^\circ$       (۴)  $85^\circ$

$$\epsilon = 0.003 \times \frac{x}{x_0}$$



نیروی وارد بر قسمت فشاری مقطع بر اساس معادله تنش واقعی:

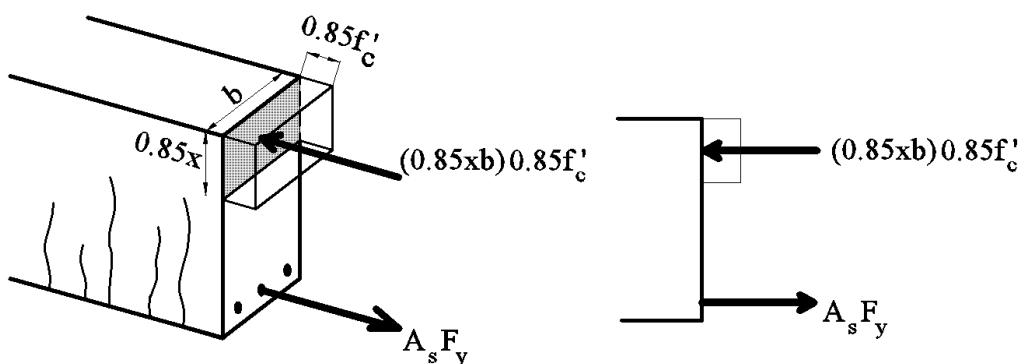
$$\begin{aligned} \int_0^{x_0} \sigma \times b \times dx &= \int_0^{x_0} (-4.5 \times 10^6 \epsilon^2 + 2.5 \times 10^4 \epsilon) \times b \times dx = \\ &= \int_0^{x_0} \left( -4.5 \times 10^6 \left( 0.003 \times \frac{x}{x_0} \right)^2 + 2.5 \times 10^4 \left( 0.003 \times \frac{x}{x_0} \right) \right) b dx \\ &\quad \left( -\frac{13.5}{x_0^2} x_0^3 + \frac{37.5}{x_0} x_0^2 \right) b = (-13.5 x_0 + 37.5 x_0) b = 24 b x_0 \end{aligned}$$

نیروی وارد بر قسمت فشاری مقطع بر اساس بلوک فشاری تنش:

$$(\alpha_1 f'_c) \times (0.75 x_0 \times b) = (\alpha_1 \times 40) \times (0.75 x_0 \times b) = 30 b \alpha_1 x_0$$

مساوی قرار دادن دو نیرو:

$$30 b \alpha_1 x_0 = 24 b x_0 \rightarrow \alpha_1 = 0.8$$



- در شکل فوق فرض شده است که تنش بتن کمتر از 28MPa میباشد و بنابراین مقدار  $\beta = 0.85$  فرض شده است.
- در شکل فوق فرض شده است که آرماتورهای کششی به تسلیم می رسانند.

$$C = T \rightarrow A_s F_y = (\beta x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$x = \frac{A_s F_y}{\beta(b)(0.85 f'_c)}$$

### محاسبات-۹۱

۱۹- در یک مقطع مستطیل ( $d=50 \text{ cm}$ ,  $b=30 \text{ cm}$ ) تحت اثر لنگر خمی چنانچه آرماتورهای کششی  $4\Phi 20$  و رده بتن C25 و رده فولاد S400 باشد، فاصله محور خنثی در حالت حدی نهائی از دورترین تار فشاری مقطع به کدام یک از اعداد زیر بر حسب میلیمتر نزدیکتر است؟

- |        |        |
|--------|--------|
| ۱) ۹۰  | ۲) ۱۳۰ |
| ۳) ۱۰۰ | ۴) ۱۲۰ |

با توجه به اینکه تنش مقاومت بتن کمتر از 28MPa میباشد، مقدار ضریب  $\beta = 0.85$  خواهد بود.

با فرض اینکه در لحظه نهایی مقاومت تنش در میلگردها برابر  $F_y$  باشد داریم:

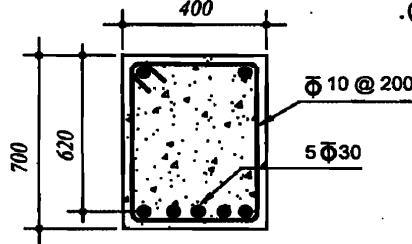
$$A_s F_y = (\beta x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$\rightarrow 4 \times 314 \times 400 = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25) \rightarrow x = 92.7 \text{ mm}$$

بس از یافتن  $x$  باید کنترل شود که آیا میلگردهای کششی به تسلیم رسیده اند یا نه:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \times \frac{d - x}{x} = 0.003 \times \frac{500 - 92.7}{92.7} = 0.013 > (\varepsilon_y = 0.002) \quad OK$$

-۲۹ با فرض خطی بودن توزیع کرنش در ارتفاع مقطع تیر با شکل مقابل، کرنش فولاد تحت لنگر خمنش مقاوم مقطع به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ بتن از رده C70 و رده فولاد میلگردها  $E_s = 200 \text{ GPa}$  و  $S400$  می‌باشد. در محاسبات از آرماتور فشاری صرفنظر گردد. (ابعاد به میلی‌متر و پنج میلگرد پایین تحت کشش هستند).



- ۱) 0.0152
- ۲) 0.0028
- ۳) 0.0020
- ۴) 0.0128

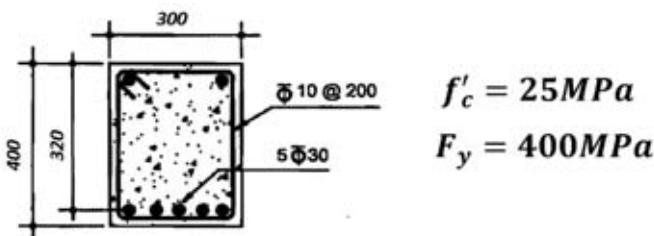
با توجه به اینکه تنش مقاوم بتن برابر  $70 \text{ MPa}$  می‌باشد، مقدار ضریب  $\beta = 0.65$  خواهد بود.  
با فرض اینکه در لحظه نهایی مقاومت تنش در میلگردها برابر  $F_y$  باشد داریم:

$$A_s F_y = (\beta x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times 400 = (0.65 \times x)(400)(0.85 \times 70) \rightarrow x = 91.33 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s = 0.003 \times \frac{d - x}{x} = 0.003 \frac{620 - 91.33}{91.33} = 0.017$$

با توجه به اینکه کرنش در میلگردهای کششی بیش از  $\varepsilon_{cu}$  بودست آمده است، فرض اولیه مبنی بر تسلیم میلگردهای کششی صحیح بوده است.



سوال قبل را برای شکل مقابل مجدد تکرار نمایید.

$$A_s F_y = (\beta x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times 400 = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25) \rightarrow x = 260 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \times \frac{d - x}{x} = 0.003 \times \frac{320 - 260}{260} = 0.00069 < \varepsilon_y = \frac{F_y}{E_s} = \frac{400}{2 \times 10^5} = 0.002$$

بنابراین فرض اولیه صحیح نیست و فولادها جاری نمی‌شوند.  
تکرار مساله با فرض عدم جاری شدن فولادها:

$$A_s f_s = (\beta x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times (E_s \varepsilon_s) = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times \left( E_s \varepsilon_{cu} \times \frac{d - x}{x} \right) = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25)$$

$$5 \times 3.14 \times 15^2 \times \left( 600 \times \frac{320 - x}{x} \right) = (0.85 \times x)(300)(0.85 \times 25)$$

جهت یافتن مقدار  $X$  باید معادله درجه ۲ فوق را حل کرد. مقدار  $X$  از رابطه فوق برابر است با:

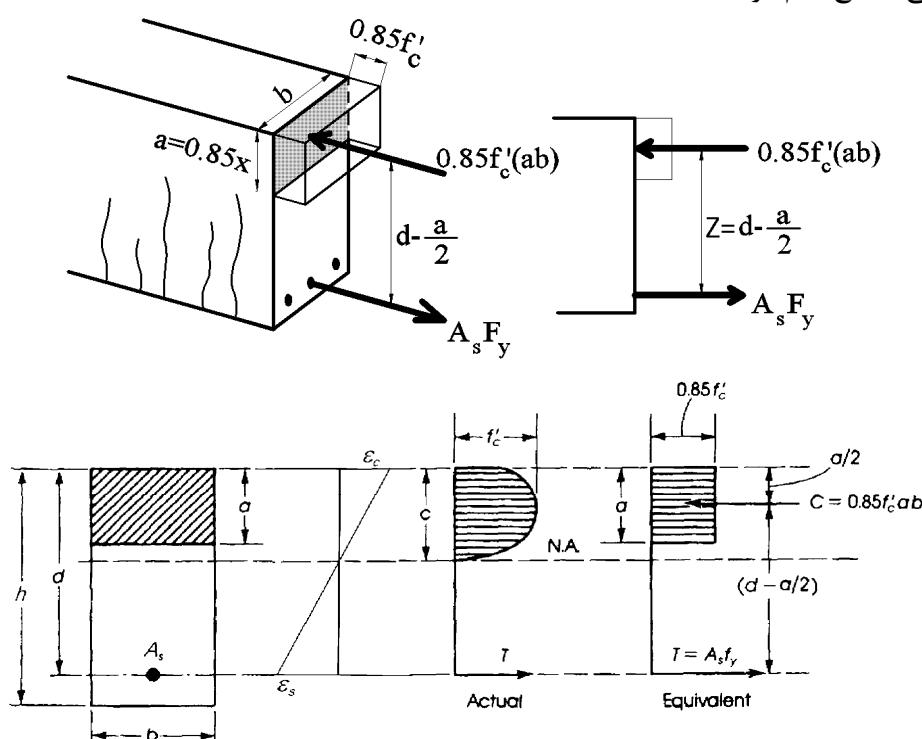
$$x = 208.7 \text{ mm}$$

۱۳- کدام گزینه در مورد مقطع تیر بتنی با فولاد کشی تحت اثر لنگر خمشی مثبت صحیح می‌باشد؟

- ۱) با افزایش مقاومت مشخصه بتن، محور خشی به سمت فولاد کشی نزدیک می‌شود.
- ۲) با کاهش میلگرد مقطع، محور خشی به سمت دورترین تار فشاری بتن حرکت می‌کند.
- ۳) با تبدیل میلگردهای مقطع از نوع AII به AIII، محور خشی در ناحیه پلاستیک به سمت بالا حرکت می‌کند.
- ۴) در هر وضعیت بارگذاری، توزیع نش فشاری غیر خطی در بتن ابجاد می‌شود.

گزینه ۲

### ۱۳-۳- ظرفیت خمشی مقطع کم فولاد

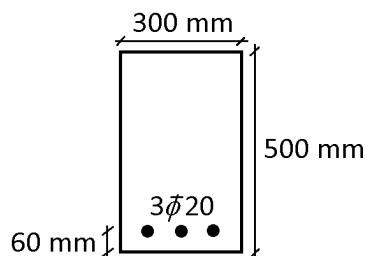


$$M_n = A_s F_y Z = A_s F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s F_y \left( d - \frac{A_s f_y}{2 \times 0.85(b)(f'_c)} \right)$$

$$M_n = A_s F_y d \left( 1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right)$$

مثال:

در مقطع زیر لنگر مقاوم نهایی مقطع را بیابید.



$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$F_y = 400 \text{ MPa}$$

راه حل:

مقاومت خمنشی نهایی مقطع برابر است با:

$$\varphi M_n = \varphi A_s F_y Z$$

As محاسبه - ۱

$$A_s = 3 \times 314 = 942 \text{ mm}^2$$

Z محاسبه - ۲

$$A_s F_y = ab f'_c \rightarrow 942 \times 400 = a \times 300 \times 0.85 \times 20 \rightarrow a = 73.88 \text{ mm}$$

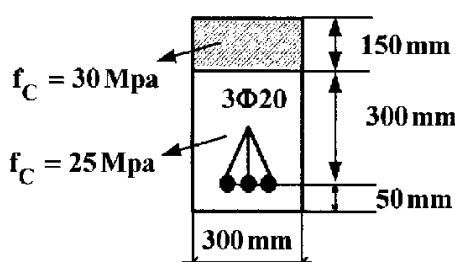
$$\rightarrow Z = d - \frac{a}{2} = 440 - \frac{73.88}{2} = 403.05 \text{ mm}$$

φA<sub>s</sub>F<sub>y</sub>Z محاسبه - ۳

$$\varphi M_n = \varphi A_s F_y Z = 0.9 \times 942 \times 400 \times 403.05 = 136.68 \text{ kN.m}$$

## محاسبات ۹۱

مقطع تیر بتون آرمه به ابعاد  $300 \times 350 \times 300$  mm موجود است. برای تقویت مقاومت خمنشی آن به ضخامت  $15^\circ$  mm، بتون با مقاومت فشاری  $30 \text{ MPa}$  روی آن اجرا شده است. افزایش لنگر خمنشی مقاوم مقطع کدام است؟



۱/۲ (۱)

۱/۶ (۲)

۲ (۳)

۲/۴ (۴)

گزینه ۲

قبل از تقویت:

$$C = T \rightarrow ab \times 0.85 f'_c = A_s F_y \rightarrow a \times 300 \times 0.85 \times 25 = 942 \times 400 \rightarrow a = 59.1 \text{ mm}$$

$$\varphi M_{n1} = \varphi A_s F_y Z = 0.9 \times 942 \times 400 \times \left( d - \frac{a}{2} \right) = 339120 \times \left( 300 - \frac{59.1}{2} \right) = 91.71 \text{ kN.m}$$

پس از تقویت:

$$C = T \rightarrow ab \times 0.85 f'_c = A_s F_y \rightarrow a \times 300 \times 0.85 \times 30 = 942 \times 400 \rightarrow a = 49.25 \text{ mm}$$

$$\varphi M_{n2} = \varphi A_s F_y Z = 0.9 \times 942 \times 400 \times \left( d - \frac{a}{2} \right) = 339120 \times \left( 450 - \frac{49.25}{2} \right) = 144.25 \text{ kN.m}$$

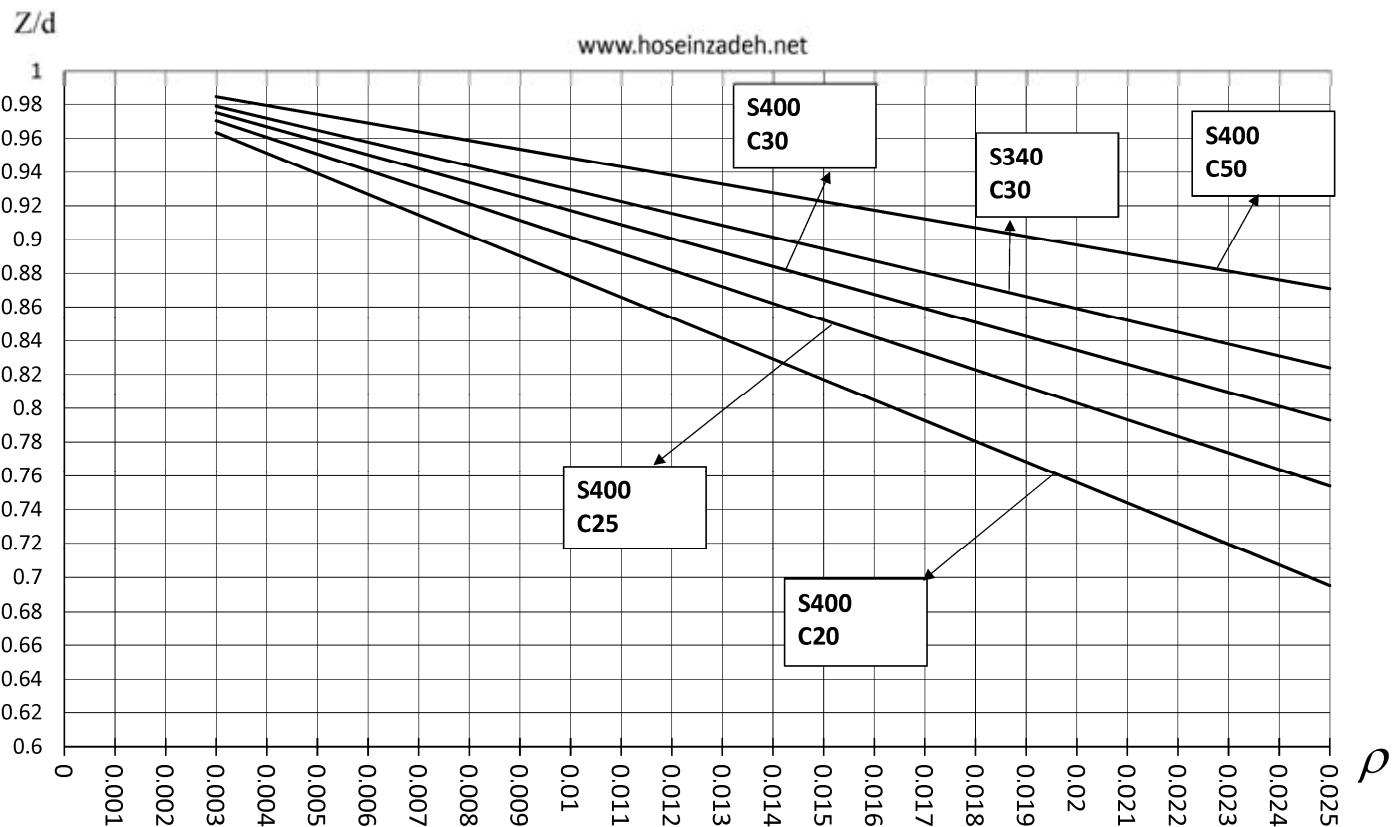
$$\frac{\varphi M_{n2}}{\varphi M_{n1}} = \frac{144.25}{91.71} = 1.57$$

با توجه به رابطه مربوط به مقاومت خمینی تیرهای تک آرمه (تیرهای بدون میلگرد فشاری) مقدار بازوی خمین (Z) تابعی از درصد میلگرد طولی تیر می باشد.

$$M_n = A_s F_y Z = A_s F_y d \left( 1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right)$$

در نمودار زیر برای درصد های مختلف از درصد میلگرد طولی تیر، ضریب بازوی خمین ارائه شده است.

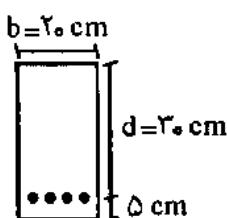
برای مثال در یک تیر با بتن C25 و میلگرد S400 و درصد میلگرد طولی برابر با  $\rho = 0.01$  مقدار ضریب بازو (محور قائم نمودار) تقریبا 0.9 می باشد. بنابراین مقاومت خمینی اسمی تیر برابر  $M_n = A_s F_y Z = A_s F_y \times 0.9d$  خواهد بود.



۱۱۷- مقاومت حدی فولاد کششی در طراحی اعضای خمشی بتن مسلح کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱) تنش حد تسلیم
- (۲) حد آکثر تنش کششی
- (۳) حد آکثر کرنش کششی
- (۴) کرنش متناظر با تنش کششی ماکزیمم

گزینه ۱

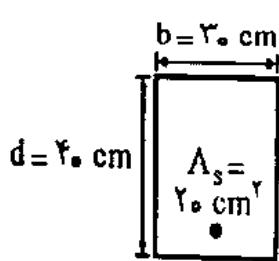


اگر مقاومت تسلیم کششی فولاد  $f_y = 420 \text{ kg/cm}^2$  و مقاومت فشاری  $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  روزه سیلندری بتن  $\mu = 0.005$  باشد، در آن صورت ظرفیت نهایی اسمی خمشی مقطع شکل (مهله عذرآور آزاد ۸۰ ثانیه) روبرو برابر است با چه مقداری؟

- (۱) نزدیک به ۲ تن - متر
- (۲) نزدیک به ۴ تن - متر
- (۳) نزدیک به ۵ تن - متر

$$M_{n1} = A_s f_y Z = (0.005 \times 200 \times 300) \times 420 \times (0.9 \times 300) = 34 \text{ kN.m}$$

۱۶- تیر بتن مسلح به عرض  $30 \text{ cm}$  و عمق مؤثر  $40 \text{ cm}$  را در نظر بگیرید. اگر تنش جاری شدن فولاد فرض شود، و مقاومت فشاری بتن  $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  باشد ظرفیت خمشی مقطع برابر محاسبه شده است. حال اگر مقاومت فشاری بتن از  $210 \text{ kg/cm}^2$  به  $560 \text{ kg/cm}^2$  (۶/۴ برابر) افزایش یابد، ظرفیت خمشی حدوداً چقدر خواهد شد؟



- (۱)  $2/6 M_u$
- (۲)  $2 M_u$
- (۳)  $1/5 M_u$
- (۴)  $1/1 M_u$

گزینه ۴

(مهندس عمران آزاد)

۵۰ - ظرفیت نهایی خمپی مقطع شکل رویرو چه مقدار است؟

$$f_y = 400 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c' = 200 \text{ kg/cm}^2$$

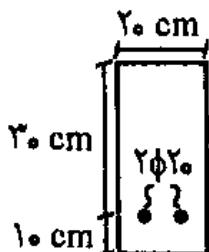
(۱) حدود ۹ تن متر

(۲) حدود ۳ تن متر

(۳) حدود ۱۲ تن متر

(۴) حدود ۶ تن متر

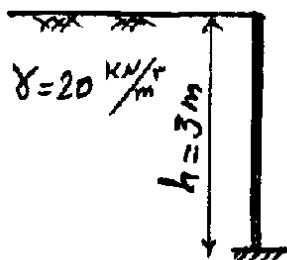
گزینه ۴



$$\varphi M_{n1} = \varphi A_s F_y Z = 0.9(2 \times 314) \times 400 \times (0.9 \times 300) = 61 \text{ kN.m}$$

سراسری ۹۳

۱۱۷ - دیوارهای حائل بتن آرمه زیرزمین برای مقابله با فشار جانبی خاک مورد استفاده قرار می‌گیرند. در شکل زیر یک دیوار حائل بتن آرمه نشان داده شده است. اگر عملکرد طریقی بواز این دیوار فرض شود و فشار جانبی خاک به صورت  $\sigma_h = 67 \text{ kN/m}^2$  بر روی آن اثر کند و تمامی ضرایب بار برابر واحد فرض شود با فرضیات زیر مقدار فولاد طولی مورد نیاز برای واحد عرض این دیوار چند میلی متر مربع است؟



$$\Phi_s = 1 \text{ (ضریب کاهش مقاومت فولاد)}$$

$$f_y = 400 \text{ (تنش تسلیم فولاد)}$$

میلی متر ۵ = مقدار پوشش آرماتور تا مرکز سطح

میلی متر ۳ = ضخامت دیوار

عمق موثر دیوار  $Z = 9 \text{ m}$  (بازوی لنگر مقاوم در دیوار)

(۱) ۶۰۰

(۲) ۴۰۰

(۳) ۸۰۰

(۴) ۱۲۰۰

گزینه ۱

لنگر وارد بر واحد طول دیوار در انتهای تحتانی آن برابر است با:

$$q = 0.6\gamma h = 0.6 \times 20 \times 3 = 36 \quad \rightarrow \quad M_u = \frac{qh^2}{6} = \frac{36 \times 3^2}{6} = 54 \text{ kN.m}$$

لنگر مقاوم دیوار برابر است با:

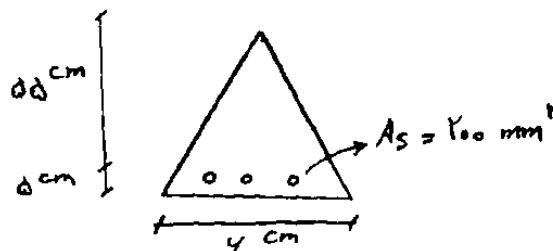
$$\varphi M_n = 1M_n = A_s F_y Z = A_s \times 400 \times (0.9 \times 250)$$

$$M_u < \varphi M_n \quad \rightarrow \quad 54 \times 10^6 < A_s \times 400 \times 0.9 \times 250 \quad \rightarrow 600 < A_s$$

در شرایط یکسان بودن سطح مقطع، ارتفاع و عمق موثر مقاطع نشان داده شده و با فرض استفاده از روش ویتنی (بلوک تنش معادل) مقدار فولاد کدام مقطع تحت لنگر خمینی مثبت میباشد؟ (کلیه خصوصیات مصالح مقاطع یکسان است).



گزینه ۳



(۱) تقریباً ثابت می‌ماند.

۱۰۳- در مقطع زیر با فرض جاری شدن میلگرد اگر سطح مقطع فولاد نصف شود، مقاومت خمینی چند درصد کاهش می‌یابد؟

$$f_y = 3000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{و} \quad f_c = 200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

(۲) ۵۰ درصد

(۳) کمتر از ۵۰ درصد

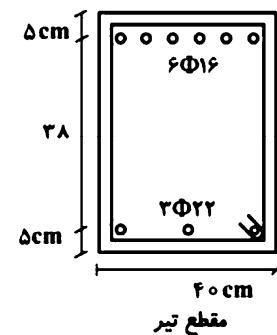
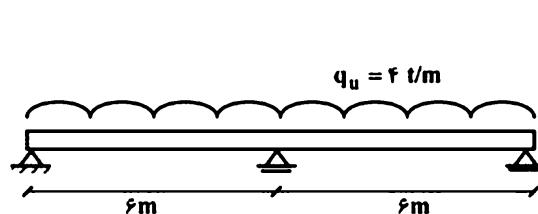
(۴) بیش از ۵۰ درصد

گزینه ۲

## سراسری ۹۸

۱۲۱- در تیز دودهانه نشان داده شده، در مقطع بحرانی، طراحی آرماتور برابر مشخصات نشان داده، انجام شده است.

نسبت لنگر ظرفیت به لنگر تقاضا به کدام پاسخ نزدیکتر است؟ (ضرائب کاهش مقاومت برابر یک و مقاومت بتن و فولاد به ترتیب  $23/5$  و  $400$  مگاپاسکال و ضریب بلوک تنش  $85/0$  می‌باشند)

قطعه تیز

۰,۹۰ (۱)

۱,۰۶ (۲)

۱,۲۰ (۳)

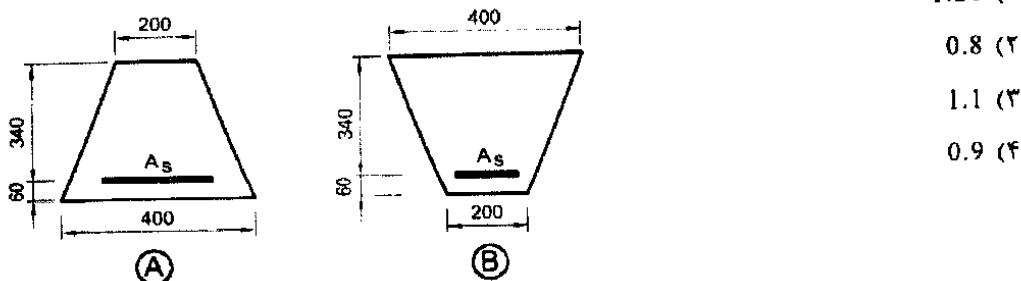
۱,۲۵ (۴)

گزینه ۲

$$M_u = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{4 \times 6^2}{8} = 18 \text{ t.m} = 180 \text{ kN.m}$$

$$M_n = A_s F_y Z = (6 \times 3.14 \times 8^2) \times 400 \times 0.9d = 186.6 \text{ kN.m}$$

۴۵- در صورتی که مقدار آرماتور کششی در هر دو مقطع شکل زیر برابر  $A_s = 4\Phi 20$  باشد، نسبت لنگر خمشی مقاوم مقطع A به لنگر خمشی مقاوم مقطع B به کدامیک از اعداد زیر نزدیک تر است؟ (بتن از رده C30 و فولاد از نوع S400 و ابعاد به میلی متر می‌باشد).



گزینه ۴

با توجه به رابطه  $M = A_s F_y Z$  و از آنجا هر دو مقطع  $A_s$  یکسان دارند، تنها تفاوت آنها مقدار  $Z$  می‌باشد. مقدار  $Z$  نیز بسته به شکل مقطع و درصد میلگرد بین  $d$  تا  $0.75d$  می‌تواند تغییر کند.

در این سوال باید مقدار  $Z$  در هر دو مقطع محاسبه شود.

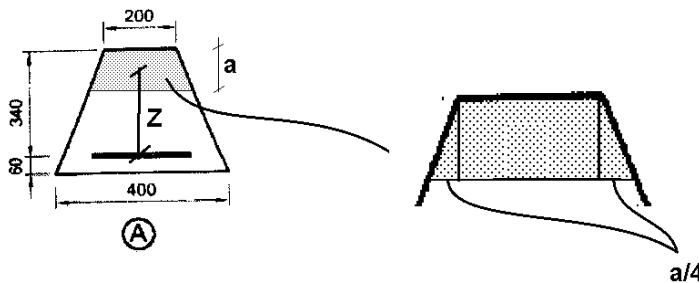
قطعه A:

$$C = T \rightarrow \left( 200a + \frac{a^2}{4} \right) 0.85 f'_c = A_s F_y \rightarrow \left( 200a + \frac{a^2}{4} \right) 0.85 \times 30 = 4 \times 314 \times 400$$

$$a = 88.7 \text{ mm}$$

با فرض اینکه مرکز سطح قسمت هاشور خورده به صورت تقریبی در میانه مقطع باشد، داریم:

$$Z_A = 340 - \frac{a}{2} = 296 \text{ mm}$$



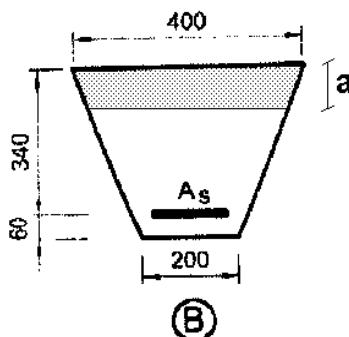
قطعه B:

$$C = T \rightarrow \left( 400a - \frac{a^2}{4} \right) 0.85 f'_c = A_s F_y \rightarrow \left( 400a - \frac{a^2}{4} \right) 0.85 \times 30 = 4 \times 314 \times 400$$

$$a = 50.9 \text{ mm}$$

با فرض اینکه مرکز سطح قسمت هاشور خورده به صورت تقریبی در میانه مقطع باشد، داریم:

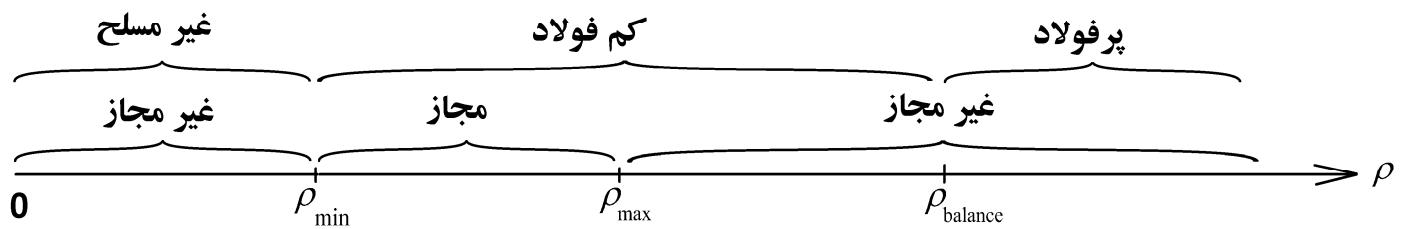
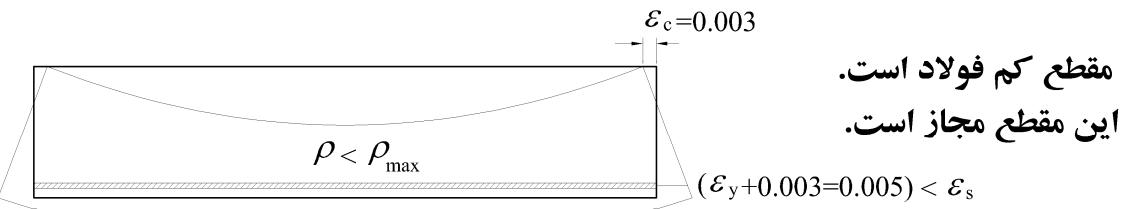
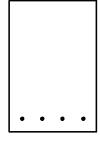
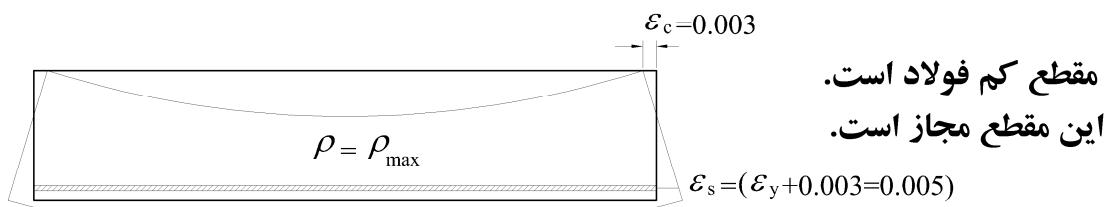
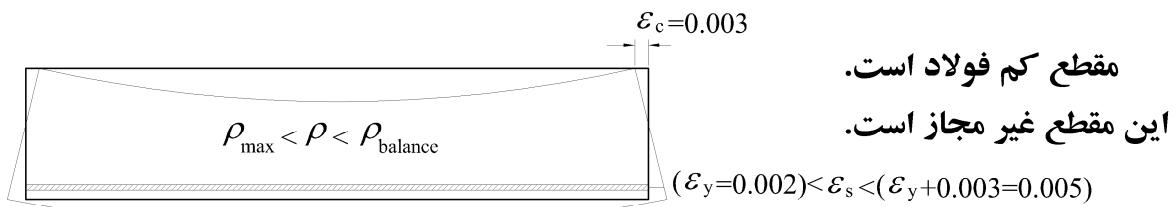
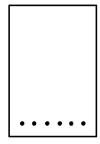
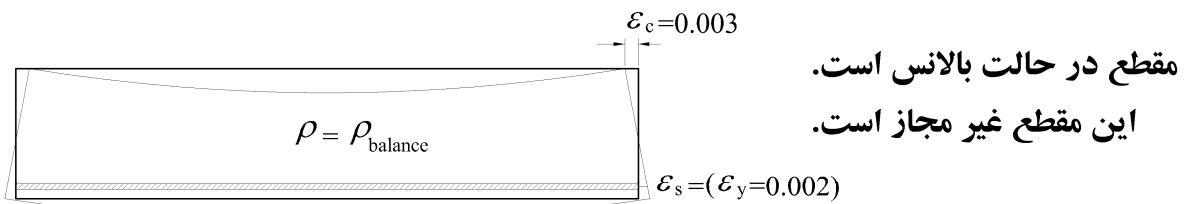
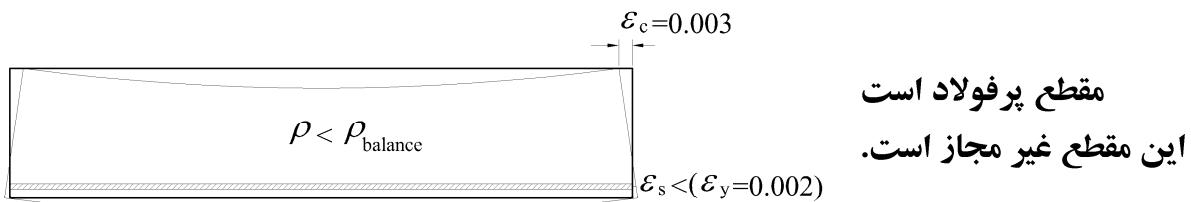
$$Z_B = 340 - \frac{a}{2} = 314.5 \text{ mm}$$



$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{Z_A}{Z_B} = \frac{296}{314} = 0.94$$

## ۱۴-۳ - حداکثر فولاد کششی مجاز در تیرها

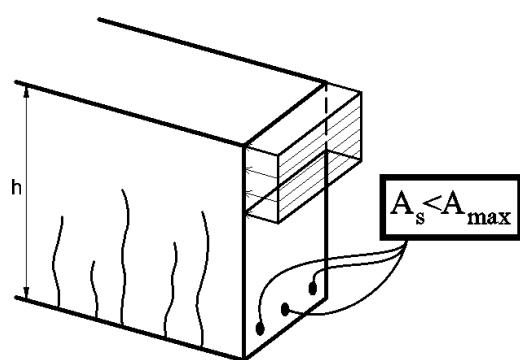
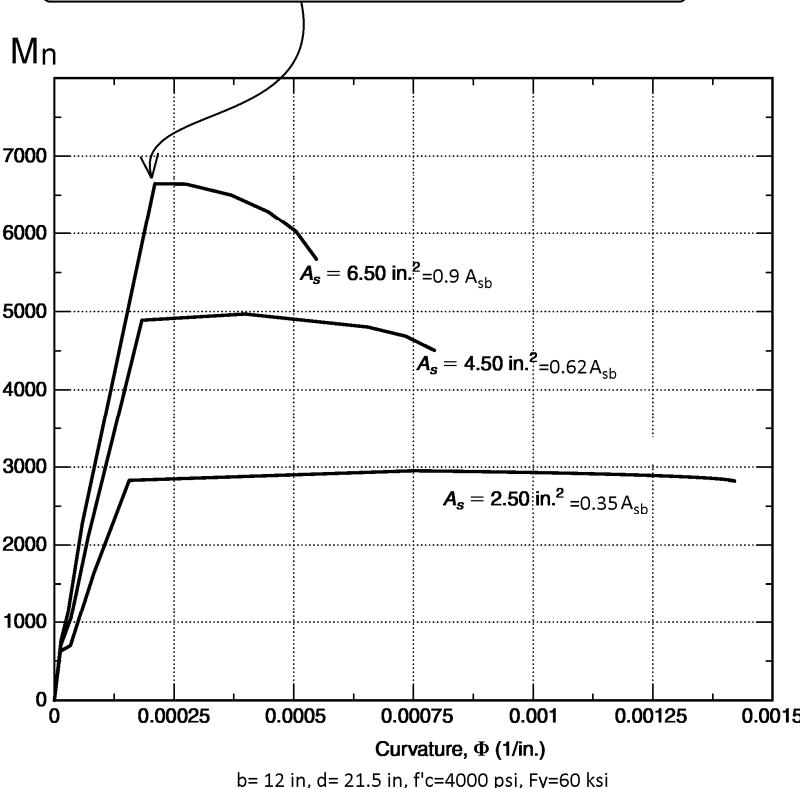
به شکل های زیر توجه کنید. کدامیک از تیرها شکل پذیری بیشتری دارد؟



- تیرهایی که درصد میلگرد کمتری دارند، کرنش در آرماتور کششی بیشتر می باشد و بنابراین شکل پذیری بیشتری دارند.

- در نمودارهای شکل زیر نقطه ای را که در آن بتن کششی حذف میشود (قطع ترک می خورد) بیابید.
- نقطه ای را که فولاد کششی به تسلیم می رسد بیابید.
- نقطه ای که بتن فشاری منهدم می شود بیابید.

با افزایش مساحت میلگرد کششی، مقاومت خمشی افزایش می یابد ولی شکل پذیری کاهش می یابد.

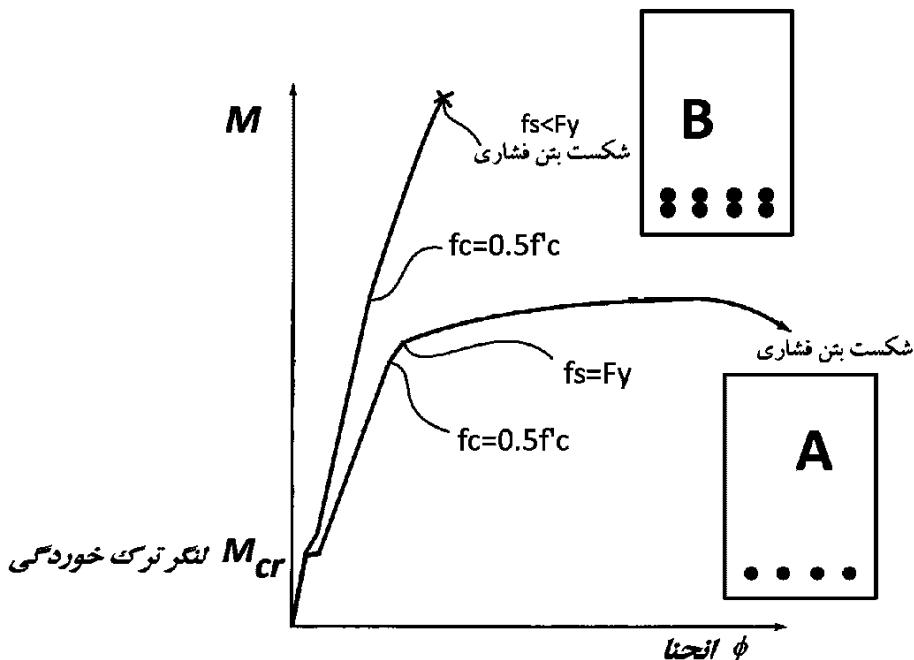


با توجه به نمودارهای فوق:

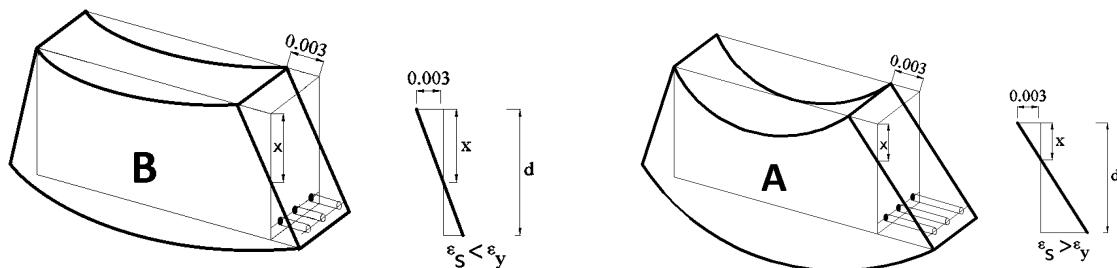
- با افزایش مساحت میلگردها مقاومت خمشی مقطع افزایش می یابد.
- با افزایش مساحت میلگردها شکل پذیری کاهش می یابد و مقطع قبل از انجام تغییر شکلهای زیاد دچار شکست می شود.

در مقطع B در شکل زیر با دو برابر شدن مساحت میلگردهای کششی مقاومت خمی نهایی مقطع تقریباً دو برابر شده است.

- در شکل B مقطع "پروفولاد" می‌باشد. در مقاطع پروفولاد در لحظه نهایی خرابی خمی مقطع، دورترین ردیف فولادهای کششی به تسليم نمی‌رسند.
- شکل پذیری مقاطع پروفولاد پایین می‌باشد. این مقاطع ترد شکل هستند.



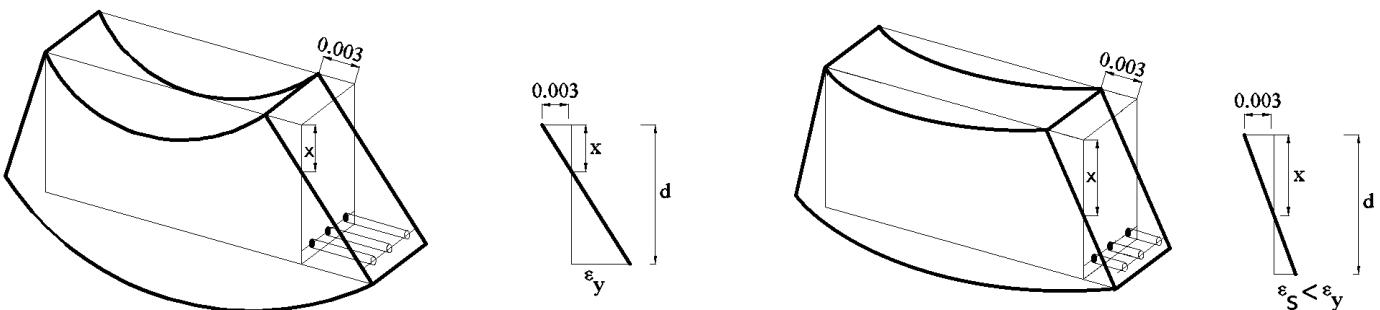
در مقطع A مطابق شکل زیر میلگردهای کششی تغییر طول (و کرنش طولی) بیشتری نسبت به مقطع B دارند.



در لحظه نهایی کرنش بتن فشاری برابر  $\epsilon_{cu} = 0.003$  فرض می‌شود.

در شکل زیر:

- در صورتی که کرنش دورترین ردیف میلگردهای کششی بزرگتر از  $\epsilon_y$  باشد، مقطع را کم فولاد مینامیم
- در صورتی که کرنش دورترین ردیف میلگردهای کششی کمتر از  $\epsilon_y$  باشد، مقطع را پروفولاد مینامیم (شکل سمت راست)
- در صورتی که کرنش دورترین ردیف میلگردهای کششی برابر با  $\epsilon_y$  باشد، خواهیم گفت مقطع در حالت متوازن (بالانس) قرار دارد (شکل سمت چپ)



مقطع متوازن (بالانس)

مقطع پروفولاد

کرنش کششی میلگردهای کششی تابع X (عمق ناحیه فشاری و یا همان فاصله تار خنثی از دورترین تار فشاری) می باشد. به مثالهای زیر توجه کنید:

## محاسبات ۹۷

-۴۰ در یک تیر بتن آرمه با مقطع مستطیلی در حالت حدی نهایی تحت اثر خمنش، کرنش در مرکز سطح آرماتور کششی دو و نیم برابر کرنش نظیر جاری شدن فولاد می باشد. اگر عمق مؤثر مقطع تیر (فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز سطح آرماتورهای کششی طولی) برابر ۶۸۰ میلی‌متر بوده و بتن از رده C30 و آرماتورها از رده S400 باشد، فاصله تار خنثی از دورترین تار فشاری مقطع حدوداً چند میلی‌متر خواهد بود؟

(۱) ۱۴۰

(۲) ۲۳۰

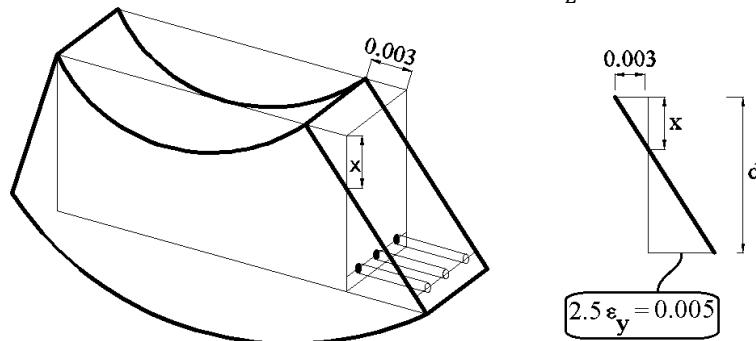
(۳) ۲۵۰

(۴) ۳۲۰

گزینه ۲

$$x = \frac{0.003}{0.003 + 0.005} d = \frac{3}{8} \times 680 = 255 \text{ mm}$$

شکل زیر لحظه نهایی شکست تیر را نشان میدهد. در لحظه شکست کرنش فشاری بتن به ۰.۰۰۳ می‌رسد و طبق گفته مسئله کرنش فولادهای کششی نیز ۲.۵ برابر کرنش تسلیم فولاد ( $\epsilon_y = \frac{F_y}{E}$ ) می‌باشد.



## سراسری ۹۵

-۴۲ یک ستون بتن آرمه با مقطع مربع  $700 \times 700 \text{ mm}^2$  و با پوشش بتن از مرکز میلگرد برابر  $60 \text{ mm}$  تحت اثر نیروی محوری فشاری لنگر خمشی حول یکی از دو محور متوازی با لبه‌های ستون قرار گرفته به طوری که کرنش در دورترین تار فشاری برابر  $30\%$  و در دورترین میلگرد کششی برابر  $15\%$  است. کرنش در دورترین میلگرد فشاری حدوداً چقدر است؟

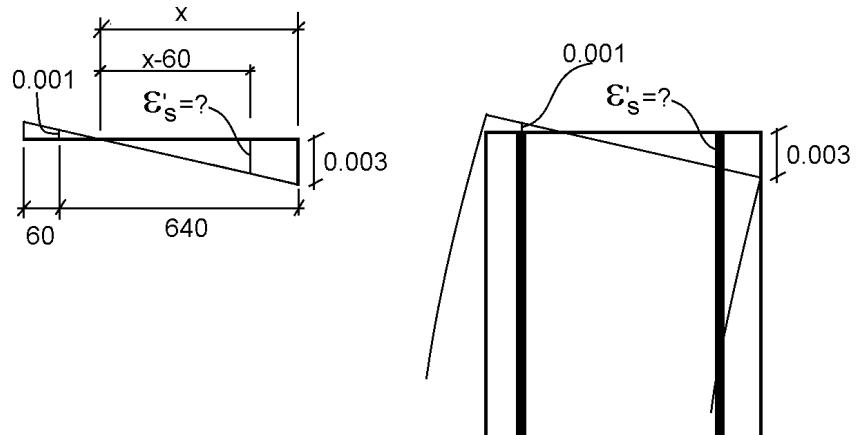
(۱) ۰,۰۰۱۰

(۲) ۰,۰۰۲۳

(۳) ۰,۰۰۲۶

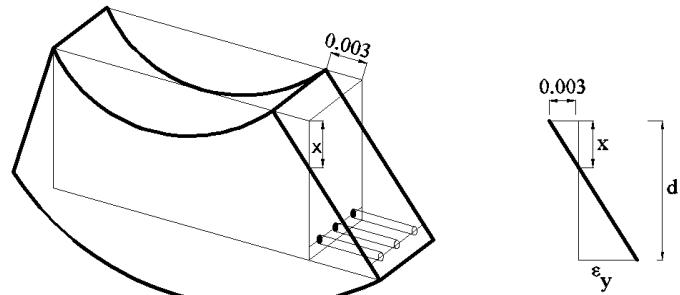
(۴) ۰,۰۰۲۸

$$x = \frac{0.003}{0.003 + 0.001} \times 640 = 480 \text{ mm} \rightarrow \epsilon'_s = \frac{x - 60}{x} 0.003 = \frac{420}{480} \times 0.003 = 0.002625$$



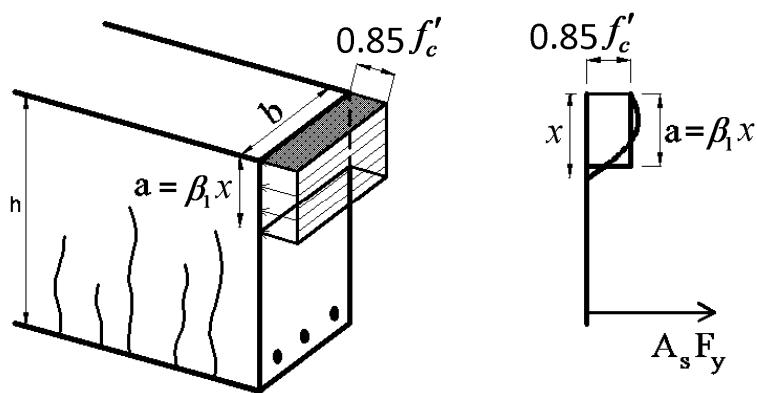
## ۱-۱-۴-۳ - محاسبه درصد میلگرد متوازن (بالانس)

به شکل زیر توجه کنید. مساحت فولادهای کششی طوری انتخاب شده است که هنگام خرابی مقطع (رسیدن بتن به  $\varepsilon_u = 0.003$ ) کرنش در فولادهای کششی برابر  $\frac{f_y}{E} \varepsilon_y = 0.003$  می باشد. در این حالت عمق تار خنثی (x) از دیاگرام کرنش (حرکت) بدست می آید:



مقطع متوازن (بالانس)

$$\frac{x}{0.003} = \frac{d}{0.003 + \varepsilon_y} \rightarrow x = \frac{0.003}{0.003 + \left(\frac{f_y}{E}\right)} d \rightarrow x = \frac{600}{600 + f_y} d$$



$$A_s f_y = (\beta_1 x b) 0.85 f'_c = \left( \beta_1 \frac{600}{600 + f_y} db \right) 0.85 f'_c \rightarrow \frac{A_s}{bd} = \left( \beta_1 \frac{600}{600 + f_y} \right) \frac{0.85 f'_c}{f_y}$$

$$\rightarrow \rho_b = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \beta_1 \left( \frac{600}{600 + f_y} \right)$$

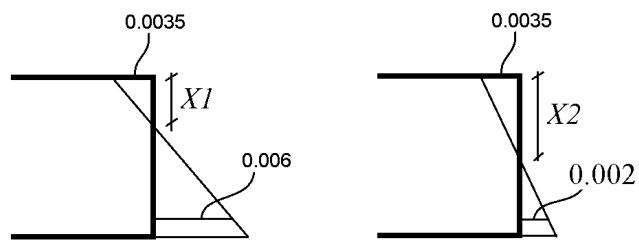
- در صورتی که مساحت میلگرد کششی برابر مقدار محاسبه شده در رابطه فوق باشد، مقطع در مرحله خرابی به صورت متوازن (بالانس) خراب شود. به  $\rho_b = \frac{A_{sb}}{bd}$  درصد میلگرد بالانس گفته می شود. برای مثال اگر رده بتن C25 و رده میلگردهای طولی S400 باشد، نسبت میلگرد بالانس برابر خواهد بود با:

$$C25, S400 \rightarrow \rho_b = \frac{0.85 \times 25}{400} \times 0.85 \left( \frac{600}{600 + 400} \right) = 0.027$$

۱۲۱- یک مقطع تیر بتن به گونه‌ای طراحی شده است که در حالت حد نهایی کرنش در فولاد کششی سه برابر کرنش جاری شدن فولاد است. نسبت عمق تار خنثی در این مقطع نسبت به عمق تار خنثی در حالت شکست معادل (بالاتس) به کدام مورد نزدیک است؟ (کرنش بتن در لحظه گسیختگی برابر  $35 \text{ MPa}$  و کرنش جاری شدن فولاد برابر  $200 \text{ MPa}$  باشد)

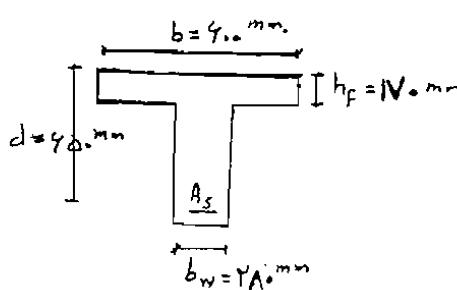
- (۱) ۰.۶۶  
(۲) ۰.۵۸  
(۳) ۰.۴۸  
(۴) ۰.۳۳

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{0.0035}{0.0035 + 0.006} d = \frac{35}{95} d \\ X_2 &= \frac{0.0035}{0.0035 + 0.002} d = \frac{35}{55} d \end{aligned} \quad \frac{X_1}{X_2} = \frac{55}{95} = 0.58$$



۱۰۲- در مقطع T شکل مقابله چنانچه در لحظه گسیختگی نهایی، توزیع تنشی مستطیلی باشد  $f_c' = 85 \text{ MPa}$  و در ارتفاعی معادل  $85 \text{ mm}$  ارتفاع تار خنثی فرض گردد، فولاد متوازن مقطع  $A_{sb}$  چند میلی متر مربع ( $\text{mm}^2$ ) می‌باشد؟ ( $\phi_s = \phi_c = 1.0$  فرض شود).  
 $E_y = 200000 \text{ MPa}$ ,  $f_y' = 400 \text{ MPa}$ ,  $\epsilon_{cu} = 0.003$ ,  $f_c' = 30 \text{ MPa}$

- (۱) ۸۰۲۵  
(۲) ۹۳۸۵  
(۳) ۹۸۷۵  
(۴) ۱۰۱۱۵



$$X = \frac{3}{5}d = \frac{3}{5} \times 650 = 390 \text{ mm} \rightarrow a = 0.85X = 331.5 \text{ mm}$$

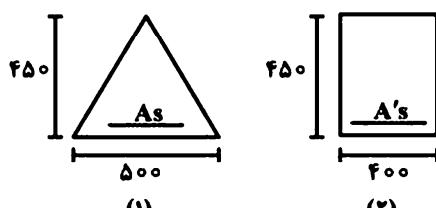
با توجه به اینکه ضخامت بال  $170 \text{ mm}$  می‌باشد، ناحیه فشاری شامل قسمتی از

جان نیز خواهد بود ( $a > h_f$ ) و بنابراین معادله تعادل به صورت زیر خواهد بود:

$$(b - b_w) \times h_f + b_w a = \text{فشار بتن} \rightarrow ((b - b_w) \times h_f + b_w a) (0.85 f'_c) = A_s F_y$$

$$(320 \times 170 + 280 \times 331.5)(0.85 \times 30) = A_{s-bal} \times 400 \rightarrow A_{s-bal} = 9385 \text{ mm}^2$$

۱۲۵- در شکل زیر دو مقطع بتن آرمه را که از مصالح یکسان ساخته شده است در نظر بگیرید. کدام یک از موارد زیر در خصوص عمق تار خنثی در حالت متوازن (بالاتس) صحیح است؟ (ابعاد بر حسب میلی متر است).



- ۱) عمق تار خنثی در هر دو مقطع یکسان است.
- ۲) عمق تار خنثی مقطع (۱) از مقطع (۲) بیشتر است.
- ۳) عمق تار خنثی مقطع (۱) از مقطع (۲) کمتر است.
- ۴) عمق تار خنثی تابعی از میزان آرماتور کششی مقطع (۱) و (۲) می باشد.

گزینه ۱

در حالت بالانس کرنش در دورترین تار کششی ثابت و برابر  $\varepsilon_y$  می باشد.

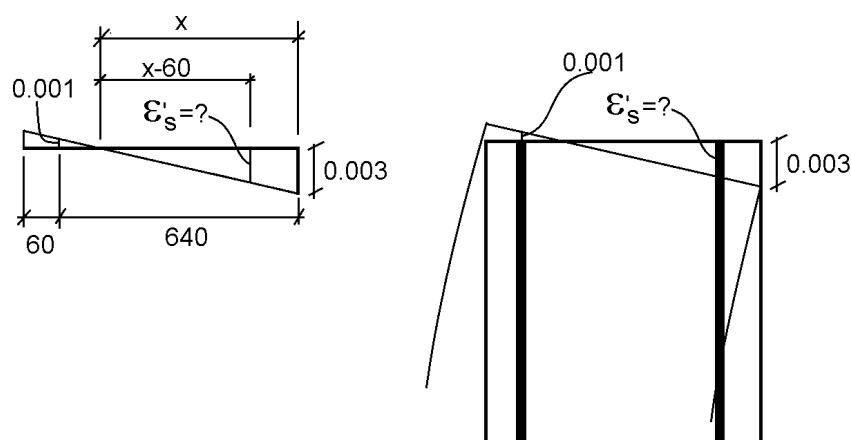
$$X = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} d$$

با توجه به اینکه در هر دو شکل  $d$  یکسان می باشد، عمق تار خنثی یکسان خواهد بود.

۱۲۶- یک ستون بتن آرمه با مقطع مربع  $700 \times 700 \text{ mm}^2$  و با پوشش بتن از مرکز میلگرد برابر  $60 \text{ mm}$  تحت اثر نیروی محوری فشاری لنگر خمیشی حول یکی از دو محور متوازی با لبه های ستون قرار گرفته به طوری که کرنش در دورترین تار فشاری برابر  $0.0050$  و در دورترین میلگرد کششی برابر  $0.001$  است. کرنش در دورترین میلگرد فشاری حدوداً چقدر است؟

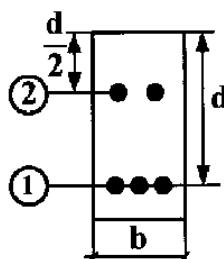
- (۱)  $0.0010$
- (۲)  $0.0023$
- (۳)  $0.0026$
- (۴)  $0.0028$

$$x = \frac{0.003}{0.003 + 0.001} \times 640 = 480 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad \varepsilon'_s = \frac{x - 60}{x} 0.003 = \frac{420}{480} \times 0.003 = 0.002625$$



## محاسبات ۹۱

- ۳۶- مقطع تیز بتن آرمهی زیر، در حالت متوازن (بالанс) قرار دارد. نیروی کل آرماتورهای ردیف ۲ می‌باشد؟ (۰/۰۰۳ = کرنش نهایی بتن و ۰/۰۰۲ = کرنش تسیلیم فولاد) جنس و سطح مقطع کلیه آرماتورها یکسان فرض شود.  $\phi_c = \phi_s = 1$



- ۴ (۱)
- +۴ (۲)
- ۶ (۳)
- +۶ (۴)

گزینه ۳

$$x = \frac{0.003}{0.003 + 0.002} d = 0.6d$$

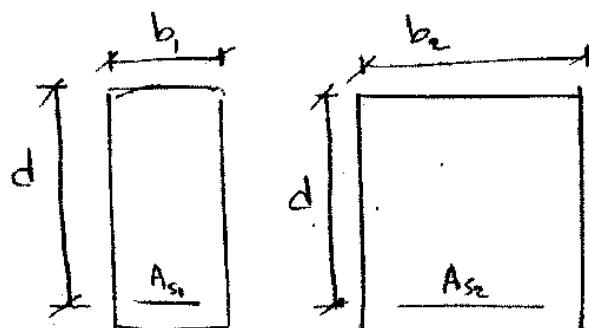
آرماتورهای ردیف ۲ در ناحیه فشاری قرار دارند.

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 = 0.002 \\ \varepsilon_2 = \frac{(0.6 - 0.5)d}{0.6d} \times 0.003 = 0.0005 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{(E\varepsilon_1)A_{s1}}{(E\varepsilon_2)A_{s2}} = \frac{(\varepsilon_1)3\pi r^2}{(\varepsilon_2)2\pi r^2} = \frac{3(\varepsilon_1)}{2(\varepsilon_2)} = \frac{3 \times 0.002}{2 \times -0.0005} = -6$$

## - سراسری ۸۹

در صورتی که در دو مقطع نشان داده شده، جنس مصالح بتئی و فولادی یکسان باشد، با فرض  $b_1 < b_2$  کدام حالت در مورد

نسبت  $\frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}}$  صحیح است؟ ( $\rho_b$  نسبت آرماتورهای متوازن (بالанс) می‌باشد)



$$\frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}} = 1 \quad (۱)$$

$$\frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}} < 1 \quad (۲)$$

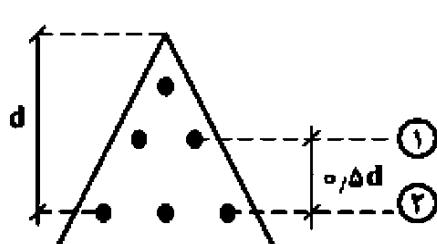
$$\frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}} > 1 \quad (۳)$$

اطلاعات کافی نمی‌باشد.

گزینه ۱

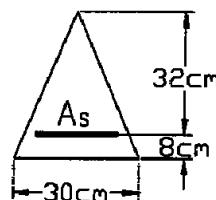
## سراسری ۹۵

- ۱۲۲- مقطع زیر تحت لنگر خمشی منبیت  $M_u$  در حالت بالанс قرار دارد. اندازه نسبت نیروی آرماتورهای ردیف (۲) به نیروی آرماتورهای ردیف (۱) کدام است؟ (۰/۰۰۳ = کرنش نهایی بتن و  $E_s = ۲ \times 10^5 \text{ MPa}$ ,  $f_y = ۴۰۰ \text{ MPa}$ ,  $\epsilon_{cu} = ۰/۰۰۳$  و قطر آرماتورها یکسان است)



- ۱ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

۴۲- در صورتی که  $f_y = 300 \text{ MPa}$   $f_c = 20 \text{ MPa}$  باشد سطح مقطع  $A_s$  نظر حالت بالاتس چقدر است؟

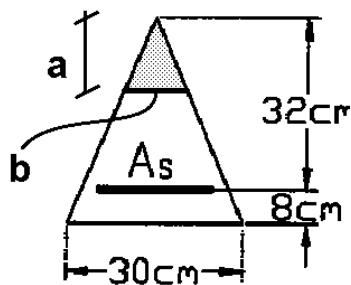


- $8/85 \text{ cm}^2$  (۱)
- $7/75 \text{ cm}^2$  (۲)
- $8/25 \text{ cm}^2$  (۳)
- $7/15 \text{ cm}^2$  (۴)

$$x_b = \frac{0.003}{0.003 + 0.0015} d = \frac{2}{3} d = 21.333 \text{ cm}$$

$$a = 0.85x = 18.13 \text{ cm}$$

$$b = \frac{3}{4}a = 13.6 \text{ cm}$$



$$C = T \rightarrow \frac{ab}{2} (0.85f'_c) = A_s F_y$$

$$\frac{18.13 \times 13.6}{2} \times 0.85 \times 20 = A_s \times 300 \rightarrow A_s = 6.98 \text{ cm}^2$$

## تمرین

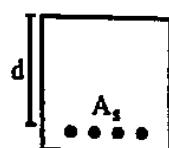
۸- مقدار فولاد  $A_s$  در تیر (قطع شکل زیر) به اندازه‌ای است، که کرنش آن در موقع شکست خمی تیر برابر با کرنش جاری شدن فولاد یعنی  $\epsilon_y = \epsilon_u = 0.002$  باشد. چنانچه بخواهیم کرنش فولاد در موقع شکست  $\epsilon_y = 0.003$  باشد، مقدار فولاد لازم تقریباً چند برابر  $A_s$  خواهد بود؟ (مهله ۵۰ دقیقه)

(کرنش نهایی بتن برابر  $0.003$  اختیار شود). ۰/۴۵ (۱)

۰/۳ (۲)

۰/۵۵ (۳)

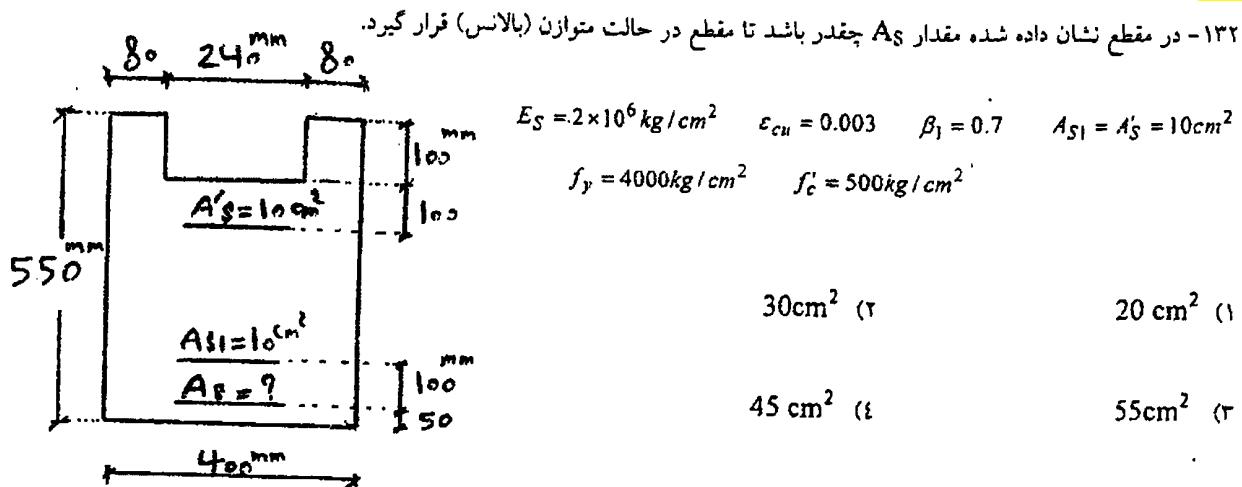
۱ (۴)



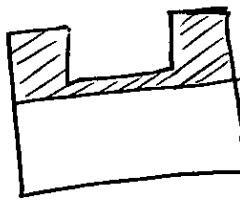
$$x_{b1} = \frac{0.003}{0.003 + 0.002} d = \frac{3}{5} d \rightarrow A_{sb1} F_y = (\beta \times x_{b1} \times b)(0.85f'_c) \rightarrow A_{sb1} = \frac{(\beta \times x_{b1} \times b)(0.85f'_c)}{F_y}$$

$$x_{b2} = \frac{0.003}{0.003 + 0.006} d = \frac{3}{9} d \rightarrow A_{sb2} F_y = (\beta \times x_{b2} \times b)(0.85f'_c) \rightarrow A_{sb2} = \frac{(\beta \times x_{b2} \times b)(0.85f'_c)}{F_y}$$

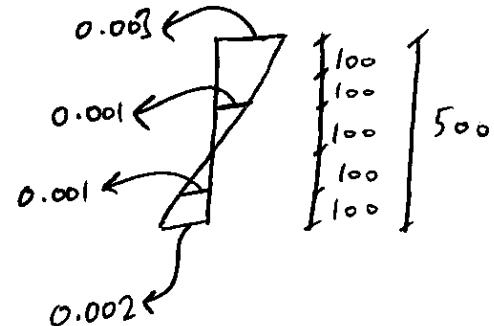
$$\rightarrow \frac{A_{sb2}}{A_{sb1}} = \frac{x_{b2}}{x_{b1}} = \frac{5}{9} = 0.55$$



$$x_b = \frac{0.003}{0.003 + 0.002} d = \frac{3}{5} d = 300 \text{ mm}$$



$$\alpha = x \times \beta_1 = 300 \times 0.7 = 210 \text{ mm}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} C_c = \text{مساحت بتن} \times (0.85 f'_c) = (160 \times 100 + 110 \times 400) \times 0.85 \times 50 = 2550 \text{ kN} \\ C_s = A'_s \times f_s = 1000 \times 200 = 200 \text{ kN} \\ T_{s1} = A_{s1} \times f_s = 1000 \times 200 = 200 \text{ kN} \\ T_s = A_s \times F_y = A_s \times 400 \end{array} \right.$$

$$C_c + C_s = T_{s1} + T_s \rightarrow 2550000 + 200000 = 200000 + 400A_s \rightarrow A_s = 6375 \text{ mm}^2$$

تمرین

(مهندسان عمرانی)
 

۳۱- در یک مقطع خمی منظور از حالت بالانس (متعادل) چیست؟

(۱) بین نیروی فشاری بتن و نیروی کششی فولاد تعادل برقرار باشد.

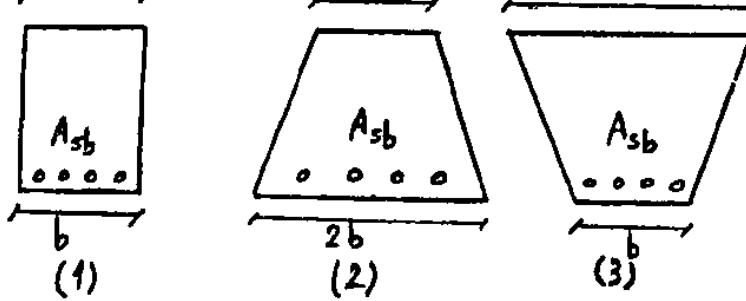
(۲) هنگامی که بتن فشاری به تغییر شکل نهایی خود می‌رسد فولادکششی نیز به تغییر شکل نهایی خود برسد.

(۳) هنگامی که بتن فشاری به تغییر شکل نهایی خود می‌رسد فولادکششی به تغییر متناظر با مقاومت تسليم مشخصه برسد.

(۴) هیچکدام

گزینه ۳

در صورتیکه فولاد متوازن مقطع با  $A_0$  معرفی گردد، با توجه به شکل، کدامیک از روابط زیر برقرار می‌باشد (محصولات مصالح و صفحه مذکور در هر سه مقطع یکسان است؟)

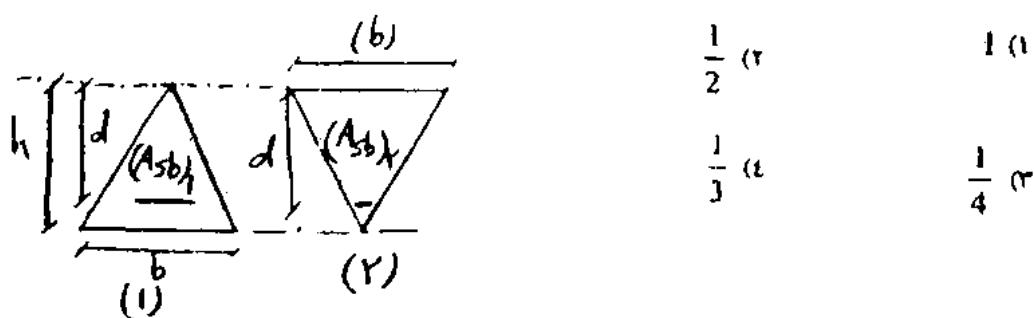


$$(A_{ab})_1 > (A_{ab})_2 = (A_{ab})_3 \quad (1) \quad (A_{ab})_1 = (A_{ab})_2 = (A_{ab})_3 \quad (2)$$

گزینہ ۳

۲۳- بازه حمایت مقاطعه بین آرم نشان داده شده در شکل، فولاد مترارون مقطع (۱) چند برابر فولاد مترارون مقطع (۲) می باشد؟

کلیه خصوصیات مصالح در هر دو مقطع پکان است)  $d = \frac{5}{6}h$ ,  $\beta = 0.18$ ,  $\varepsilon_y = 2 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{cu} = 2 \times 10^{-3}$ )



گزینہ ۳

۲۶- در مورد گسیختگی کششی (شکل پذیر) تیرهای بتُنی کدامیک از گزینه‌های زیر مناسب‌تر است؟  
(مولدهای عذران VF)

- ۱) قبل از رسیدن بتن به کرنش گسیختگی خود، فولادکشی به حد گسیختگی می‌رسد.
  - ۲) کرنش گسیختگی فولاد و بتن توأمًا در یک زمان اتفاق می‌افتد.
  - ۳) فولادکشی به حد جاری شدن (تسليم) نمی‌رسد.

۴) قیا از سیدن ت به ک نش گستاخ خود فولادکشی به حد جاری شدن می رسد.

۴ نہ گز

۱۳- مقاومت خشی مترانز نهایی یک منطع مستطیلی با فولاد کشی تنها  $4.8 \text{ ton.m}$  می‌باشد. در صورتیکه عرض منطلع  $250 \text{ mm}$  باشد ارتفاع مذکور منطلع

$$0.85 f'_c = 20 \text{ MPa} \quad (\beta_1 = 1) \quad \text{به مقدار است؟}$$

$$f_y = 400 \text{ MPa}$$

630 mm (t)	300 mm (r)	400 mm (r)	200 mm (t)
------------	------------	------------	------------

$$\left( \text{دیاگرام کرنش (حرکت)} \right) \rightarrow x_b = \frac{3}{5}d = 0.6d \rightarrow a = \beta_1 x_b = 0.6d$$

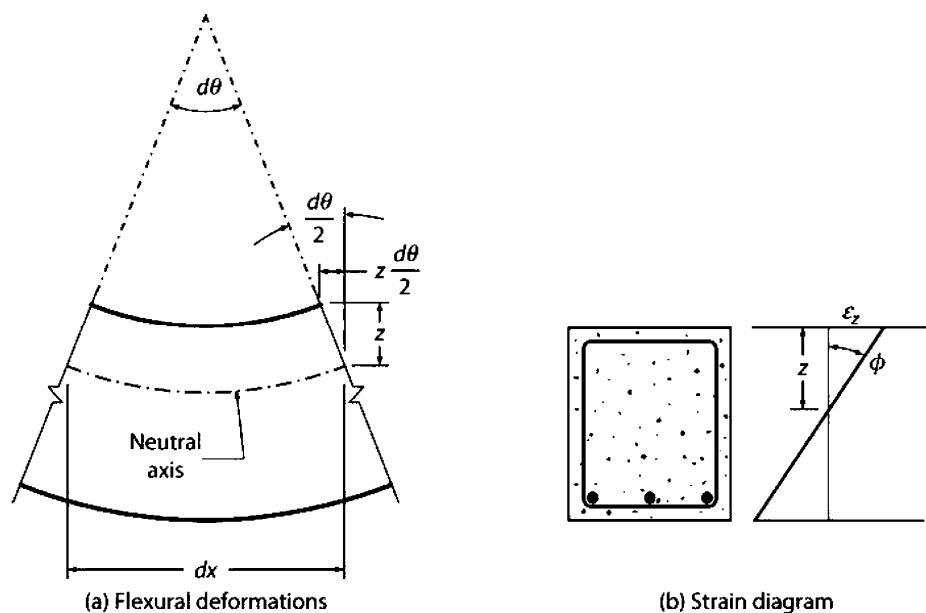
$$\left( \text{دیاگرام تنش (نیرو)} \right) \rightarrow A_{sb} F_y = ab \times 0.85 f'_c \rightarrow 400 A_{sb} = 0.6d \times 250 \times 20 \rightarrow A_{sb} = 7.5d$$

$$\varphi M_n = \varphi A_{sb} F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \rightarrow 48 \text{ kN.m} = 0.9 \times 7.5d \times 400 \times (d - 0.3d) \rightarrow d = 159 \text{ mm}$$

یکی از فرضیات مهم در تئوری خمنش اعضاء، توسط برنولی (Bernoulli) ارائه شده است: مقاطع مسطح عمود بر محور طولی یک عضو، پس از اعمال خمنش نیز مسطح و عمود و بر محور طولی عضو باقی می‌مانند. در اعضای بتنی این اصل بدین معناست که هیچ لغزشی بین بتن و فولاد رخ نمی‌دهد و در نتیجه تغییرات کرنش در ارتفاع مقطع به صورت خطی تغییر می‌کند (مطابق شکل زیر).

با توجه به شکل زیر داریم مقدار "انحنای تیر" را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\varphi = \frac{d\theta}{dx} = \frac{zd\theta}{zdx} = \frac{\varepsilon_z}{z}$$



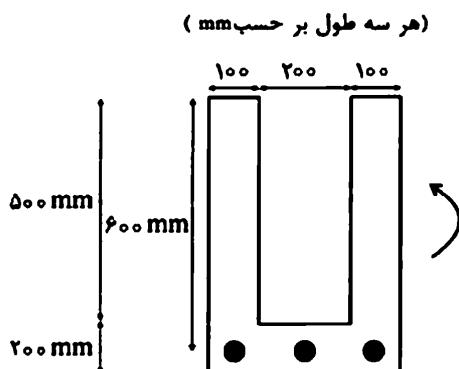
### سراسری ۹۶

۱۱۶- اگر بر اثر خمنش، در مقطع تیر بتن مسطح به عمق مؤثر  $d=600\text{ mm}$ ، کرنش در دورترین تار فشاری به  $0.0025\text{ rad}$  و کرنش در مرکز سطح میلگرد های کششی به  $0.0035\text{ rad}$  رسیده باشد، شعاع انحنای تیر در مقطع مذبور حدوداً چند متر است؟

- (۱) ۶۰
- (۲) ۱۰۰
- (۳) ۴۰۰
- (۴) ۶۰۰

$$\frac{1}{R} = \frac{\varepsilon}{h} \quad \rightarrow \frac{1}{R} = \frac{0.0025 + 0.0035}{600} = 0.006 \quad \rightarrow \quad R = 100000 \text{ mm} = 100 \text{ m}$$

۱۱۹- برای مقطع خمسي بتون آرمه نشان داده شده در شکل، مقدار انحنا مقطع در حدنهایی ( $\phi_u$ ) بر حسب  $\frac{1}{m}$  کدام است؟ بتون رده C۲۵ و فولاد کششی رده S۴۰۰ شامل سه میلگرد  $A_s = 1470 \text{ mm}^2$  میباشد. فرض کنید  $\beta_1 = \alpha_1 = 0$ ,  $\delta_{cu} = 0.003$ ,  $\phi_s = \phi_u = 1$ . توزیع تنفس فشاری در حدنهایی را به صورت بلوک تنفس یکنواخت در نظر بگیرید.



۱۴۵ (۱)

۱۸۵ (۲)

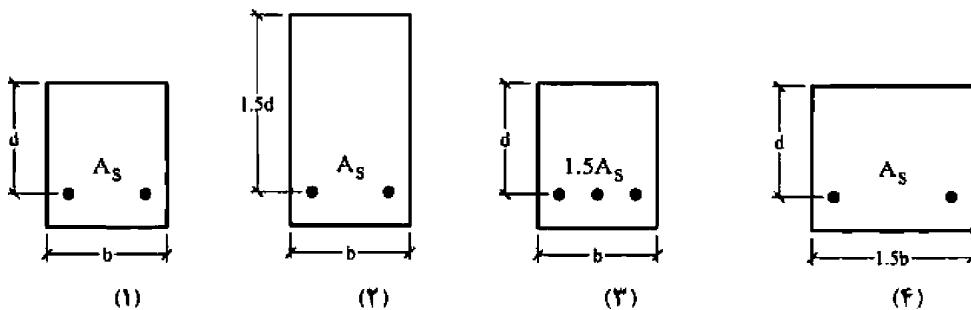
۲۲۵ (۳)

۴۹۵ (۴)

$$C = T \rightarrow (0.85x)b \times 0.85f'_c = A_s F_y \rightarrow (0.85 \times 200x) \times 0.85 \times 25 = 1470 \times 400 \rightarrow x = 163 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\varepsilon}{h} = \frac{0.003}{0.163} = 0.0184 \frac{1}{m}$$

۱۱۵- چهار مقطع تیر بتونی زیر با رفتار شکل پذیر را در نظر بگیرید. اگر میزان انحنای تیر در لحظه شکست با  $\Phi$  نشان داده شود، کدام یک از روابط زیر صحیح است؟  $A_s$  مساحت فولاد کششی میباشد



$$\Phi_1 \geq \Phi_2 \geq \Phi_3 \geq \Phi_4 \quad (۱)$$

$$\Phi_1 \geq \Phi_2 \geq \Phi_3 \geq \Phi_4 \quad (۲)$$

$$\Phi_4 \geq \Phi_1 \geq \Phi_2 \geq \Phi_3 \quad (۱)$$

$$\Phi_1 \geq \Phi_4 \geq \Phi_2 \geq \Phi_3 \quad (۲)$$

۱۲۰- تیر با مقطع مستطیلی شکل به عرض  $b$ , ارتفاع مؤثر  $d$ , سطح فولاد کششی  $A_s$  و مقاومت جاری شدن فولاد  $f_y$  مفروض است. با افزایش کدام پارامتر در صورت ثابت بودن سایر پارامترها، هم لنگر مقاومت خمسي مقطع و هم انحنای مقطع در حالت مقاومت نهایی افزایش میباید؟ (مقطع طوری است که در لنگر نظیر مقاومت خمسي نهایی، میلگرد تسلیم میشود و کرنش دورترین تار فشاری بتون به مقدار مشخص  $\varepsilon_{cu}$  میرسد)

b (۱)

d (۲)

 $A_s$  (۳) $f_y$  (۴)

افزایش تمامی پارامترها موجب افزایش مقاومت خمسي میشود.

افزایش  $b$  موجب افزایش انحنای میشود.

تغییر  $d$  تاثیری در مقدار انحنای ندارد.

افزایش  $A_s$  موجب کاهش انحنای میشود.

افزایش  $f_y$  موجب کاهش انحنای میشود.

## ۱۵-۳ - تعاریف قراردادی برای هندسه تیر بتنی

قرارداد علامت در تیرهای بتنی:

ارتفاع کلی مقطع را با  $h$  نشان می‌دهیم.

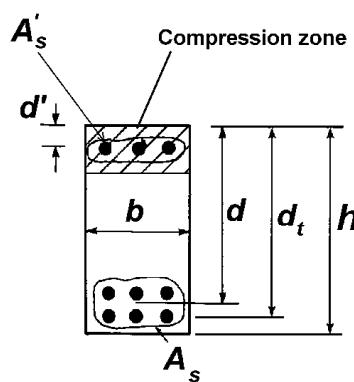
عمق موثر مقطع را با  $d$  نشان میدهیم.  $d$  برابر فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز سطح میلگردهای کششی می‌باشد.

$d'$  فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز میلگردهای فشاری می‌باشد.

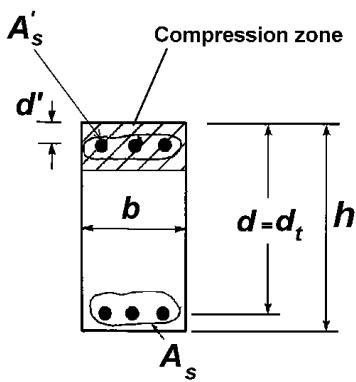
$d_t$  فاصله دورترین تار فشاری تا دورترین ردیف از میلگردهای کششی می‌باشد.

مساحت میلگردهای کششی را با  $A_s$  نشان می‌دهیم.

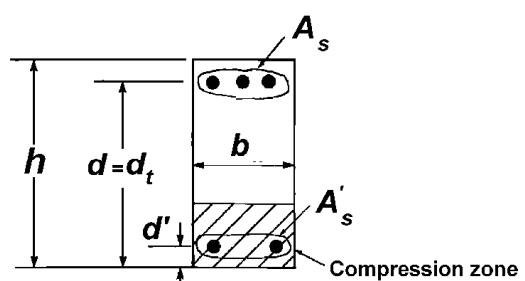
مساحت میلگردهای قرار گرفته در ناحیه فشاری را با  $A'_s$  نشان میدهیم.



مقطع تحت لنگر مثبت



مقطع تحت لنگر مثبت



مقطع تحت لنگر منفی

**$\varphi M_n$** 

ضریب کاهش مقاومت ( $\varphi$ ) در محاسبه مقاومت خمشی چقدر باید در نظر گرفته شود؟  
مطابق جدول زیر اعضای خمشی به سه دسته تقسیم میشوند:

**۱ - کنترل شونده توسط کشش (Tension controlled):**

- a. در این اعضا در لحظه شکست کرنش در آخرین ردیف میلگردهای کششی بزرگتر و یا مساوی  $\varepsilon_y + 0.003$  خواهد بود.  
برای مثال اگر کرنش تسلیم فولاد برابر  $0.002 = \varepsilon_y$  باشد، کرنش در فولاد های کششی باید بزرگتر و یا مساوی 0.005 باشد.
- b. در این اعضا شروع خرابی مقطع با تسلیم میلگردهای کششی شروع میشود. و پس از تغییر شکل های بزرگ (ناشی از کش آمدن میلگردهای کششی) بتن فشاری منهدم میشود. با توجه به اینکه شروع خرابی با تسلیم میلگرد کششی میباشد، این مقاطع کنترل شونده توسط کشش نامیده میشود.
- c. خرابی این اعضا با تغییر شکلهای بزرگ همراه است.
- d. در مقاطعی که تحت خمش هستند، در صورتیکه درصد میلگرد کششی از یک حدی کمتر باشد، مقطع کنترل شونده توسط کشش خواهد بود.
- e. در این مقاطع به علت شکل پذیری بالا، ضریب کاهش مقاومت را میتوان برابر  $\varphi = 0.9$  در نظر گرفت:  

$$\varepsilon_y + 0.003 \leq \varepsilon_t \rightarrow \varphi = 0.9$$

**۲ - کنترل شونده توسط فشار (Compression controlled):**

- a. در این اعضا در لحظه شکست کرنش در آخرین ردیف میلگردهای کششی کمتر و یا مساوی کرنش تسلیم خواهد بود  
 $(\varepsilon_t \leq \varepsilon_y)$
- b. در این اعضا بدون اینکه میلگردها در کشنش به تسلیم برسند، خرابی مقطع با متلاشی شدن بتن در فشار انجام میشود (بدون آسیب دیدن میلگردهای کششی) به همین جهت به این مقاطع کنترل شونده توسط فشار گفته میشود.
- c. این اعضا ترد شکن هستند.
- d. در ستونها که علاوه بر خمش نیروی محوری فشاری هم داریم و هر چه نیروی فشاری (نسبت به خمش) افزایش یابد، کشنش در میلگردها کاهش می یابد. در ستونهایی که خمش (نسبت به فشار) کم باشد، اصولاً تمامی نقاط مقطع تحت فشار خواهد بود و میلگرد کششی نخواهیم داشت.
- e. در اعضای که تحت خمش خالص هستند (فاقد نیروی محوری فشاری) در صورتی که مقطع پروفولاد باشد، مقطع کنترل شونده توسط فشار محسوب میشود.
- f. در این مقاطع به علت شکل پذیری پایین، ضریب کاهش مقاومت را باید برابر  $\varphi = 0.65$  (برای مقاطع بدون دورپیچ) و برابر  $\varphi = 0.75$  (برای مقاطع با دورپیچ) در نظر گرفت.  

$$\varepsilon_t \leq \varepsilon_y \rightarrow \varphi = 0.65$$

**۳ - انتقالی (Transition):**

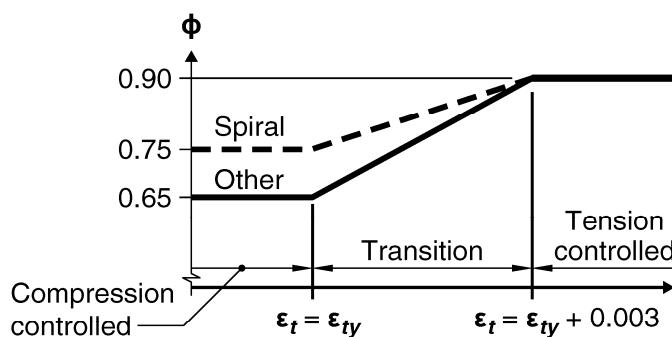
در صورتی که کرنش آخرین ردیف میلگردهای کششی به صورت رابطه زیر حالت بینابین باشد، ضریب کاهش مقاومت با درون یابی بدست می آید.

$$\varepsilon_y < \varepsilon_t < \varepsilon_y + 0.003 \rightarrow \varphi = 0.65 + 0.25 \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_y}{0.003}$$

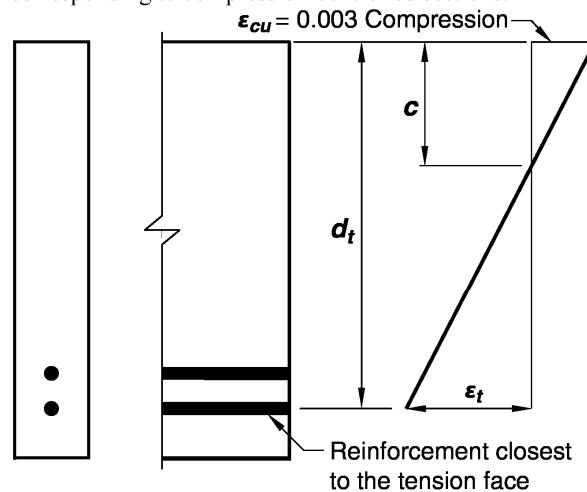
**Table 21.2.2—Strength reduction factor  $\phi$  for moment, axial force, or combined moment and axial force**

Net tensile strain $\varepsilon_t$	Classification	$\phi$			
		Type of transverse reinforcement			
		Spirals conforming to 25.7.3	Other		
$\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty}$	Compression-controlled	0.75	(a)	0.65	(b)
$\varepsilon_{ty} < \varepsilon_t < \varepsilon_{ty} + 0.003$	Transition <sup>[1]</sup>	$0.75 + 0.15 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0.003)}$	(c)	$0.65 + 0.25 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0.003)}$	(d)
$\varepsilon_t \geq \varepsilon_{ty} + 0.003$	Tension-controlled	0.90	(e)	0.90	(f)

<sup>[1]</sup>For sections classified as transition, it shall be permitted to use  $\phi$  corresponding to compression-controlled sections.



**Fig. R21.2.2b**—Variation of  $\phi$  with net tensile strain in extreme tension reinforcement,  $\varepsilon_t$ .



**Fig. R21.2.2a**—Strain distribution and net tensile strain in a nonprestressed member.

## CHAPTER 9—BEAMS

### 9.3—Design limits

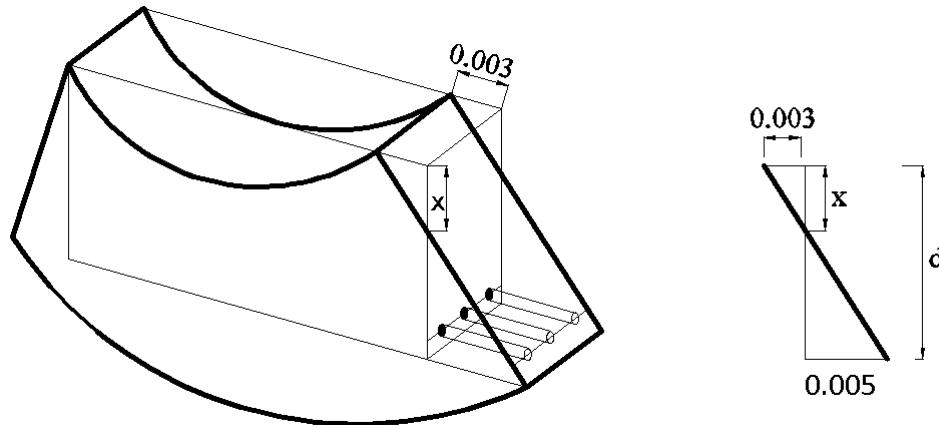
#### 9.3.3 Reinforcement strain limit in nonprestressed beams

**9.3.3.1** Nonprestressed beams with  $P_u < 0.10f'_c A_g$  shall be tension controlled in accordance with Table 21.2.2.

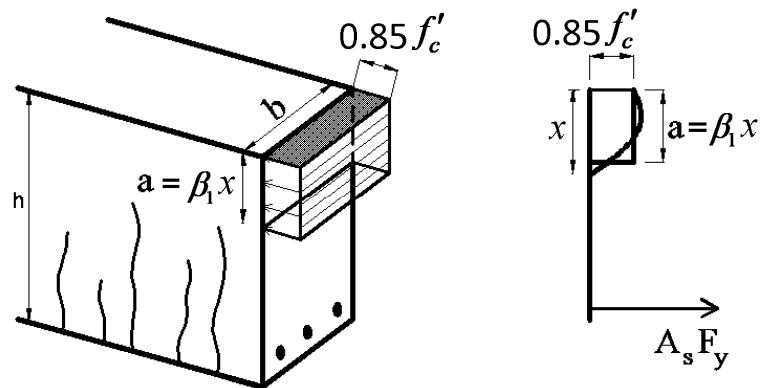
مطابق بند فوق تیرهایی که در آنها  $P_u < 0.10f'_c A_g$  می باشد، باید مطابق جدول زیر از نوع کنترل کشش (Tension controlled) باشند. یعنی در لحظه نهایی شکست تیر، کرنش در دورترین ردیف میلگرد کششی حداقل  $(\varepsilon_{ty} + 0.003)$  باشد. اگر میلگرد طولی از نوع S400 باشد مقدار  $\varepsilon_{ty} = 0.002$  خواهد بود و در نتیجه در تیرهایی که میلگرد آنها از نوع S400 می باشد، کرنش در اخرین ردیف فولادهای کششی باید حداقل 0.005 باشد.

در شکل زیر مقدار  $\rho_{max}$  برای یک تیر مستطیلی تک آرمه محاسبه شده است.

به شکل زیر توجه کنید. مساحت فولادهای کششی طوری انتخاب شده است که هنگام خرابی مقطع (رسیدن بتن به  $\epsilon_u = 0.003$ ) کرنش در فولادهای کششی برابر  $\frac{f_y}{E} = \epsilon_y$  می باشد. در این حالت عمق تار خنشی (x) از دیاگرام کرنش (حرکت) بدست می آید:



$$\frac{x}{0.003} = \frac{d}{0.003 + 0.005} \rightarrow x = \frac{3}{8}d$$



$$A_s f_y = (\beta_1 x b) 0.85 f'_c = \left( \beta_1 \frac{3}{8} db \right) 0.85 f'_c \rightarrow \frac{A_s}{bd} = \left( \beta_1 \frac{3}{8} \right) \frac{0.85 f'_c}{f_y}$$

$$\rightarrow \rho_{max} = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8}$$

- در صورتی که مساحت میلگرد کششی برابر مقدار محاسبه شده در رابطه فوق باشد، در مرحله خرابی کرنش در دورترین ردیف میلگردهای کششی برابر  $0.005$  خواهد بود.  $\rho_{max} = \frac{A_{s-max}}{bd}$  حداکثر میلگرد مجاز برای تیر میباشد. برای مثال اگر رده بتن C25 و رده میلگردهای طولی S400 باشد، نسبت میلگرد حداکثر برابر خواهد بود با:

$$C25, S400 \rightarrow \rho_{max} = \frac{0.85 \times 25}{400} \times 0.85 \frac{3}{8} = 0.0169$$

- رابطه فوق تنها برای مقطع مستطیلی شکل و بدون میلگرد فشاری صادق است. برای مقاطع همراه با میلگرد فشاری و یا مقاطع T شکل باید محاسبات تکرار شود.

- با توجه به رابطه فوق مقدار  $\rho_{max}$  در تیرها به مقدار  $f'_c$  و نیز  $F_y$  بستگی دارد و تغییر در ابعاد مقطع تاثیر در مقدار  $\rho_{max}$  ندارد.

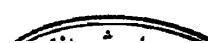
در جدول زیر مقادیر درصد میلگرد بالاتس و حداکثر برای مقاطع مستطیل بدون میلگرد فشاری محاسبه شده است.

Fy	fc	beta	rho-bal	rho-max	rho-min
400	20	0.8500	0.0217	0.0135	0.0035
400	25	0.8500	0.0271	0.0169	0.0035
400	28	0.8500	0.0303	0.0190	0.0035
400	30	0.8357	0.0320	0.0200	0.0035
400	35	0.8000	0.0357	0.0223	0.003698
400	40	0.7643	0.0390	0.0244	0.003953
400	45	0.7286	0.0418	0.0261	0.004193
400	50	0.6929	0.0442	0.0276	0.004419
400	55	0.6500	0.0456	0.0285	0.004635
400	60	0.6500	0.0497	0.0311	0.004841
400	65	0.6500	0.0539	0.0337	0.005039
400	70	0.6500	0.0580	0.0363	0.005229
300	20	0.8500	0.0289	0.0181	0.004667
300	25	0.8500	0.0361	0.0226	0.004667
300	28	0.8500	0.0405	0.0253	0.004667
300	30	0.8357	0.0426	0.0266	0.004667
300	35	0.8000	0.0476	0.0298	0.00493
300	40	0.7643	0.0520	0.0325	0.00527
300	45	0.7286	0.0557	0.0348	0.00559
300	50	0.6929	0.0589	0.0368	0.005893
300	55	0.6500	0.0608	0.0380	0.00618
300	60	0.6500	0.0663	0.0414	0.006455
300	65	0.6500	0.0718	0.0449	0.006719
300	70	0.6500	0.0774	0.0483	0.006972

## محاسبات ۹۴

۳۲- حداکثر سطح مقطع آرماتور کششی در یک تیر بتونی غیر باربر جانبی به ابعاد  $400 \times 400 \text{ mm}$  بر حسب میلی متر مربع به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ بتون از رده C25 و فولاد میلگردها از نوع S400 بوده و ارتفاع مؤثر مقطع را برابر 340 میلی متر فرض نمایید.

(۱) 3580 (۲) 3400 (۳) 3050 (۴) 2850



پاسخ در گزینه ها نیست (روابط تغییر کرده اند)

با توجه به جداول فوق داریم:

$$\rho_{max} = .0169 \rightarrow A_{smax} = 0.0169 \times 400 \times 340 = 2298 \text{ mm}^2$$

حل بدون استفاده از جدول:

$$x = \frac{0.003}{\frac{0.003 + 0.004}{(\beta x \times b)(0.85f'_c)} d} = \frac{3}{8} d = 127.5 \text{ mm} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$A_s = \frac{(\beta x \times b)(0.85f'_c)}{f_y} = \frac{0.85 \times 127.5 \times 400 \times 0.85 \times 25}{400} = 2303 \text{ mm}^2$$

۳- حداکثر مقدار آرماتور کششی تیری به ابعاد مقطع  $d = 30 \text{ cm}$  و  $b = 35 \text{ cm}$  (مقطع بدون آرماتور فشاری) به کدام گزینه زیر نزدیکتر است؟

$$f_c = 22.5 \text{ MPa}$$

$$f_y = 400 \text{ MPa}$$

(۱) ۱۶.۱ سانتیمتر مربع

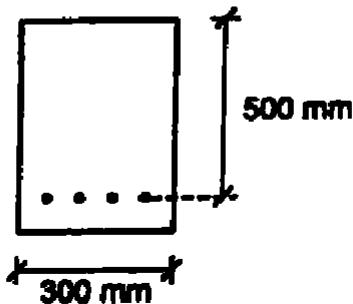
(۲) ۲۶.۳ سانتیمتر مربع

(۳) ۲۱.۴ سانتیمتر مربع

با توجه به جدول صفحه قبل داریم:

$$\rho_{max} = \frac{0.0135 + 0.0169}{2} = 0.0152 \rightarrow A_{s-max} = \rho_{max} bd = 0.0152 \times 350 \times 300 = 1596 \text{ mm}^2$$

۴- در مقطع یک عضو خمشی مطابق شکل ( $b = 300 \text{ mm}$ ,  $d = 500 \text{ mm}$ ) در صورتیکه بتن از ردی C30 و فولاد از نوع S400 با سطح مقطع  $4\Phi 20 = A_s$  باشد، تغییرشکل نسبی فولاد در حالت حدی نهایی (موقعی که تغییرشکل نسبی بتن در دورترین تار فشاری به ۰.۰۰۳ می‌رسد) به کدامیک از اعداد زیر نزدیکتر است؟ توزیع تغییرشکل نسبی در ارتفاع مقطع بصورت خطی می‌باشد



- (۱) 0.018  
 (۲) 0.002  
 (۳) 0.005  
 (۴) 0.014

پاسخ بر اساس مبحث نهم ویرایش پنجم: 0.0164

ابتدا با استفاده از تعادل  $C=T$  ارتفاع تار خنثی محاسبه می‌شود. در نوشتن معادله تعادل ابتدا فرض می‌شود فولادها تسلیم خواهند شد:

$$(\beta_1 x)b(0.85 f'_c) = A_s f_y$$

$$\rightarrow 0.85x \times 300 \times 0.85 \times 30 = 4 \times 314 \times 400$$

$$x = 77.26 \text{ mm}$$

پس از یافتن عمق تار خنثی می‌توان کرنش فولادها را بر اساس دیاگرام کرنش‌ها بدست آورد:

$$\frac{\varepsilon_s}{d - x} = \frac{0.003}{x}$$

$$\frac{\varepsilon_s}{500 - 77.26} = \frac{0.003}{77.26} \rightarrow \varepsilon_s = 0.0164$$

پس از بدست آوردن کرنش فولاد باید کنترل شود که آیا فرض تسلیم شدن آنها صحیح است یا نه؟ با توجه به اینکه کرنش تسلیم فولادها ۰.۰۰۲ می‌باشد، فولادها تسلیم شده‌اند و فرض اولیه صحیح بوده است.

## ۱۷-۳ - طراحی تیرهای بتنی

مسائل طراحی اعضا به دو شکل متفاوت ممکن است مطرح شود.

- ارزیابی و آنالیز مقطع مشخص: در این نوع مسائل مشخصات مقطع عضو مانند مقاومت فشاری بتن، ابعاد مقطع، مساحت و محل قرارگیری میلگردها مشخص و معلوم است. سوالی که در این مسائل مطرح می‌شود، این است که مقاومت مقطع (خمنشی، برشی و یا محوری) چقدر است.

- طراحی مقطع: در این نوع مسائل مشخصات مقطع نامعلوم است و تنها مقادیر بارهای وارد بر مقطع مشخص و معلوم است. در این حالت بر اساس میزان بار وارد بر مقطع، طراح ابعاد مناسب و میلگرد لازم را طراحی و محاسبه می‌کند.

حل مسائل حالت اول نسبت به حالت دوم راحت‌تر می‌باشد. در حالت اول تمامی مشخصات مقطع معلوم است و شما تنها باید مقاومت را محاسبه کنید. در حالیکه در حالت دوم تمامی مشخصات مقطع مجھول است.

## انواع مسائل مربوط به خمنش تیرها

داده‌ها	خواسته‌ها
$b \quad h \quad d \quad F_y \quad f'_c$	$A_{sb} \quad A_{s-max}$
$b \quad h \quad d \quad F_y \quad f'_c \quad A_s$	$\varphi M_n$
$b \quad h \quad d \quad F_y \quad f'_c \quad \varphi M_n = M_u$	$A_s$
$F_y \quad f'_c \quad \varphi M_n = M_u$	$b \quad d \quad h \quad A_s$

مراحل طراحی تیر ( $A_s$  مجھول):

در صورتی که تیر مستطیلی باشد و تنها شامل میلگرد کششی باشد (و یا از میلگرد فشاری صرف نظر شود) و همچنین مطمئن باشیم که تیر کم فولاد هست، مساحت میلگرد لازم برای تیر را میتوان با روابط زیر محاسبه کرد.

- در روابط زیر در حقیقت ۲ مجھول داریم ( $a, A_s$ ) و دو معادله ( $T = C$  ،  $M_u = \varphi M_n$ ) ابتدا باید سعی کنیم یکی از مجھولات (برای مثال  $a$ ) را حذف کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} T = C \rightarrow ab(0.85f'_c) = A_s F_y \rightarrow a = \frac{A_s F_y}{0.85f'_c b} \\ M_u = \varphi M_n \rightarrow M_u = \varphi A_s F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \end{array} \right\} M_u = \varphi A_s F_y \left( d - \frac{A_s F_y}{2 \times 0.85f'_c b} \right)$$

پس از حذف  $a$  از معادلات میتوان مقدار  $A_s$  را با حل معادله درجه ۲ بدست آورد:

$$M_u = \varphi A_s F_y d \left( 1 - \frac{A_s F_y}{1.7f'_c b d} \right) \rightarrow A_s^2 \frac{\varphi F_y^2}{1.7f'_c b} - A_s \varphi F_y d + M_u = 0$$

$$A_s^2 - A_s \frac{1.7f'_c b d}{F_y} + \frac{1.7f'_c b}{\varphi F_y^2} M_u$$

$$A_s = \frac{0.85f'_c b}{F_y} \left( d + \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\varphi f'_c b}} \right)$$

$$a = \frac{A_s F_y}{0.85f'_c b} \rightarrow a = d + \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\varphi f'_c b}}$$

با توجه به روابط صفحه قبل اگر لنگر وارد بر تیر (Mu) و نیز ابعاد تیر (d, b) مشخص باشند، میتوان مساحت میلگرد لازم کششی و نیز عمق ناحیه فشاری را بدست آورد:

$$A_s = \frac{0.85f'_c b}{F_y} \left( d + \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\varphi f'_c b}} \right)$$

$$a = d + \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\varphi f'_c b}}$$

مشابه روابط صفحه قبل، برخی از کتب بتن روابط مشابهی را جهت استخراج درصد میلگرد لازم ( $\rho$ ) ارائه کرده اند:

$$T = C \quad \Rightarrow \quad \rho b d f_y = 0.85 f'_c a b \quad \Rightarrow \quad a = \rho \left( \frac{f_y}{0.85 f'_c} \right) d$$

$$M_n = T \left( d - \frac{a}{2} \right) = C \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad \Rightarrow \quad M_n = \rho b d f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

$$\boxed{\frac{M_n}{bd^2} = \rho f_y \left[ 1 - \frac{\rho}{2} \left( \frac{f_y}{0.85 f'_c} \right) \right]}$$

$$m = \left( \frac{f_y}{0.85 f'_c} \right)$$

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2}$$

$$R_n = \rho f_y \left( 1 - \frac{\rho m}{2} \right)$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2m R_n}{f_y}} \right)$$

- تاکید میشود روابط فوق تنها در شرایط زیر صادق هستند:
  - مقطع مستطیلی باشد
  - تیر فاقد میلگرد فشاری باشد و یا اینکه از میلگرد فشاری در محاسبه مقاومت صرف نظر شده باشد.
  - مقطع کم فولاد باشند (مطمئن باشیم که میلگردهای کششی به تسلیم میرسند).

## ۱۸-۳ - حداقل فولاد کششی

۱۱-۵-۲-۱ حداقل مقدار آرماتورهای خمشی نباید از بزرگترین مقادیر زیر کمتر باشد؛ به جز موردی که در ضابطه‌ی بند ۱۱-۵-۱-۳ اشاره شده است. در اعضای معین استاتیکی با مقطع بال دار که بال مقطع در کشش قرار دارد، مقدار  $b_f$  بر اساس جایگزینی با کمترین مقدار  $b_f$  (عرض بال) و  $2b_w$  محاسبه می‌شود. مقدار  $f_y$  باید به حداکثر ۵۵۰ مگاپاسکال محدود شود.

$$0.25 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad (11-1-الف)$$

$$\frac{1.4}{f_y} b_w d \quad (11-1-ب)$$

۱۱-۵-۳-۱ اگر سطح مقطع آرماتورهای طولی تأمین شده در وجه کششی، حداقل به اندازه‌ی یک سوم بیشتر از مقدار نیاز بر اساس محاسبه باشد، نیازی به کنترل ضوابط بندهای ۱۱-۵-۱-۱ و ۱۱-۵-۲-۱ نمی‌باشد.

بند فوق را می‌توان با رابطه زیر خلاصه کرد:

$$\left( \rho_{تیر} = \frac{A_s}{b_w d} \right) \geq \text{Min} \left( \begin{array}{l} \rho_{min-تیرها} = \text{Max} \left( \frac{0.25\sqrt{f'_c}}{F_y}, \frac{1.4}{F_y} \right) \\ 1.33 \times (\rho_{تیر} \text{ محاسباتی}) \end{array} \right)$$

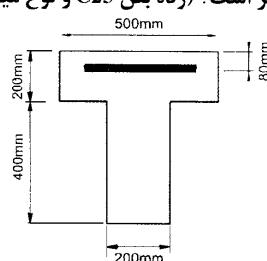
برای مثال اگر  $f'_c = 25 \text{ MPa}$  و  $F_y = 400 \text{ MPa}$  باشد مقدار  $\rho_{min-تیرها} = 0.0035$  خواهد شد و در نتیجه:

$$C25 \& S400 \rightarrow \left( \rho_{تیر} = \frac{A_s}{b_w d} \right) \geq \text{Min} \left( \frac{0.0035}{1.33 \times (\rho_{تیر} \text{ محاسباتی})} \right)$$

- نکته: نرم افزار ETABS در برخی موارد  $\rho$  را به خصوص در میانه تیرها، کمتر از مقدار 0.0035 نمایش میدهد و این ابهام پیش می‌اید که ایتبس آرماتور حداقل را کنترل نمی‌کند. در اینگونه موارد  $\rho$  محاسبه شده بسیار کم بوده و ایتبس به جای رعایت حداقل (0.0035)، از 1.33 برابر مقدار محاسباتی استفاده کرده است.

## محاسبات ۹۴

- مقطع T شکل نشان داده شده در شکل زیر مربوط به یک تیر طره بوده و تحت اثر لنگر خمشی منفی قرار دارد. حداقل مقدار آرماتور کششی مصرفی بر حسب میلی‌متر مربع بدون توجه به مقدار آرماتور کششی لازم محاسباتی به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (رده بن C25 و نوع میلگرد S340 فرض شود).



760 (۱)

430 (۲)

1070 (۳)

860 (۴)

گزینه ۴

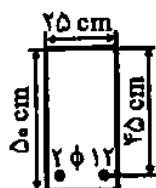
$$\text{Max} \left( \frac{0.25\sqrt{25}}{340}, \frac{1.4}{340} \right) = 0.0041$$

$$A_{s-min} = 0.0041 \times 400 \times 520 = 852.8 \text{ mm}^2$$

یک مقطع مستطیلی با اطلاعات زیر داده شده است. مقاومت فشاری نمونه استوانه بتنی

(مهندس عمران ۷۰)

$$f_y = 250 \text{ kg/cm}^2$$



۱) رفتار این تیر مانند یک تیر کم آرماتور (Under-reinforced) است.

۲) رفتار این تیر مانند یک تیر پر آرماتور (Over-reinforced) است.

۳) رفتار این تیر مانند یک تیر بتنی غیر مسلح است.

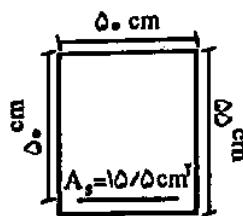
۴) هیچ‌گدام

گزینه ۳

اگر مقطع مقابل تحت لنگر خمی معادل  $3200 \text{ kg.m}$  قرار گیرد و در آن  $f_y = 300 \text{ kg/cm}^2$

(مهندسان عمران آزاد ۷۹)

$$c = 250 \text{ kg/cm}^2$$



۱) ترک خواهد خورد

۲) ترک نخواهد خورد

۳) منهدم خواهد شد

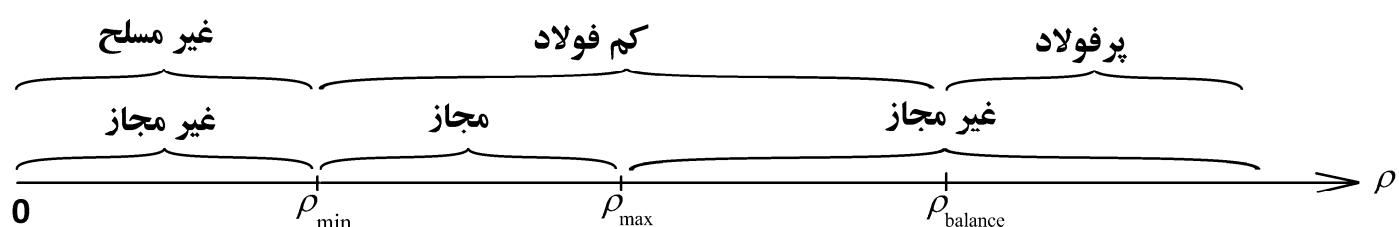
۴) مقطع مناسب عمل خواهد کرد

$$\rho = \frac{1550}{500 \times 500} = 0.0062$$

$$\rho_{min} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1.4}{300} = 0.0047 \\ \frac{\sqrt{25}}{4 \times 300} = 0.0042 \end{array} \right\} \rightarrow \text{سلیمانی}$$

$$M_{cr} = \frac{(0.6 \sqrt{25}) \times I}{c} = 0.6 \sqrt{25} \times \frac{550^2 \times 500}{6} = 7.56 \times 10^7 \text{ N.mm} = 7563 \text{ kg.m}$$

لگنکه در رله (3200) از مقاومت ترک خودگ مقطع کمتر است بنابراین متفعع ترک نخواهد

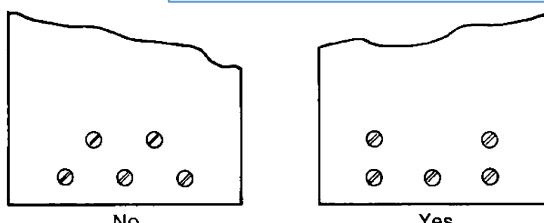


## 25.2—Minimum spacing of reinforcement

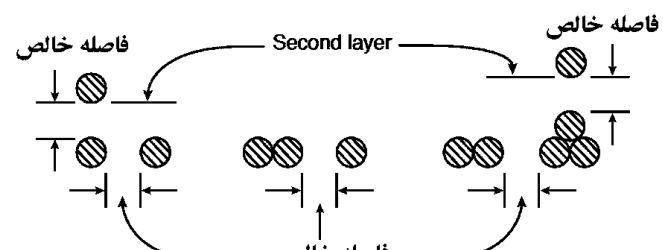
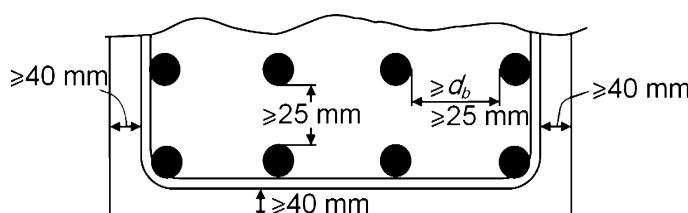
**25.2.1** For parallel nonprestressed reinforcement in a horizontal layer, clear spacing shall be at least the greatest of 1 in.,  $d_b$ , and  $(4/3)d_{agg}$ .

**25.2.2** For parallel nonprestressed reinforcement placed in two or more horizontal layers, reinforcement in the upper layers shall be placed directly above reinforcement in the bottom layer with a clear spacing between layers of at least 1 in.

**25.2.3** For longitudinal reinforcement in columns, pedestals, struts, and boundary elements in walls, clear spacing between bars shall be at least the greatest of 1.5 in.,  $1.5d_b$ , and  $(4/3)d_{agg}$ .



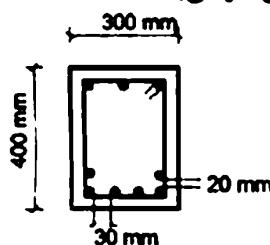
Arrangement of bars in two layers (ACI Section 7.6.2).



حداقل فاصله خالص	اعضای خمشی	$\text{Max} (d_b, 25\text{mm})$
	اعضای فشاری	$\text{Max} (1.5 d_b, 40\text{mm})$

### محاسبات ۹۳

۳- در یک ساختمان با شرایط محیطی شدید، جزئیات مطابق شکل برای مقطع یک تیر به کار رفته است.  
در صورتیکه حداقل قطر سنگدانه در بتن ۲۰ میلی‌متر باشد، کدامیک از موارد زیر صحیح است؟  
(پوشش میلگردها ۵۰ میلی‌متر، بتن از ردۀ C25 و قطر میلگردهای طولی ۲۰ میلی‌متر می‌باشد)



- ۱) ضوابط حداقل فاصله میلگردها از یکدیگر در یک سفره رعایت شده است.
- ۲) ضوابط حداقل فاصله میلگردها از یکدیگر در یک سفره رعایت نشده است.
- ۳) فاصله آزاد میلگردها بین دو سفره رعایت نشده است.
- ۴) ضوابط مربوط به محدودیت فاصله میلگردها کاملاً رعایت شده است.

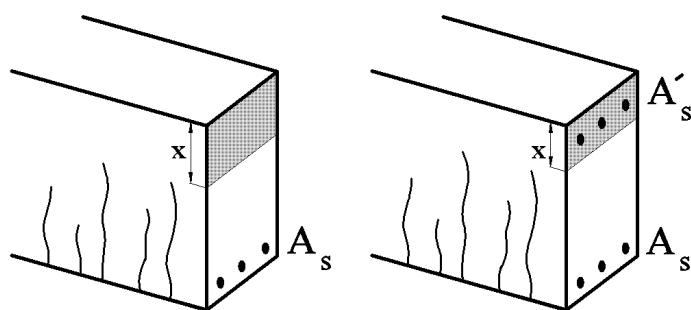
گزینه ۱

فاصله آزاد بین دو سفره (20mm) کمتر از 25mm بوده و گزینه های ۳ و ۴ نادرست هستند.

فاصله آزاد بین میلگردها در یک سفره (30mm) ضوابط تیرها را ارضاء کرده و قابل قبول است. همچنین پوشش ۵۰ میلی‌متر برای شرایط محیطی شدید کافی است.

## ۲۰-۳ - تاثیر فولاد فشاری

- تاثیر فولاد فشاری بر عمق تار خنثی:

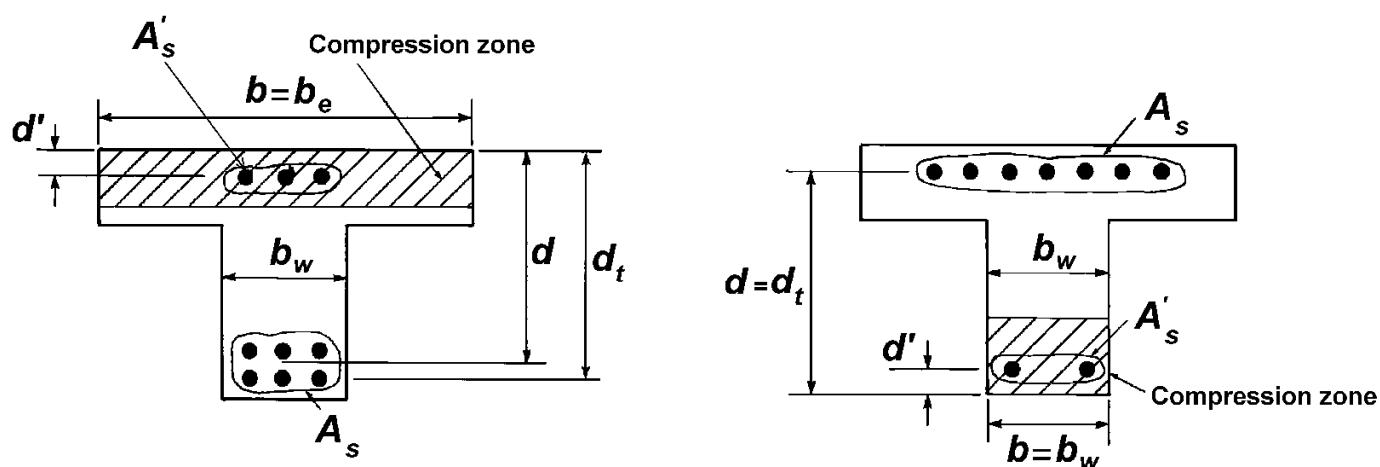
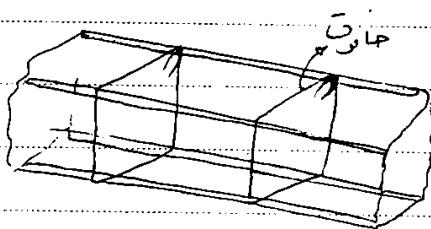


تاثیر فولاد فشاری بر شکل پذیری:

## - تاثیر فولاد فشاری بر خش

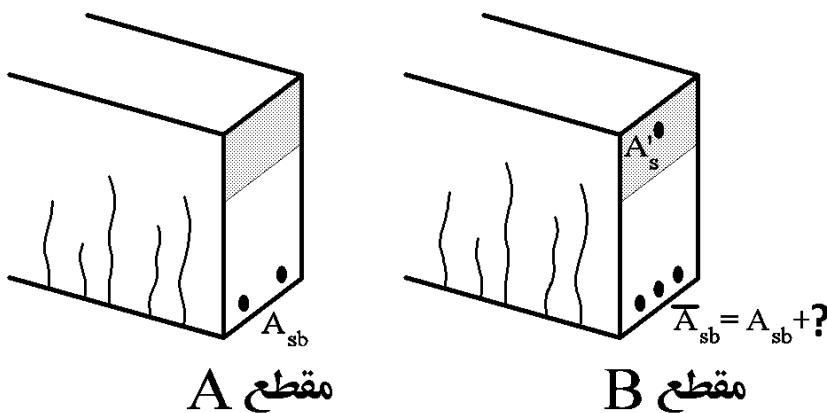
کاربرد اجرایی فولاد فشاری

تلخه و نواد فشاری را از بعدهان تکیه گاه آرماتورهای عرضی (جاویت) استفاده شود.



(a) Positive moment (compression on top).

(b) Negative moment (compression on bottom).



## قطع B

فرض کنید مقطع A در حالت بالانس باشد. اگر به این مقطع مطابق مقطع B آرماتور فشاری اضافه گردد، مقدار آرماتور بالانس چه تغییری می کند؟ هدف یافتن  $A'_s$  در شکل می باشد.

با توجه به اینکه در هر دو مقطع حالت بالانس داریم، ارتفاع تار خنثی در هر دو یکی بوده و تغییر نمی کند (چرا؟) در مقطع A داریم:

$$C = T \rightarrow (A_{sb})F_y = ab(0.85f'_c)$$

در مقطع B داریم:

$$\begin{aligned} C = T \rightarrow (A_{sb} + ?)F_y &= ab(0.85f'_c) + A'_s f'_s \\ \rightarrow (?)F_y &= A'_s f'_s \\ \rightarrow (?) &= A'_s \frac{f'_s}{F_y} \end{aligned}$$

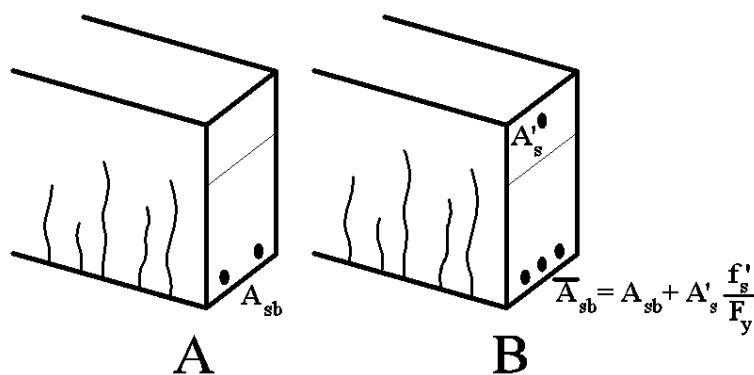
تشخیص فولاد فشاری

$$A'_s = \frac{A_{sb}}{\rho_b} + \frac{\rho'_s}{\rho_b} A'_s$$

حیرت پس از امداد دادن

صداری گذشته

مهد از امداد دادن



به شرط اینکه آرماتورهای فشاری نیز جاری می شوند:

$$\bar{A}_{sb} = A_{sb} + A'_s$$

برای  $\bar{\rho}_b$  (در صور آرماتور مکانی) به ایندازه این صدای امداد ده می شود.

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \frac{A'_s}{b_w d} \cdot \frac{f'_s}{F_y} \cdot \rho'$$

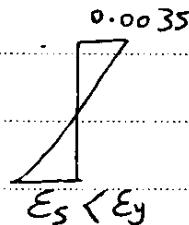
As

١- مدفع كم خلاد (تشل بيتر) (مدفع نشر حدوداً ١٥% انتشار حملاب)  $\frac{1}{2}$

$$M = As F_y \times 1/12$$

As

As



$$\Rightarrow M = A_s \frac{f_s}{\underline{I}} Z < A_s \frac{f_y}{\underline{I}} Z$$

#### ٤ - موقع يرمولاد (ترشّه)

جهانگردی مسافرین می شود در مخصوص پرسنل ، مرادهای کشته جاری نمی شوند و در عمل حرفیت کامل آنها (Asty) عورت استفاده مرا رنجید ، برای زنگ این مشکل در راه حل داریم ۸

۱ افراش ابعاد سطحی (چوی تر شدن بین معلق افزایش مساحت آن و مالا میتوان تاریخی عرضه نکل)

۲) اقتصاد نولارشایی  $\leftarrow$  با اقتصاد نولارشایی تاریخی بالا رفته و نولارشایی جدید می شود.  
لذتستافم از صادر  $As_2F_5Zn$  اقتصاد نولارشایی فهم تبدیل به  $AsF_3Zn$  می شود.

نستخراج ① بالاقرداد مولاد فشاری بمقابل کم مولاد، لذا متأذم آن از اثرات خود باشد .  
 ۲ " مولاد " " متأذم فشاری "  
 ۳ " متأذم " " درجه ایجاد افتراقی "

برای کم فولادگرد تغییر مهتران و  $\left. \begin{array}{l} \checkmark \text{ مقدار ماهوت As را کاهش دارد} \\ \checkmark \text{ مهتران آس افزود و با ماهوت بتن مشتری را} \\ \text{ افزایش دارد برای } \frac{1}{2} \text{ رامترایش دارد} \end{array} \right\}$

اصفی الزمامات، آیین نامه من لارکنی همچنان باشد در نظر نگاهی جاری شود و این فولاذ فشاری می‌تواند

## چاری شود یا نشود

$$P_{min} = \left\{ \frac{1,4}{f_y}, \frac{\sqrt{f_c}}{4f_y} \right\}$$

حدار لرها تو حدايل ريم بـ متار مولاد فشاري ندارد.

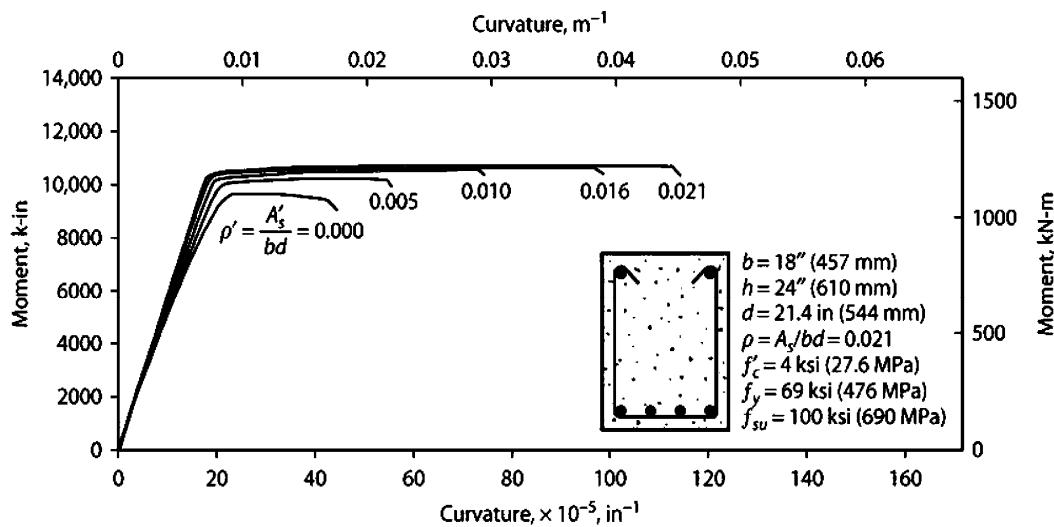


FIGURE 6.26 Effect of compression reinforcement on the moment-curvature relation.

تمرین – عبارت های زیر را اثبات کنید:

کنترل جاری شدن میلگردهای فشاری (در صورتی که میلگردهای کششی جاری شوند):  
در صورتی که میلگردهای  $A_s$  (کششی) از مقدار زیر بیشتر باشند، میلگردهای  $A'_s$  (فشاری) جاری خواهند شد:  

$$A_s > \beta \frac{0.85f'_c}{F_y} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_y} bd' + A'_s \quad \rightarrow \quad A'_s$$
 جاری خواهد شد

مقاومت خمشی مقاطع همراه با فولاد فشاری  
ابتدا باید از معادله درجه ۲ زیر مقدار X را بیابیم:

$$A_s F_y = 0.85f'_c(b\beta x - A'_s) + A'_s E_s \frac{(x - d')}{x} \varepsilon_{cu}$$

در معادله فوق،  $\varepsilon_{cu} = 0.003$  و  $E_s = 2 \times 10^5$  می باشد.

پس از یافتن مقدار X باید مقدار تنش در میلگردهای فشاری بدست آید:

$$f'_s = E_s \frac{x - d'}{x} \varepsilon_{cu}$$

و سپس مقدار لنگر مقاوم بدست می آید:

$$M_r = A'_s f'_s (d - d') + 0.85f'_c (\beta x b - A'_s) \left( d - \frac{\beta x}{2} \right)$$

مقاومت خمشی مقاطع همراه با فولاد فشاری  
ابتدا باید از معادله زیر مقدار X را بیابیم:

$$A_s F_y = 0.85f'_c(\beta x b - A'_s) + A'_s F_y \quad x = \frac{A_s F_y - A'_s F_y}{0.85 \beta f'_c b}$$

پس از یافتن مقدار X مقدار لنگر مقاوم بدست می آید:

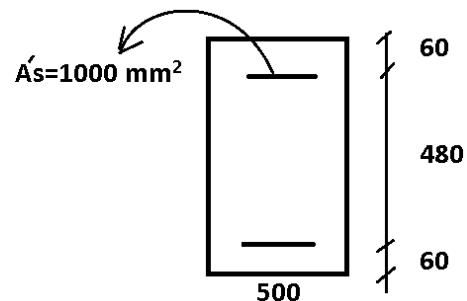
$$M_r = A'_s F_y (d - d') + 0.85f'_c (\beta x b - A'_s) \left( d - \frac{\beta x}{2} \right)$$

مثال: مقطع شکل زیر تحت اثر لنگر مثبت قرار دارد. این تیر مربوط به یک سازه با شکل پذیری متوسط می باشد.

الف) مساحت میلگرد معادل حالت متوازن (بالانس) را محاسبه کنید؟

ب) حداکثر میلگرد کششی مجاز مقطع چقدر می باشد؟

$$f'_c = 25 MPa \quad F_y = 400 MPa$$



الف) در حالت تعادل محل تار خنثی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$x = \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{F_y}{E_s}} \right) d = \left( \frac{0.003}{0.003 + \frac{400}{2 \times 10^5}} \right) d = \frac{3}{5} d = \frac{3}{5} \times 540 = 324 \text{ mm}$$

پس از یافتن  $x$ ، کرنش فولادهای فشاری محاسبه می شود تا بررسی شود که آیا میلگردهای فشاری جاری می شوند یا نه:

$$\varepsilon'_s = \frac{x - 60}{x} \times 0.003 = \frac{324 - 60}{324} 0.003 = 0.0024 > 0.002$$

میلگردهای فشاری تسليیم می شوند. حال با نوشتن تعادل مساحت میلگرد بالانس محاسبه می شود:

$$C = T \rightarrow (\beta x \times b) 0.85 f_c + A'_s (F_y - 0.85 f_c) = A_{sb} F_y$$

$$(0.85 \times 324 \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times (400 - 0.85 \times 25) = A_{sb} \times 400$$

$$A_{sb} = 8262 \text{ mm}^2$$

ب) محل تار خنثی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$x = \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{F_y}{E_s} + 0.003} \right) d = \left( \frac{0.003}{0.003 + 0.005} \right) 540 = 202.5 \text{ mm}$$

پس از یافتن  $x$ ، کرنش فولادهای فشاری محاسبه می شود تا بررسی شود که آیا میلگردهای فشاری جاری می شوند یا نه:

$$\varepsilon'_s = \frac{x - 60}{x} \times 0.003 = \frac{202.5 - 60}{202.5} 0.003 = 0.0021 > 0.002$$

میلگردهای فشاری تسليیم می شوند. حال با نوشتن تعادل مساحت میلگرد حداکثر محاسبه می شود:

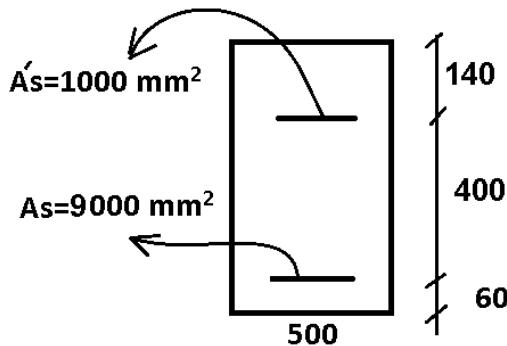
$$C = T \rightarrow (\beta x \times b) 0.85 f_c + A'_s (F_y - 0.85 f_c) = A_{s-max} F_y$$

$$(0.85 \times 202.5 \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times (400 - 0.85 \times 25) = A_{s-max} \times 400$$

$$A_{s-max} = 5518.95 \text{ mm}^2$$

مثال: مقاومت خمشی اسمی مقطع زیر را محاسبه کنید.

$$f'_c = 25 \text{ MPa} \quad F_y = 400 \text{ MPa}$$



فرض اولیه:

ابتدا فرض می کنیم  $A'_s$  و  $A_s$  هر دو تسلیم می شوند:

$$\begin{aligned} C = T &\rightarrow (\beta x \times b)0.85f_c + A'_s(F_y - 0.85f_c) = A_sF_y \\ (0.85 \times x \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times (400 - 0.85 \times 25) &= 9000 \times 400 \\ x &= 356 \text{ mm} \end{aligned}$$

برای کنترل فرض، کرنش فولادهای کششی و فشاری را بر اساس  $x$  محاسبه کرده و بررسی می کنیم که آیا جاری می شوند یا نه:

$$\varepsilon'_s = \frac{(356 - 140)}{356} \times 0.003 = 0.00182 < \varepsilon_y = 0.002$$

بنابراین فولادهای فشاری جاری نمی شوند.

بررسی جاری شدن میلگردکاری کششی:

$$\varepsilon_s = \frac{(540 - 356)}{356} \times 0.003 = 0.00154 < \varepsilon_y = 0.002$$

فولادهای کششی نیز جاری نمی شوند.

فرض دوم: فولادهای کششی و فشاری جاری نمی شوند. در این حالت اگر عمق تار خنثی  $x$  باشد، تنش در فولادهای کششی و فشاری کمتر از  $F_y$  خواهد بود و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= \frac{(540 - x)}{x} \times 0.003 \quad \rightarrow \quad f_s = \varepsilon_s E = 600 \frac{(540 - x)}{x} \\ \varepsilon'_s &= \frac{(x - 140)}{x} \times 0.003 \quad \rightarrow \quad f'_s = \varepsilon'_s E = 600 \frac{(x - 140)}{x} \end{aligned}$$

سپس با نوشتن معادله تعادل مقدار  $x$  بدست میابید:

$$\begin{aligned} C = T &\rightarrow (\beta x \times b)0.85f_c + A'_s(f'_s - 0.85f_c) = A_s f_s \\ (0.85 \times x \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times \left(600 \frac{(x - 140)}{x} - 0.85 \times 25\right) &= 9000 \times 600 \frac{(540 - x)}{x} \\ x &= 333.634 \text{ mm} \end{aligned}$$

پس از یافتن  $x$  نیروی فولادهای کششی و فشاری بدست میابید:

$$T_s = A_s f_s = 9000 \times 600 \frac{(540 - 333.634)}{333.634} = 3340 \text{ kN}$$

$$T'_s = A'_s(f'_s - 0.85f_c) = 1000 \times \left(600 \frac{(333.634 - 140)}{333.634} - 0.85 \times 25\right) = 327 \text{ kN}$$

$$C = (\beta x \times b)0.85f_c = (0.85 \times 334 \times 500) \times 0.85 \times 25 = 3013 \text{ kN}$$

مقاومت خمشی مقطع:

$$M_n = T'_s \times (400) + C \times \left(540 - \frac{0.85 \times 333.6}{2}\right) = 1330 \text{ kN.m}$$

۱۱- افزایش فولاد فشاری به یک مقطع خمی بتن آرمه که با فولاد کم (*under reinforced*) طراحی شده است، ..... را ..... می دهد.

- (۱) شکل پذیری تیر - کاهش
  - (۲) مقاومت خمی مقطع - کمی افزایش
  - (۳) کرنش نهایی فشاری بتن - کمی کاهش
  - (۴) مقاومت خمی تیر - به میزان قابل توجهی افزایش
- گزینه ۲

۱۲- در یک مقطع بتن مسلح با ابعاد و مشخصات مصالح ثابت، اگر نسبت فولاد کششی از  $\rho_{max}$  تجاوز نماید برای قابل قبول نمودن مقطع چه می توان کرد؟

(مهله سی عمران ۷۹)

- (۱) قرار دادن خاموت بیشتر
- (۲) قرار دادن آرماتورهای کششی در دو ردیف
- (۳) قرار دادن آرماتورهای فشاری
- (۴) افزایش طول گیرایی و یا استفاده از قلابهای استاندارد

گزینه ۳

۱۳- افزایش فولاد فشاری در یک مقطع خمی بتن آرمه که با فولاد کم (*under reinforced*) طراحی شده است.

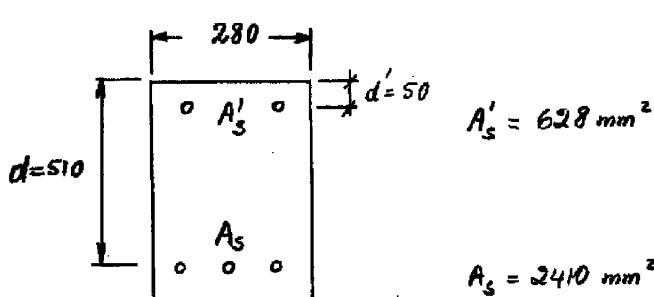
(مهله سی عمران ۸۰)

- (۱) شکل پذیری تیر را کاهش می دهد.
- (۲) کرنش نهایی فشار بتن را کمی کاهش می دهد.
- (۳) مقاومت خمی مقطع را کمی افزایش می دهد.
- (۴) مقاومت خمی مقطع را به میزان قابل توجهی افزایش می دهد.

گزینه ۳

سراسری ۹۱

۱۱۹- در مقطع نشان داده شده در شکل زیر،  $f_y = 400 \frac{N}{mm^2}$ ,  $f_c = 25 \frac{N}{mm^2}$ ,  $A_s = 2410 mm^2$ ,  $\rho_b < \rho_{max}$  بوده و  $d = 510$  بود. این مقطع ۲۶٪ فولاد کششی به عنوان فولاد فشاری اضافه می شود. لنگر مقاوم خمی مقطع حدوداً چقدر اضافه می شود؟



(۱) ۴.۵٪

(۲) ۲۶٪

(۳) ۲۰٪

(۴) اضافه نمی شود.

با توجه به ایندید مقطع کم فولاد دارد، افزایش فولاد بر تاثیر کم را افزایش متعارض خواهد داشت (گزینه ① صحیح است)

۱۹- در مقطعی که بدون فولاد فشاری برای خمین ساده حالت بالانس (متعادل) دارد، به مقدار  $A'$  فولاد فشاری اضافه می‌کنیم. با این عمل مقدار فولاد کششی حالت بالانس (متعادل) چه تغییری خواهد داشت؟ (مهندسان عمران ۷۷)

(فولاد فشاری و کششی از یک نوع می‌باشند)

۱) با تغییر مقدار فولاد کششی نمی‌توان وضعیت بالانس (متعادل) برقرار کرد.

۲) مقدار فولاد کششی وضعیت بالانس (متعادل) برقرار نمی‌کند.

۳) فولاد کششی حالت بالانس (متعادل) حداقل بیش از  $A'$  نسبت به مقطع بدون فولاد فشاری افزایش می‌یابد.

۴) فولاد کششی حالت بالانس (متعادل) نسبت به مقطع بدون فولاد فشاری حداقل بیش از  $A'$  کاهش می‌یابد.

گزینه ۳

تمرین:

۲۰- وجود آهن فشاری در تیر بتن مسلح باعث کدام پدیده خواهد شد؟ (مهندسان عمران ۷۷)

۱) افزایش تنش‌های فشاری بتن در طول زمان

۲) تأثیری در تنش‌های بتن در طول زمان نخواهد داشت.

۳) کاهش تنش‌های فشاری بتن در طول زمان

۴) ممکن است تنش‌های فشاری در طول زمان کم یا زیاد شود.

گزینه ۳

سراسری ۸۱

۱۰۲- کدام عبارت در مورد یک تیر بتن آرمه تحت خمین با فولاد کششی مشخص و ثابت، صحیح است؟

۱) اگر  $d_m > 4m$  باشد، هر چه موارد فشاری تیر کمتر باشد، تیر کم فولادتر محاسب می‌شود.

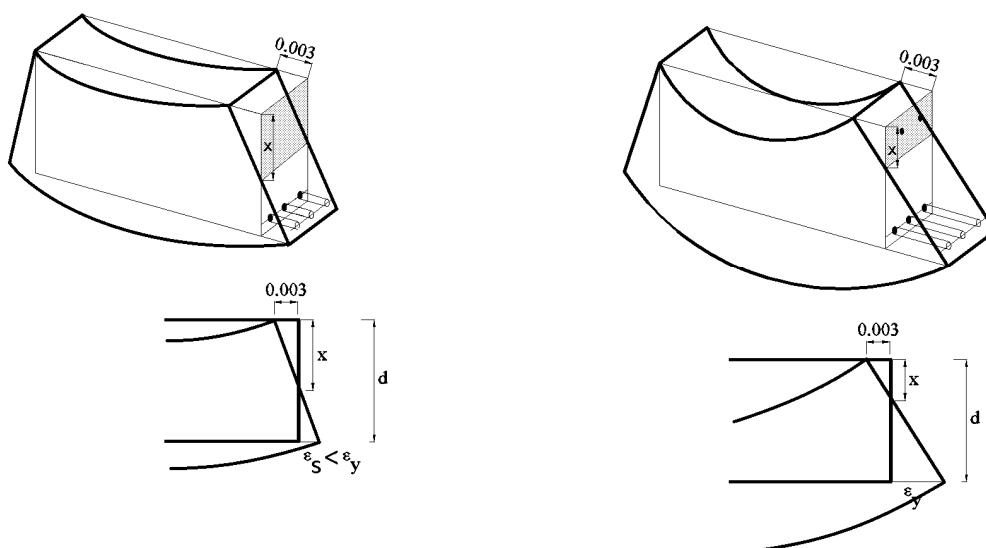
۲) هر چه فولاد فشاری تیر بیشتر باشد، تیر کم فولادتر محاسب می‌شود.

۳) هر چه فولاد فشاری تیر کمتر باشد، تیر کم فولادتر محاسب می‌شود.

۴) میزان فولاد فشاری تأثیری بر کم فولاد بودن و یا بر فولاد بودن مقطع ندارد.

گزینه ۲

با افرودن میلگرد فشار مطابق شکل زیر، ناحیه فشاری بتن کاهش یافته و در نتیجه کرنش در میلگردها کششی افزایش می‌یابد. بنابراین با افزایش میلگرد فشاری شکل پذیری مقطع افزایش یافته و مقطع کم فولاد تر محاسب می‌شود.



۱۰- بیشترین مقاومت نیر با میلگرد فشاری با:

- ۱) جاری شدن میلگرد کشی و فشاری بدست من آید.
- ۲) جاری شدن فقط میلگرد فشاری بدست من آید.
- ۳) جاری شدن فقط میلگرد کشی بدست من آید.
- ۴) جاری شدن میلگرد فشاری و کشی بدست من آید.

گزینه ۴

در یک مقطع دوبله آرمه اگر نسبت فولادکشی  $\rho$  و نسبت فولاد فشاری  $\rho'$  را حداقل مجاز نسبت فولاد کشی در حالت مقطع با فولادکشی تنها،  $(\rho_{max})_1$  و در حالت دوبله آرمه،  $(\rho_{max})_2$  باشد، ظرفیت خمینی نهایی مقطع دوبله آرمه در کدام یک از حالات زیر تقریباً برابر با ظرفیت خمینی نهایی همان مقطع بدون فولادهای فشاری است؟

$$(\rho_{max})_2 > \rho > (\rho_{max})_1 \quad (2)$$

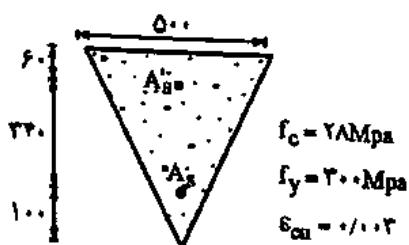
$$\rho > (\rho_{max})_1 \quad (4)$$

$$\rho < (\rho_{max})_2 \quad (1)$$

$$\rho < (\rho_{max})_1 \quad (3)$$

گزینه ۳

شرط حدی جاری شدن فولاد فشاری،  $A'_s$  برای مقطع نشان داده شده در شکل زیر توسط کدامیک از گزینه‌های زیر بطور کامل بیان شده است.



(بر اساس آینین نامه آباد)

$$A_s - A'_s \geq 2180 \text{ mm}^2 \quad (1)$$

$$A_s - A'_s \geq 3017 \text{ mm}^2 \quad (2)$$

$$A_s - A'_s \geq 1853 \text{ mm}^2 \quad (3)$$

$$A_s - A'_s \geq 2565 \text{ mm}^2 \quad (4)$$

۴۹- در طراحی یک مقطع بتن مسلح، مقدار فولادکشی لازم برابر با  $A'_s$  به دست آمده است و به فولاد فشاری نیازی نیست. اگر به خاطر مسائل اجرایی آرماتوربندی، مقدار فولاد  $2\phi 12 = 2\pi r^2 A' = 2\pi (12)^2 A' = 2\pi (12)^2 A'_s$  در ناحیه فشاری

بنن قرار داده شود، چه مقدار فولاد کششی بایستی در ناحیه کششی بنن قرار داده شود تا طرح صحیح انجام شده باشد؟  
 (مهلهع عمران آزاد)  $A_s'$

- ۱) بایستی  $A_s' + A_s$  را در ناحیه کششی بنن قرار داد تا تعادل نیروهای محوری برقرار باشد.
- ۲) می‌توان همان  $A_s'$  را در ناحیه کششی قرار داد.

۳) بایستی  $\left( \frac{f'_s}{f_s} \right)$  را در ناحیه کششی بنن قرار داد که  $f'_s$  و  $f_s$  به ترتیب تشاهای موجود در فولادهای فشاری و کششی می‌باشند. در این صورت تعادل نیروهای محوری برقرار می‌ماند.

۴) افزایش مقدار  $A_s'$  بستگی به مقدار لنگر خمی طرح دارد.

گزینه ۲

## آزاد ۸۴

کدامیک جزء فواید استفاده از میلگرد فشاری نمی‌باشد؟

- ۱) افزایش شکل پذیری تیر
- ۲) تغییر نوع گسیختگی تیر
- ۳) راحتی ساخت و اجرا
- ۴) افزایش خیز دراز مدت

گزینه ۴

## سراسری ۹۰

اضافه کردن فولاد فشاری به یک مقطع خمی بتن آرمه که با فولاد کم (under-reinforced) طراحی شده است::

- ۱) مقاومت خمی مقطع را کمی افزایش میدهد.
- ۲) شکل پذیری تیر را کاهش میدهد.
- ۳) کرنش نهایی فشاری بتن را کمی کاهش می‌دهد.
- ۴) مقاومت خمی مقطع را به میزان قابل توجهی افزایش میدهد.

گزینه ۱

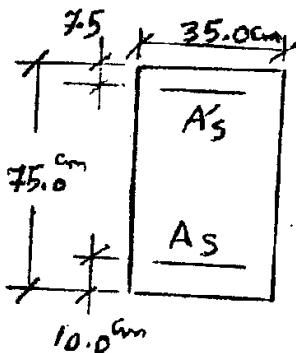
## سراسری ۹۲

در مورد یک تیر بتن آرمه، گزینه صحیح کدام است؟

- ۱) در یک مقطع خمی بتن آرمه با فولاد مضاعف، نسبت عمق تار خنثی به عمق تار خنثی در حالت بالانس، تقریباً برابر با نسبت  $\rho' - \rho$  به  $\rho_b$  می‌باشد.
- ۲) در یک مقطع خمی بتن آرمه با فولاد مضاعف، در صورتی که فولاد فشاری تسلیم شده باشد، حتماً فولاد کششی هم تسلیم شده است.
- ۳) در یک مقطع خمی بتن آرمه با فولاد کششی تنها، همواره با افزایش مقدار فولاد، لنگر مقاوم افزایش می‌آید.
- ۴) در یک مقطع خمی بتن آرمه با فولاد کششی تنها، که میزان فولاد کششی آن از فولاد بالانس کمتر است، با اضافه کردن فولاد فشاری، افزایش چشمگیری در لنگر مقاوم مقطع خواهیم داشت.

گزینه ۳

- ۱۱۷ - مقدار  $A_s$  (فولاد کششی) مقطع نشان داده شده، برای اینکه همزمان با رسیدن بتن به کرنش ۵/۰۰۳، فولاد فشاری به جاری شدن برسد با فرضیات زیر، چند سانتی‌متر مربع است؟



- استفاده از بلوك تنش مستطيلي ويتني

- ارتفاع بلوك  $a = 5/8x$

- فاصله از تار خنثی تا آخرین تار بتن در فشار

- تنش فشاری ماگزیمم بتن  $85f_y / 85f_c$

- مبنای جاری شدن فولاد  $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$

- ضرائب اطمینان مقاومت مصالح برابر با یک فرض می‌شوند.

$$f_c = 350 \text{ kgf/cm}^2 \quad E_s = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \\ f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2 \quad A'_s = 9.82 \text{ cm}^2$$

۷۰/۴۵ (۴)

۶۵/۳۴ (۳)

۵۰/۲۶ (۲)

۵۸/۷۱ (۱)

- ۱۱۸ - افزایش کدامیک از پارامترهای  $\rho$  (درصد آرماتور کششی مقطع) و  $\rho'$  (درصد آرماتور فشاری مقطع) سبب افزایش یا کاهش شکل‌پذیری در تیر بتن آرمه می‌شوند؟ (فرض شود طرح اولیه متناسب بوده است.)

- ۱) افزایش  $\rho$  سبب کاهش و افزایش  $\rho'$  (با ثابت نگه داشتن  $\rho$ ) سبب افزایش شکل‌پذیری می‌شود.
- ۲) افزایش  $\rho$  سبب افزایش و افزایش  $\rho'$  (با ثابت نگه داشتن  $\rho$ ) سبب کاهش شکل‌پذیری می‌شود.
- ۳) افزایش  $\rho$  و  $\rho'$  (با نسبت ثابت و یکسان) سبب کاهش شکل‌پذیری می‌شوند.
- ۴) افزایش  $\rho$  و  $\rho'$  (با نسبت ثابت و یکسان) سبب افزایش شکل‌پذیری می‌شوند.

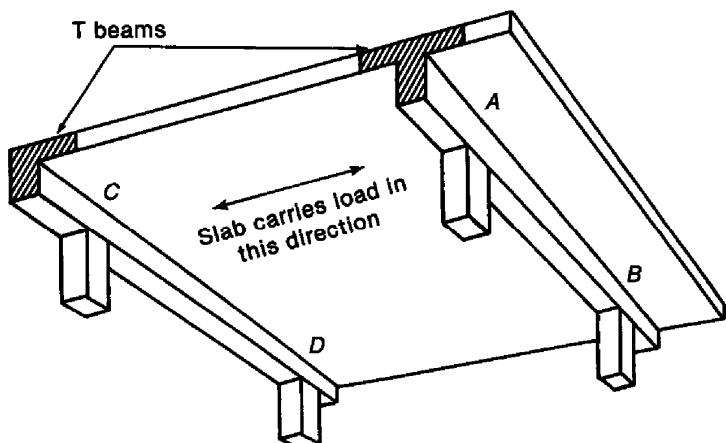
گزینه ۱

## ۲۱-۳ مقاطع T شکل

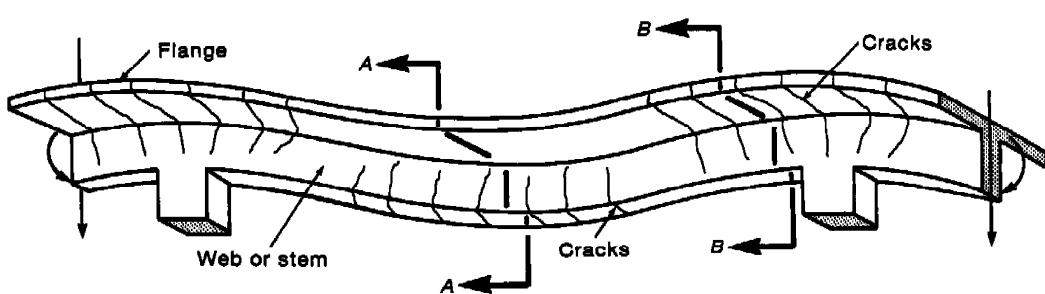
به شکل زیر توجه کنید. سقف از نوع دال بتنی می باشد.

در این سقف اگر بتن ریزی سقف و تیرها همزمان انجام شود، می توان قسمتی از سقف را به عنوان بال تیر T شکل منظور کرد.

در این حالت مانند شکل زیر تیر T شکل خواهیم داشت.



شکل زیر تغییر شکل یک تیر T شکل و ترک های ایجاد شده در آن را نشان میدهد:



## ۱-۲۱-۳ عرض موثر تیر T شکل

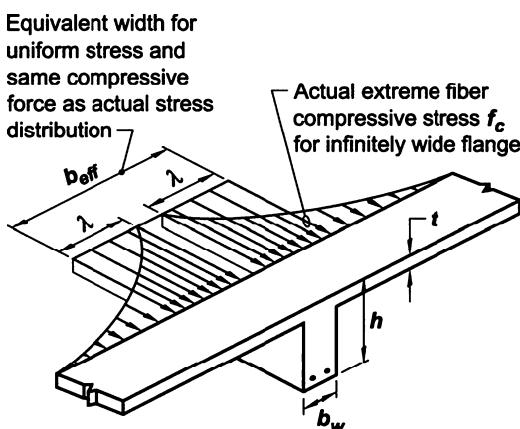
- در صورتی که سقف از نوع دال بتنی باشد، بخشی از دال بتنی سقف به عنوان بخشی از تیر در تحمل بارها مشارکت میکند و تیر T شکل خواهیم داشت. در بند زیر عرض موثر (بخش موثر دال) که میتوان در محاسبه مقاومت خمشی تیر به عنوان بخشی از تیر در نظر گرفت معرفی شده است. در شکل سمت چپ نشان داده شده است که با دور شدن از جان تیر، مشارکت بال در تحمل تنש ها کاهش میابد.

## 6.3.2 T-beam geometry

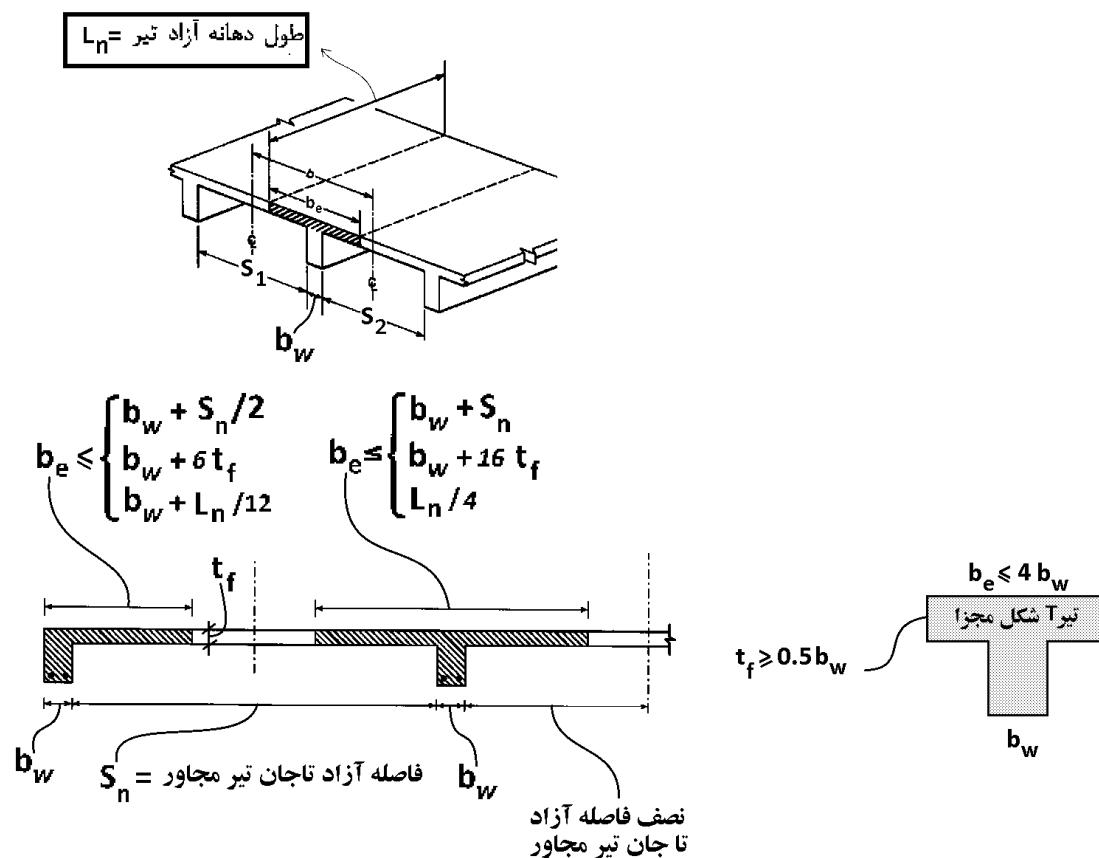
**6.3.2.1** For nonprestressed T-beams supporting monolithic or composite slabs, the effective flange width  $b_f$  shall include the beam web width  $b_w$  plus an effective overhanging flange width in accordance with Table 6.3.2.1, where  $h$  is the slab thickness and  $s_w$  is the clear distance to the adjacent web.

**Table 6.3.2.1—Dimensional limits for effective overhanging flange width for T-beams**

Flange location	Effective overhanging flange width, beyond face of web
Each side of web	Least of:
	$8h$
	$s_w/2$
One side of web	$\ell_n/8$
	$6h$
	$s_w/2$
	$\ell_n/12$

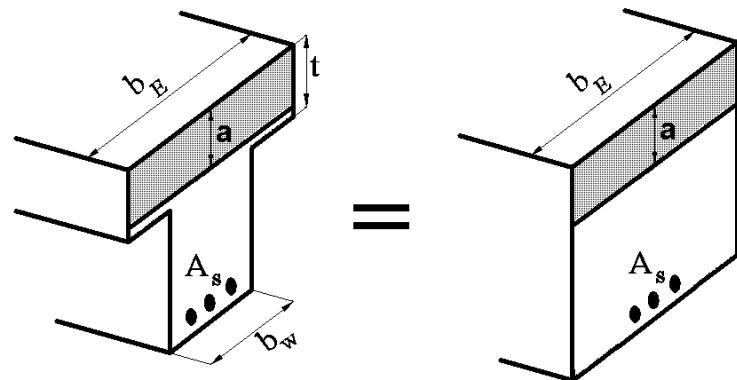
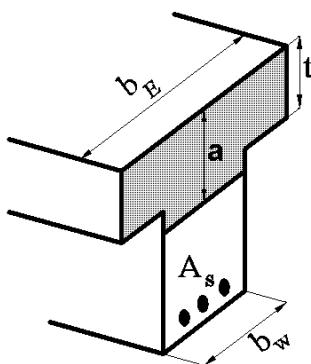


**6.3.2.2** Isolated nonprestressed T-beams in which the flange is used to provide additional compression area shall have a flange thickness greater than or equal to  $0.5b_w$  and an effective flange width less than or equal to  $4b_w$ .



## مراحل محاسبه مقاومت خمیشی تیر T شکل

- در صورتی که مطابق شکل سمت راست، عمق ناحیه فشاری (a در شکل) کمتر از t بودست آید، مقاومت خمیشی مقطع با مقاومت خمیشی یک مقطع مستطیلی کامل تفاوتی نخواهد کرد.



- در صورتی که مطابق شکل سمت راست قسمت فشاری بتن در بال قرار گیرد میگوییم مقطع مستطیلی عمل میکند.
- در صورتی که مطابق شکل سمت چپ قسمت فشاری در جان نیز قرار گیرد میگوییم مقطع T شکل عمل میکند.

در محاسبه مقاومت خمیشی مقطع باید بررسی شود که مقطع مستطیلی عمل میکند یا T شکل.  
مراحل محاسبه مقاومت خمیشی را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

۱- یافتن a اولیه:

$$a = \beta_1 x = \frac{A_s(F_y)}{(b_E)(0.85f'_c)}$$

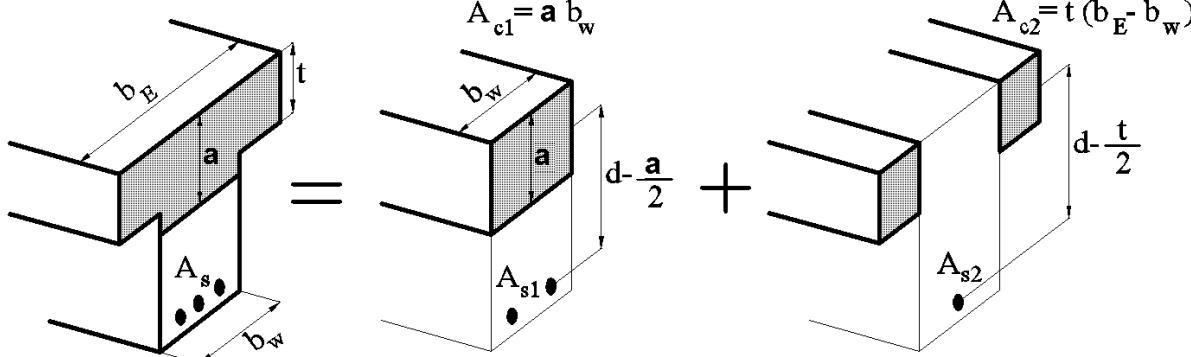
۲- اگر a اولیه کمتر از t بود، مقطع مستطیلی عمل خواهد کرد و مقاومت خمیشی مقطع بدست می آید:

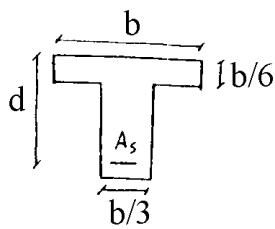
$$a \leq t \rightarrow \text{مستطیلی} \rightarrow \varphi M_n = \varphi A_s F_y \left( d - \frac{A_s(F_y)}{2(b_E)(0.85f'_c)} \right)$$

۳- اگر a اولیه بزرگتر از t بود، مقطع T شکل عمل خواهد کرد مقدار a باید مجددا محاسبه شود:

$$a > t \rightarrow \text{شكل T} \rightarrow a_{\text{جديد}} = \frac{A_s(F_y) - A_{c2}(0.85f'_c)}{(b_w)(0.85f'_c)}$$

$$\rightarrow \varphi M_n = \varphi \left( A_{c1}(0.85f'_c) \left( d - \frac{a_{\text{جديد}}}{2} \right) + A_{c2}(0.85f'_c) \left( d - \frac{t}{2} \right) \right)$$





در یک تیر بتن آرمه با مقطع نشان داده شده در شکل، با فرض جاری شدن کلیه آرماتورهای کششی، ارتفاع بلوك فشاری تنش چقدر خواهد بود؟ ( $10 \times 10^{-2} b^2, \frac{f_y}{f'_c} = 10$ )

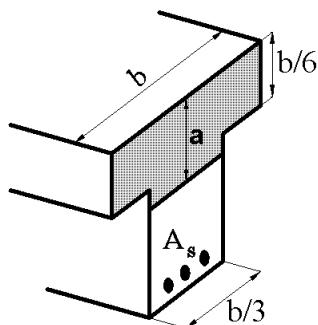
b/3 (۴) 2b/15 (۳) 4b/15 (۲) b/5 (۱)

گزینه ۲

ابتدا فرض میکنیم مقطع مستطیلی عمل میکند:

$$A_s f_y = ab \times 0.85 f'_c \rightarrow a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{1.7 \times 10^{-2} b^2 f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{1.7 \times 10^{-2} b}{0.85} \times 10 = \frac{b}{5}$$

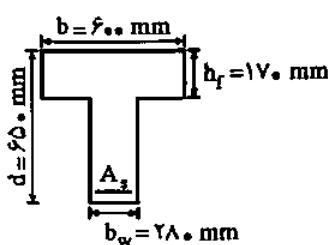
فرض اشتباه بود و عمق ناحیه فشاری بیش از ضخامت بال بدست آمد.  
تکرار رابطه تعادل با فرض  $T$  شکل عمل کردن مقطع:



$$A_s f_y = \left( a \times \frac{b}{3} + \frac{2b}{3} \times \frac{b}{6} \right) \times 0.85 f'_c \\ \rightarrow a = \frac{A_s f_y - 0.85 f'_c \times \frac{b^2}{9}}{0.85 f'_c \left( \frac{b}{3} \right)} = \frac{1.7 \times 10^{-2} b^2 f_y}{0.85 f'_c \left( \frac{b}{3} \right)} - \frac{0.85 f'_c \times \frac{b^2}{9}}{0.85 f'_c \left( \frac{b}{3} \right)} = \frac{6b}{10} - \frac{b}{3} = \frac{4b}{15}$$

### سراسری ۸۱

در مقطع  $T$  شکل مقابل چنانچه در لحظه گسیختگی نهایی، توزیع تنشی مستطیلی باشد  $0.85 f'_c$  و در ارتفاعی معادل  $0.85$  ارتفاع تار خنثی فرض گردد، فولاد متوازن مقطع  $A_{sb}$  چند میلی مترمربع میباشد؟



$$F_y = 400 \text{ MPa}, f'_c = 30 \text{ MPa}$$

۸۵۳۵ (۱)

۹۳۸۵ (۲)

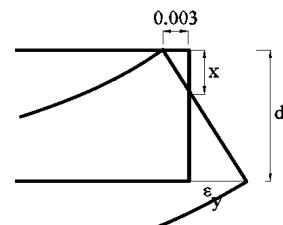
۹۸۷۵ (۳)

۱۰۱۱۵ (۴)

گزینه ۲

اگر فولاد داده شده برابر فولاد بالанс باشد، همزمان با خرابی بتن در فشار، میلگرد های کششی نیز به تسليیم خواهند رسید. بنابراین می توان بر اساس دیاگرام کرنش عمق تار خنثی را بدست آورد:

$$\frac{x}{0.003} = \frac{d-x}{0.002} \rightarrow x = \frac{3}{5}d = 390 \text{ mm}$$



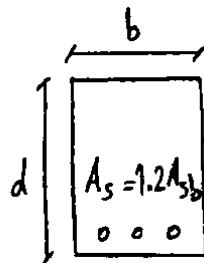
پس از یافتن مقدار  $x$  میتوان با نوشتن تعادل بین فشار و کشش مقدار مساحت فولادها را بدست آورد:

$$0.85x = 331.5 \text{ mm} \quad 600 \times 170 + (331.5 - 170) \times 280 \times 0.85 f'_c = A_s F_y \\ A_s = 9385 \text{ mm}^2$$

کنکور آزاد

در یک تیر بتن آرمه با مقطع مستطیل شکل (مطابق شکل)، مقدار فولاد بکار رفته به میزان ۲۰ درصد بیشتر از حد توازن مقطع میباشد. در صورتی که طراح بخواهد با اضافه کردن یال فشاری به مقطع، مقطع را در حالت متوازن قرار دهد، مقدار مساحت یال فشاری چقدر خواهد بود؟

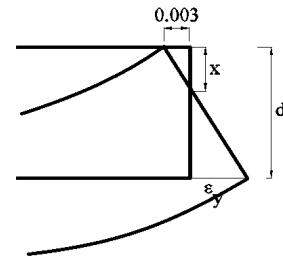
$$f'_c, f_y, \beta, \varepsilon_{cu} = 0.003 \quad E_s = 2.04 \times 10^5 \text{ MPa} \quad (\text{ضریب ارتجاعی فولاد و})$$



$$0.17\beta \frac{6100}{6100+f_y} bd \text{ (f)} \quad 0.17\beta \frac{6100}{6100+f_y} \frac{f'_c}{f_y} bd \text{ (r)} \quad 0.2\beta \frac{6100}{6100+f_y} \frac{f'_c}{f_y} bd \text{ (r)} \quad 0.2\beta \frac{6100}{6100+f_y} bd \text{ (l)}$$

با توجه به اینکه مقطع مجدداً در حالت بالانس قرار گرفته است، میتوان پر اساس دیاگرام کرنش مقدار  $X$  نهایی را بدست آورد:

$$\frac{x}{0.003} = \frac{d-x}{\varepsilon_v} \quad \rightarrow \quad x = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_v} d = \frac{6100}{6100 + f_v} d$$



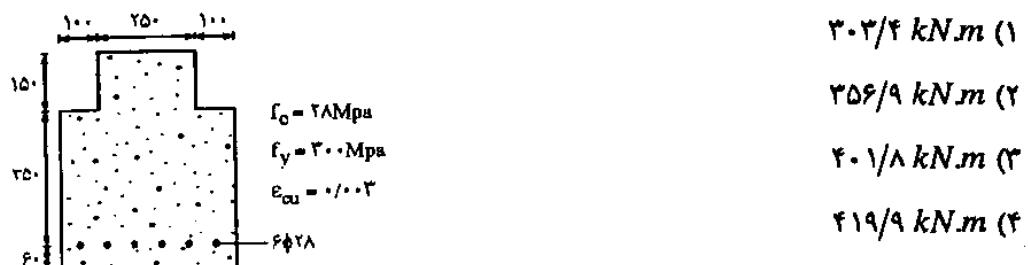
قبل از تغییر مقطع:

$$\begin{aligned} \left(A_{c\text{، اولیه}}\right) \times 0.85f'_c &= A_{sb\text{، اولیه}} F_y \quad \rightarrow \quad A_{sb\text{، اولیه}} = \left(A_{c\text{، اولیه}}\right) \times \frac{0.85f'_c}{F_y} = (b \times \beta x) \times \frac{0.85f'_c}{F_y} \\ \rightarrow \quad A_{sb\text{، اولیه}} &= \left(b \times \beta \frac{6100}{6100 + f_y} d\right) \times \frac{0.85f'_c}{F_y} = 0.85\beta \left(\frac{6100}{6100 + f_y}\right) \times \frac{f'_c}{F_y} bd \end{aligned}$$

پس از افروده شدن ۲۰ درصدی مساحت میلگردها و افزوده شدن مساحت جدید به بتن فشاری، با توجه به اینکه عمق ناحیه فشاری (x) تغییر نکرده، قسمت های جدید اضافه شده پاید با هم در تعادل باشند:

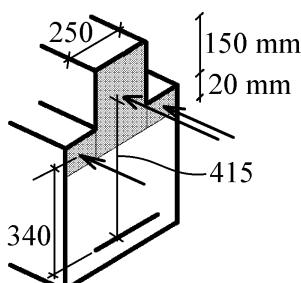
$$\left( A_{c\text{جديد}} \right) \times 0.85f'_c = 0.2 A_{sb\text{أول}} F_y \rightarrow A_{c\text{جديد}} = A_{sb\text{أول}} \times 0.2 \frac{F_y}{0.85f'_c} = 0.2\beta \left( \frac{6100}{6100 + f_y} \right) bd$$

مقاومت خشی طراحی مقطع نشان داده شده در شکل زیر را محاسبه کنید: (براساس آینه آبی)  
 (مهندس عمران آزاد هر)  
 (مهندس عمران آزاد هر)



ایندا فرض کنیم مقطع مستطیلی، عمل میکند:

$$A_s f_y = ab \times 0.85 f_c' \quad \rightarrow \quad a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c' b} = \frac{(6 \times 615) \times 300}{0.85 \times 28 \times 250} = 186 \text{ mm} > t = 150 \quad N.G.$$



فرض فوق اشتباه بود و ناحیه فشاری فراتر از عمق ۱۵۰ میلیمتر خواهد بود.

تکرار مساله با فرض اینکه عمق ناحیه فشاری فراتر از ۱۵۰ میلیمتر خواهد بود:

$$A_s f_y = (150 \times 250 + (a - 150) \times 450) \times 0.85 f'_c$$

**نکته:** لازم نیست مساله فوق مجددا حل شود.

کافی هست که مساحت جدید را یا مساحت بدست آمده در مساله قبل قرار دهیم:

$$186 \times 250 = 150 \times 250 + (a - 150) \times 450 \quad \rightarrow \quad a = 170 \text{ mm}$$

محاسبه مقاومت خمثی:

$$\varphi M_n = \varphi(170 \times 250 \times 0.85 f'_c \times (415) + 20 \times 200 \times 0.85 f'_c \times (340)) = 406 \text{ kN.m}$$

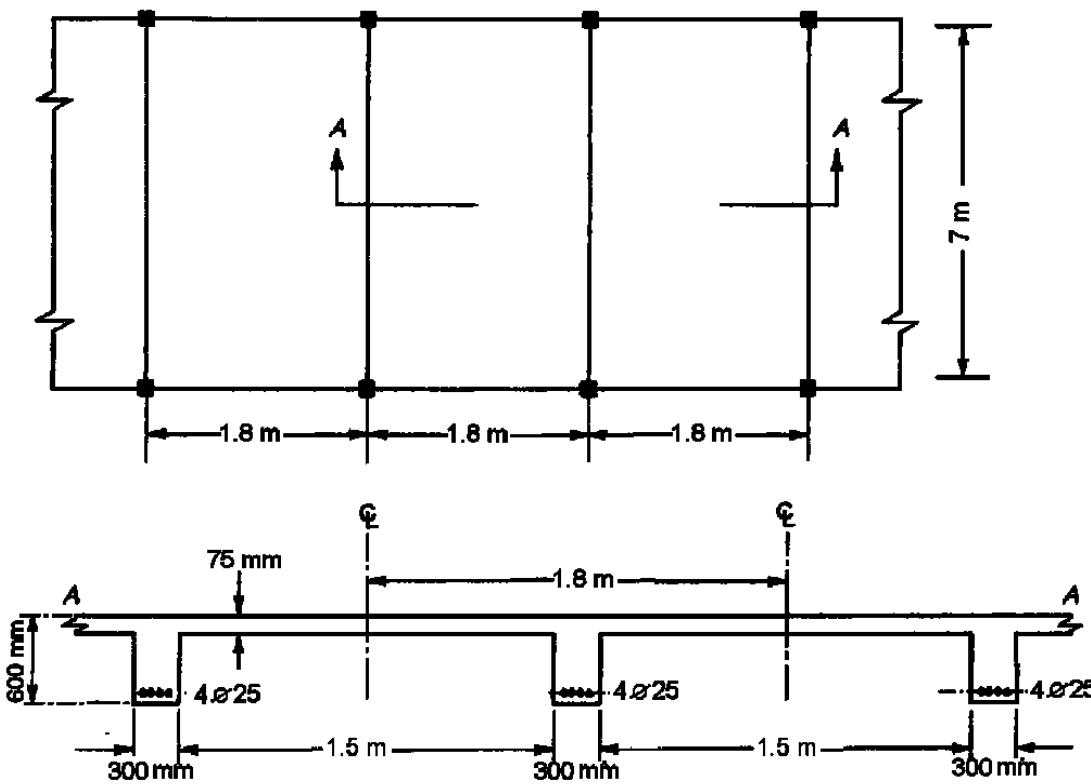
مقدار فوق با آیین نامه جدید محاسبه شده و بنابراین پاسخ در گزینه ها موجود نیست.

**Example:**

Calculate the design strength  $\phi M_n$  for one of the T beams in the positive moment region.

The beam has a clear span of 7 m (face to face).

$$f'_c = 28 \text{ MPa}, \quad f_y = 420 \text{ MPa}.$$

**Solution:**

From the Geometry of T-section:

$$b_w = 300 \text{ mm}, \quad h = 600 \text{ mm}, \quad t = h_f = 75 \text{ mm}$$

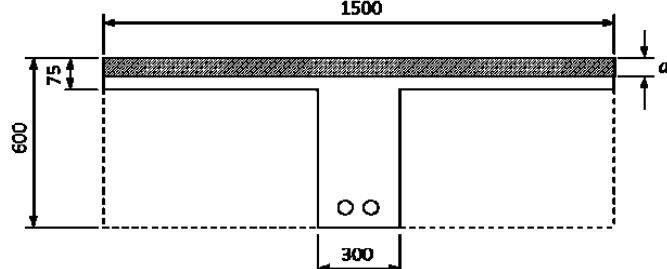
$$A_s(4\varnothing 25) = 1963.5 \text{ mm}^2$$

$b_e$  is the smallest of:

$$(a) \quad b_e \leq b_w + \frac{L}{4} = 300 + \frac{7000}{4} = 2050 \text{ mm},$$

$$(b) \quad b_e \leq b_w + 16h_f = 300 + 16 \cdot 75 = 1500 \text{ mm}, \quad - control$$

$$(c) \quad b_e \leq \text{Center to Center spacing between adjacent beams} = 1800 \text{ mm}.$$



Take  $b_e = 1500 \text{ mm}$ .

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b_e} = \frac{1963.5 \cdot 420}{0.85 \cdot 28 \cdot 1500} = 23.1 \text{ mm} < h_f = 75 \text{ mm}$$

The beam section will be considered as rectangular with  $b = b_e = 1500 \text{ mm}$ .

$$d = 600 - 40 - 10 - \frac{25}{2} = 537.5 \text{ mm}$$

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = 1963.5 \cdot 420 \left( 537.5 - \frac{23.1}{2} \right) \times 10^{-6} = 433.74 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Check for strain  $\varepsilon_s \geq 0.005$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{23.1}{0.85} = 27.18 \text{ mm}, \quad \beta_1 = 0.85$$

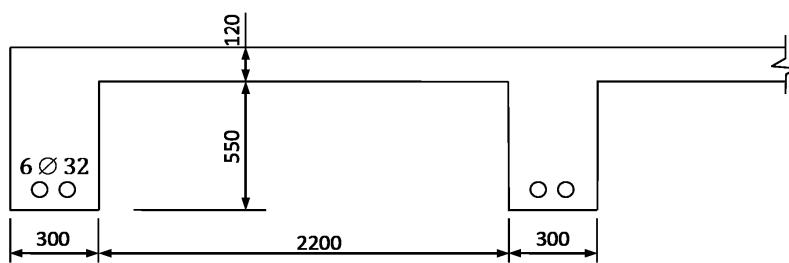
$$\varepsilon_s = 0.003 \left( \frac{d - c}{c} \right) = 0.003 \left( \frac{537.5 - 27.18}{27.18} \right) = 0.0565 > 0.005 \quad OK$$

Take  $\phi = 0.9$  for flexure as tension-controlled section.

$$M_u = \phi M_n = 0.9 \cdot 433.74 = 390.37 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

**Example:**

Determine the positive moment capacity of the edge L-section beam. The beam has a clear span of 6 m (face to face).  
 $f'_c = 20 \text{ MPa}$ ,  $f_y = 400 \text{ MPa}$ .

**Solution:**

From the Geometry of T-section:

$$b_w = 300 \text{ mm}, \quad h = 670 \text{ mm}, \quad t = h_f = 120 \text{ mm}$$

$$A_s(6\varnothing 32) = 4825.5 \text{ mm}^2$$

$b_e$  is the smallest of:

$$(a) \ b_e \leq b_w + \frac{L}{12} = 300 + \frac{6000}{12} = 800 \text{ mm, } - \text{control}$$

$$(b) \ b_e \leq b_w + 6h_f = 300 + 6 \cdot 120 = 1020 \text{ mm,}$$

$$(c) \ b_e \leq b_w + \frac{1}{2} \text{ the clear distance to the next beam web} = 300 + \frac{2200}{2} = 1400 \text{ mm.}$$

Take  $b_e = 800 \text{ mm}$ .

Check if  $a > h_f$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b_e} = \frac{4825.5 \cdot 400}{0.85 \cdot 20 \cdot 800} = 141.93 \text{ mm} > h_f = 120 \text{ mm}$$

The beam section will be considered as L-section with

$$b_e = 800 \text{ mm.}$$

$$A_{sf} = \frac{0.85 f'_c (b_e - b_w) h_f}{f_y} = \\ = \frac{0.85 \cdot 20(800 - 300)120}{400} = 2550 \text{ mm}^2$$

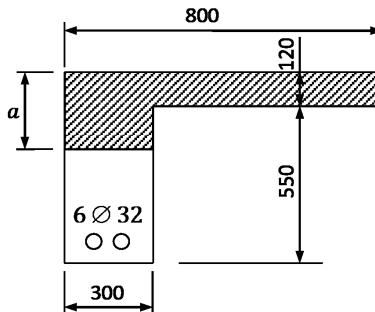
$$A_{sw} = A_s - A_{sf} = 4825.5 - 2550 = 2275.5 \text{ mm}^2$$

$$a = \frac{A_{sw} f_y}{0.85 f'_c b_w} = \frac{2275.5 \cdot 400}{0.85 \cdot 20 \cdot 300} = 178.47 \text{ mm}$$

$A_s (6\varnothing 32)$  are arranged in two layers

$$d = 670 - 40 - 10 - 32 - \frac{25}{2} = 575.5 \text{ mm}$$

$$M_n = A_{sf} f_y \left( d - \frac{h_f}{2} \right) + A_{sw} f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = \\ = \left[ 2550 \cdot 400 \left( 575.5 - \frac{120}{2} \right) + 2275.5 \cdot 400 \left( 575.5 - \frac{178.47}{2} \right) \right] \times 10^{-6} = 968.4 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

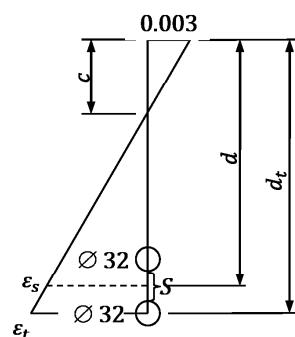


Check for strain  $\varepsilon_s \geq 0.005$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{178.47}{0.85} = 209.96 \text{ mm, } \beta_1 = 0.85$$

$$d_t = d + \frac{S}{2} + \frac{d_b}{2} = 575.5 + \frac{25}{2} + \frac{32}{2} = 604 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_t = 0.003 \left( \frac{d_t - c}{c} \right) = 0.003 \left( \frac{604 - 209.96}{209.96} \right) = \\ = 0.00563 > 0.005 \quad OK$$



Take  $\phi = 0.9$  for flexure as tension-controlled section.

$$M_u = \phi M_n = 0.9 \cdot 961.65 = 865.49 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

**Example:**

Compute the positive design moment capacity of the T-section beam.

$$f'_c = 20 \text{ MPa}, \quad f_y = 420 \text{ MPa}.$$

**Solution:**

From the Geometry of T-section:

$$b_w = 200 \text{ mm}, \quad h = 650 \text{ mm}, \quad t = h_f = 80 \text{ mm}$$

$$A_s(4\emptyset 28) = 2463 \text{ mm}^2$$

Check if  $a > h_f$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b_e} = \frac{2463 \cdot 420}{0.85 \cdot 20 \cdot 600} = 101.42 \text{ mm}$$

$a = 101.42 \text{ mm} > h_f = 80 \text{ mm}$ . The beam section will be considered as T-section.

$$A_{sf} = \frac{0.85 f'_c (b_e - b_w) h_f}{f_y} = \frac{0.85 \cdot 20(600 - 200)80}{420} = 1295.2 \text{ mm}^2$$

$$A_{sw} = A_s - A_{sf} = 2463 - 1295.2 = 1167.76 \text{ mm}^2$$

$$a = \frac{A_{sw} f_y}{0.85 f'_c b_w} = \frac{1167.76 \cdot 420}{0.85 \cdot 20 \cdot 200} = 144.25 \text{ mm}$$

$A_s (4\emptyset 28)$  are arranged in two layers

$$d = 650 - 40 - 10 - 28 - \frac{30}{2} = 557 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} M_n &= A_{sf} f_y \left( d - \frac{h_f}{2} \right) + A_{sw} f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = \\ &= \left[ 1295.2 \cdot 420 \left( 557 - \frac{80}{2} \right) + 1167.76 \cdot 420 \left( 557 - \frac{144.25}{2} \right) \right] \times 10^{-6} = 519.05 \text{ KN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Check for strain  $\varepsilon_s \geq 0.005$

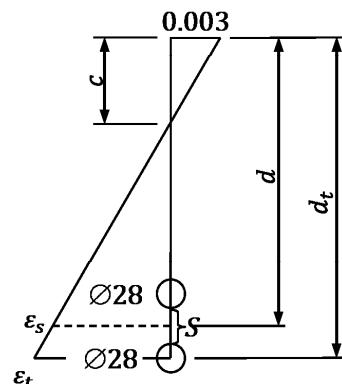
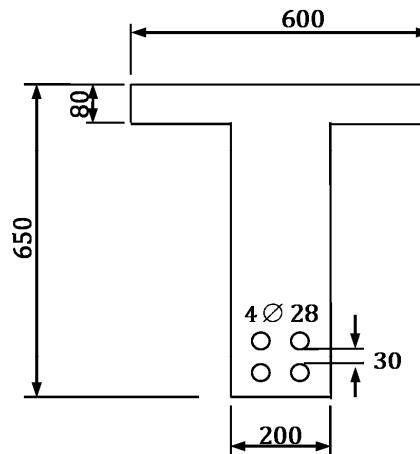
$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{144.25}{0.85} = 169.7 \text{ mm}, \quad \beta_1 = 0.85$$

$$d_t = d + \frac{S}{2} + \frac{d_b}{2} = 557 + \frac{30}{2} + \frac{28}{2} = 586 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= 0.003 \left( \frac{d_t - c}{c} \right) = 0.003 \left( \frac{586 - 169.7}{169.7} \right) = \\ &= 0.00736 > 0.005 \quad OK \end{aligned}$$

Take  $\phi = 0.9$  for flexure as tension-controlled section.

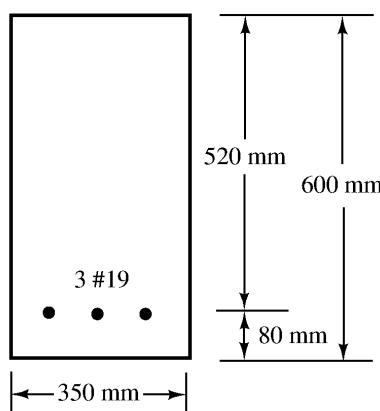
$$M_u = \phi M_n = 0.9 \cdot 519.05 = 467.15 \text{ KN} \cdot \text{m}$$



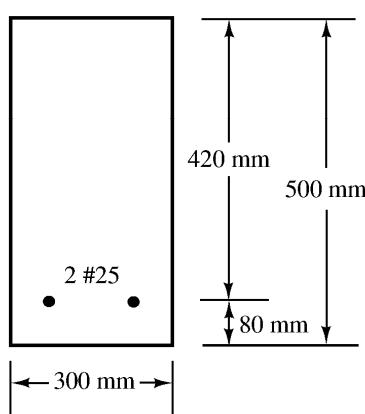
## Problems in SI Units

For Problems 2.42 to 2.44, determine the cracking moments for the sections shown if  $f'_c = 28 \text{ MPa}$  and the modulus of rupture is  $f_r = 0.7\sqrt{f'_c}$  with  $f'_c$  in MPa.

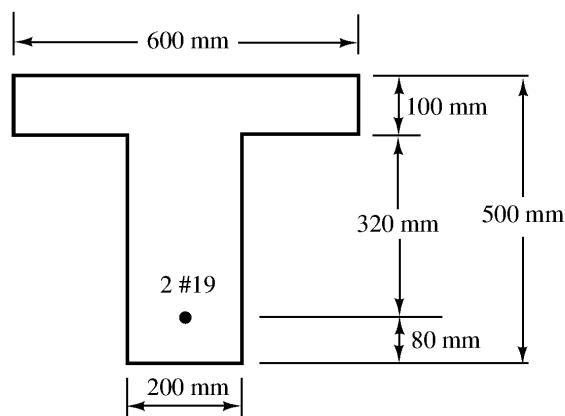
### Problem 2.42



### Problem 2.43 (Ans. 46.30 kN-m)

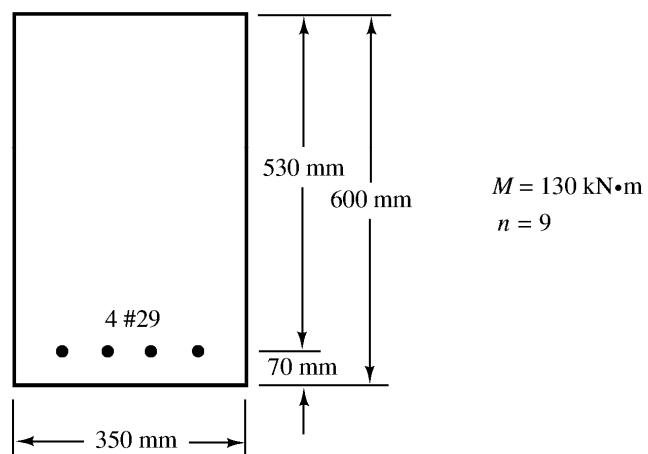


### Problem 2.44

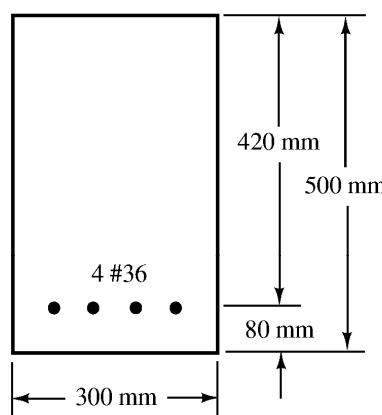
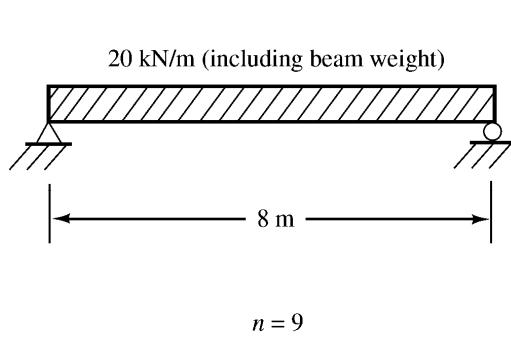


For Problems 2.45 to 2.47, compute the flexural stresses in the concrete and steel for the beams shown using the transformed-area method.

### Problem 2.45 (Ans. $f'_c = 7.785 \text{ MPa}$ , $f_s = 109.31 \text{ MPa}$ )



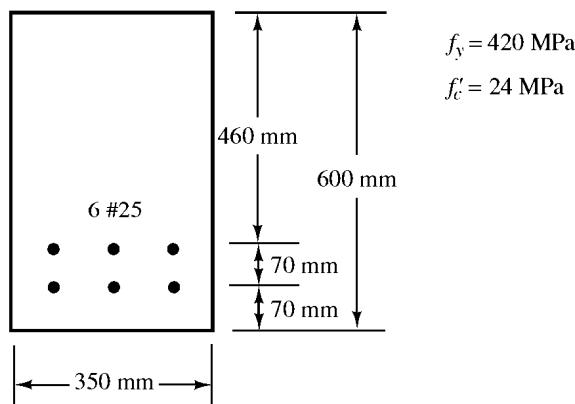
### Problem 2.46



For Problems 2.48 to 2.55, compute  $M_n$  values.

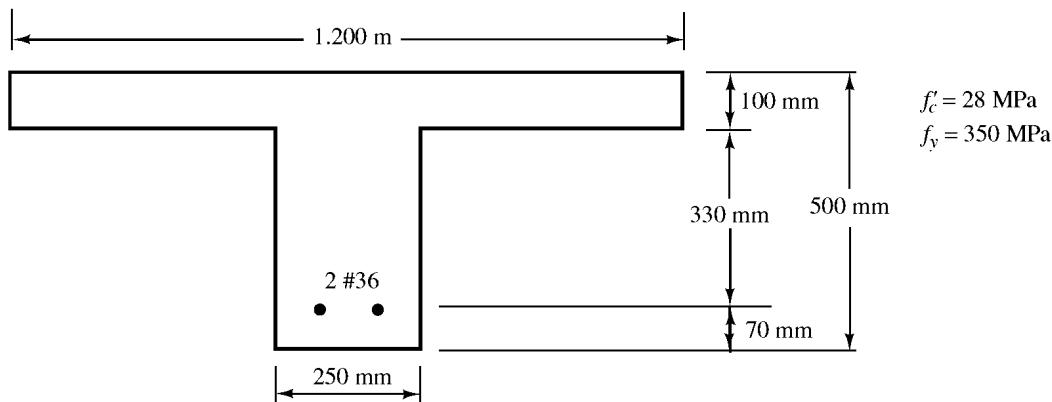
Problem No.	$b$ (mm)	$d$ (mm)	Bars	$f'_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	Ans.
<b>2.48</b>	300	600	3 #36	35	350	—
<b>2.49</b>	320	600	3 #36	28	350	560.5 kN-m
<b>2.50</b>	350	530	3 #25	24	420	—
<b>2.51</b>	370	530	3 #25	24	420	313 kN-m

### Problem 2.52

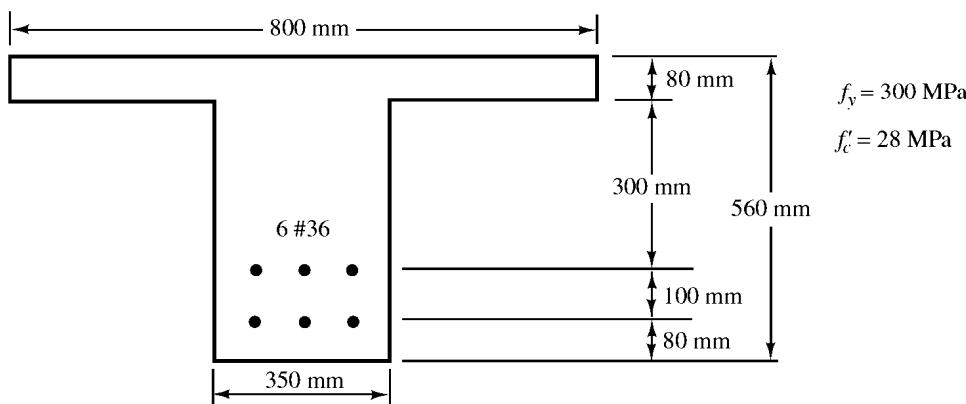


**Problem 2.53** Repeat Problem 2.48 if four #36 bars are used. (Ans. 734 kN·m)

### Problem 2.54

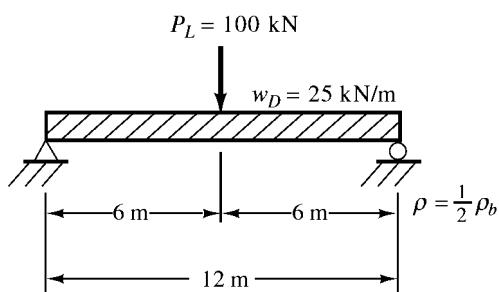


**Problem 2.55** (Ans. 689.7 kN·m)

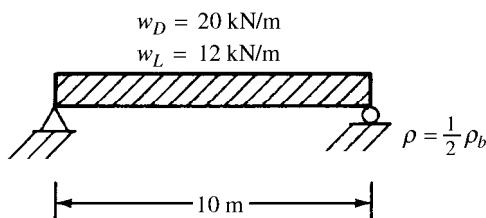


**Problem 4.35** (One ans. 450 mm × 890 mm with 6 #32 bars)

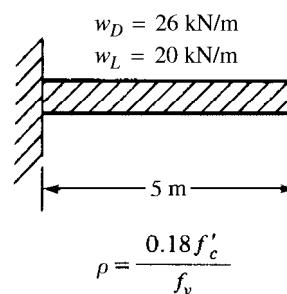
For Problems 4.34 to 4.39, design rectangular sections for the beams, loads, and  $\rho$  values shown. Beam weights are not included in the loads given. Show sketches of cross sections including bar sizes, arrangements, and spacing. Assume concrete weighs 23.5 kN/m<sup>3</sup>.  $f_y = 420$  MPa and  $f'_c = 28$  MPa.



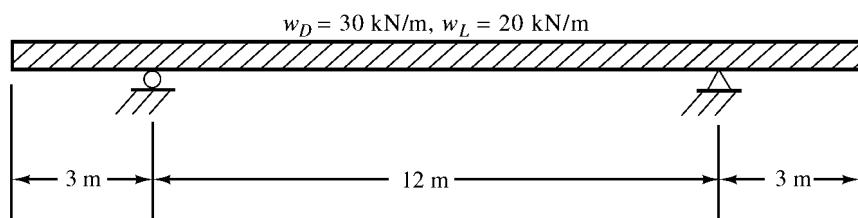
**Problem 4.34**



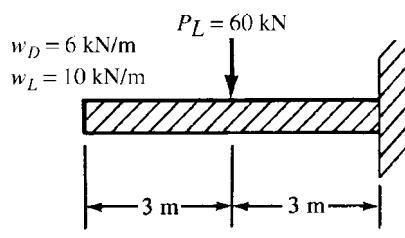
**Problem 4.36**



**Problem 4.37** Place live loads to cause maximum positive and negative moments.  $\rho = 0.18f'_c/f_y$ . (One ans. 450 mm × 900 mm with 6 #32 bars positive reinf.)

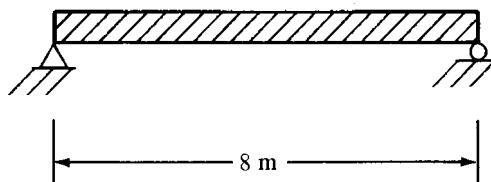


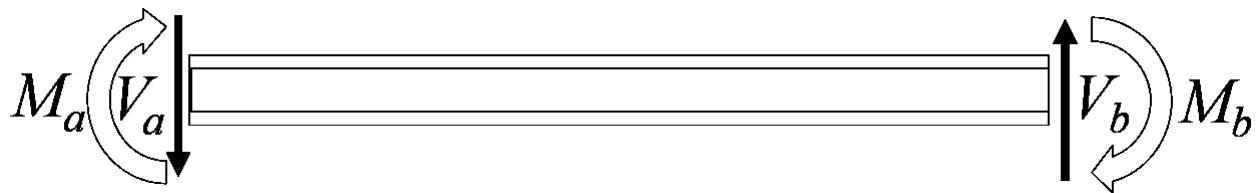
**Problem 4.38**



$$\rho = \frac{1}{2} \rho_b$$

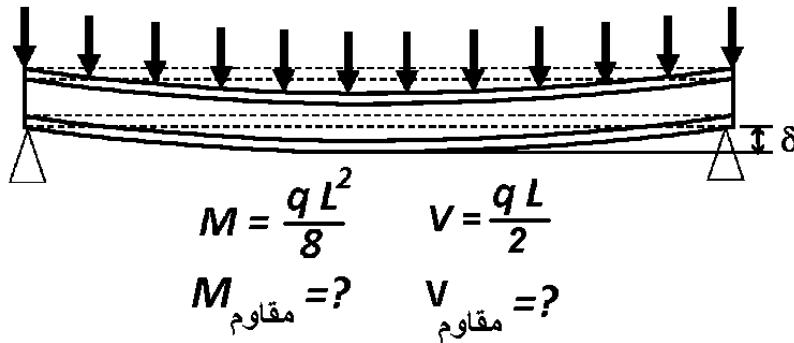
**Problem 4.39** Design the one-way slab shown in the accompanying figure to support a live load of 12 kN/m<sup>2</sup>. Do not use the ACI thickness limitation for deflections. Assume concrete weighs 23.5 kN/m<sup>3</sup>.  $f'_c = 28$  MPa and  $f_y = 420$  MPa. Use  $\rho = \rho_{\max}$ . (One ans. 240-mm slab with #25 @ 140-mm main steel)





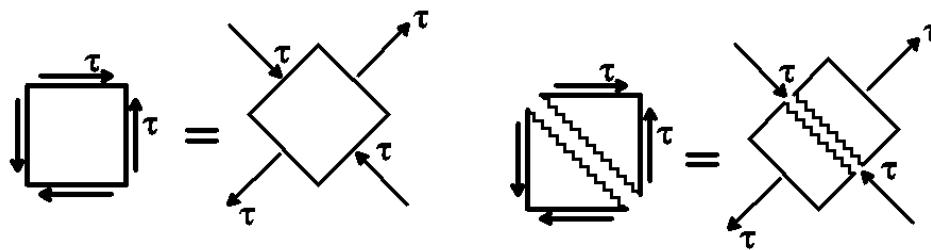
موارد مهمی که باید در مورد تیرها کنترل گردد؟

- ۱- برش تیر
- ۲- خمش تیر
- ۳- خیز تیر

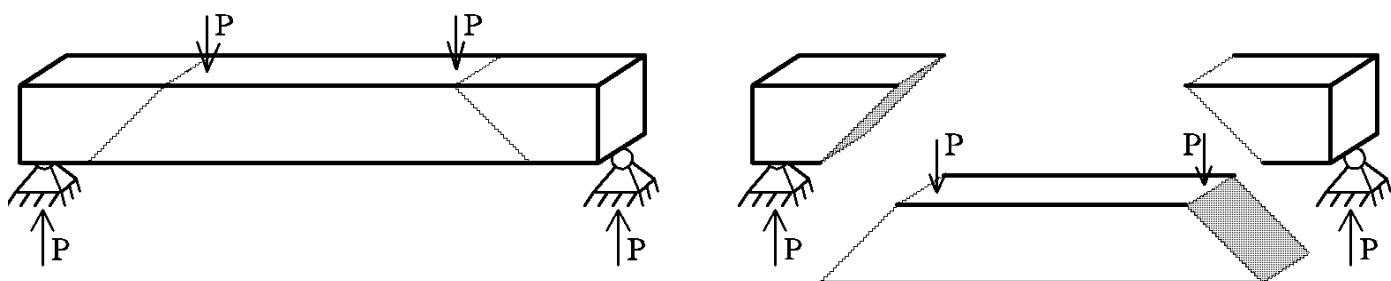


- ابعاد تیرهای با طول متعارف معمولاً ابتدا بر اساس لنگر خمشی وارد بر آنها تعیین میشود و مهندسین در ابتدای کار هنگام انتخاب مقطع مناسب به خمش وارد بر تیر توجه میکنند. پس از انتخاب مقطع مناسب برای خمش، آنرا برای برش کنترل و طراحی میکنند.
- رفتار تیرها در خمش (به شرط اینکه درصد میلگرد کششی از حداقل مجاز آیین نامه فراتر نرود) یک رفتار شکل پذیر هست.
- تیرهای بتنه تحت برش از شکل پذیری کمتری نسبت به خمش برخوردار هستند و به همین جهت طراحی معمولاً به گونه ای انجام میشود که خرابی برشی پس از خرابی خمشی رخ دهد.

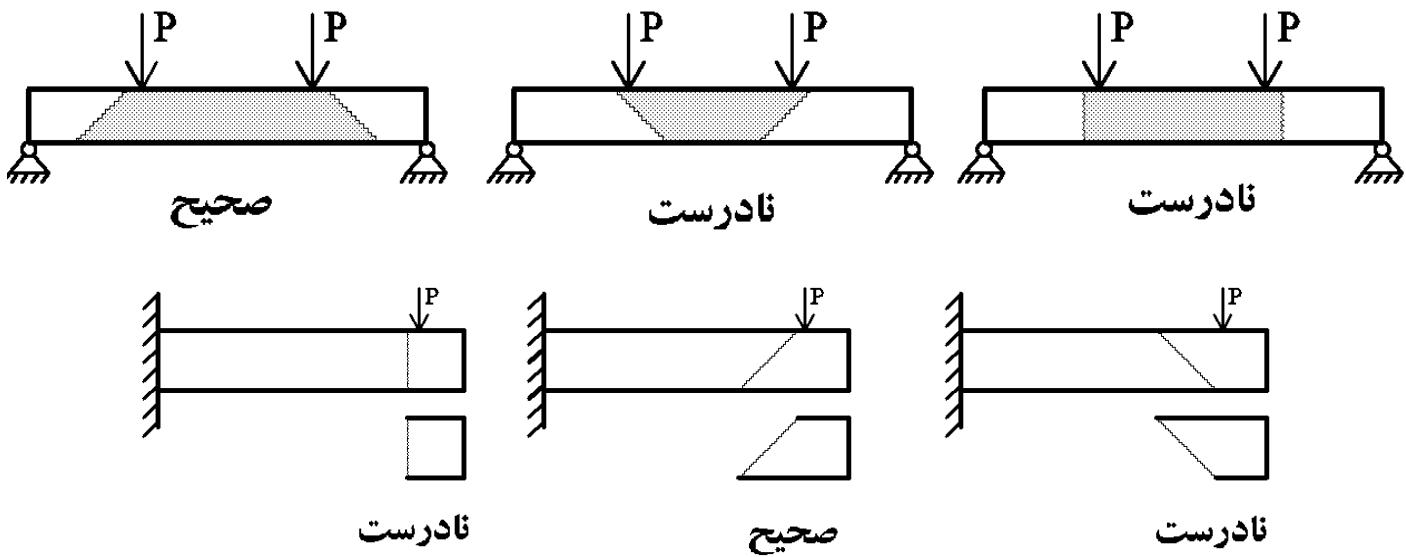
زمانی که یک المان تحت برش خالص قرار دارد، این المان در حقیقت تحت ترکیب کشش و فشار قرار دارد.  
بنن تحت کشش ضعیف است و ترک می خورد:



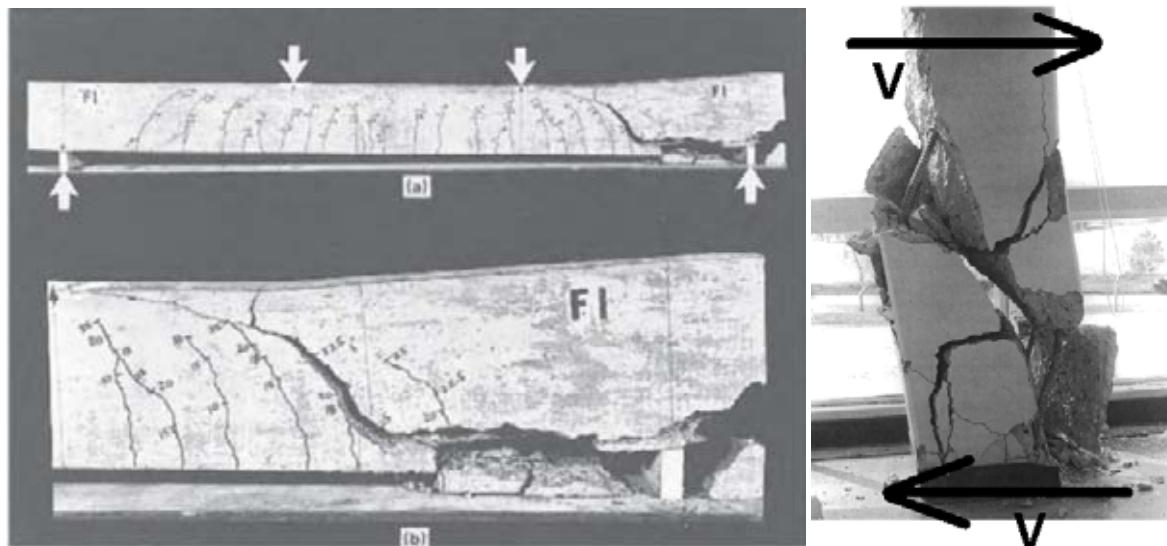
ترکهای برشی با راستای نیروی وارده زاویه ۴۵ درجه می سازند. در حقیقت بنن تحت "برش" به صورت کششی "ترک" می خورد.  
نحوه تشخیص ترک: تیر به صورتی ترک می خورد که بتواند در راستای اعمال نیرو حرکت کند:



بنن در کشش ضعیف است و بنابراین تحت برش خالص به صورت ۴۵ درجه ترک می خورد.



شکست برشی ستون در زلزله 1971 San Fernando (شکل سمت راست):



در شکل زیر سمت چپ تیر به سمت پایین در حال سقوط هست که برای مهار آن و جلوگیری از ریزش، شمع بندی و پایه موقت اضافه شده است.



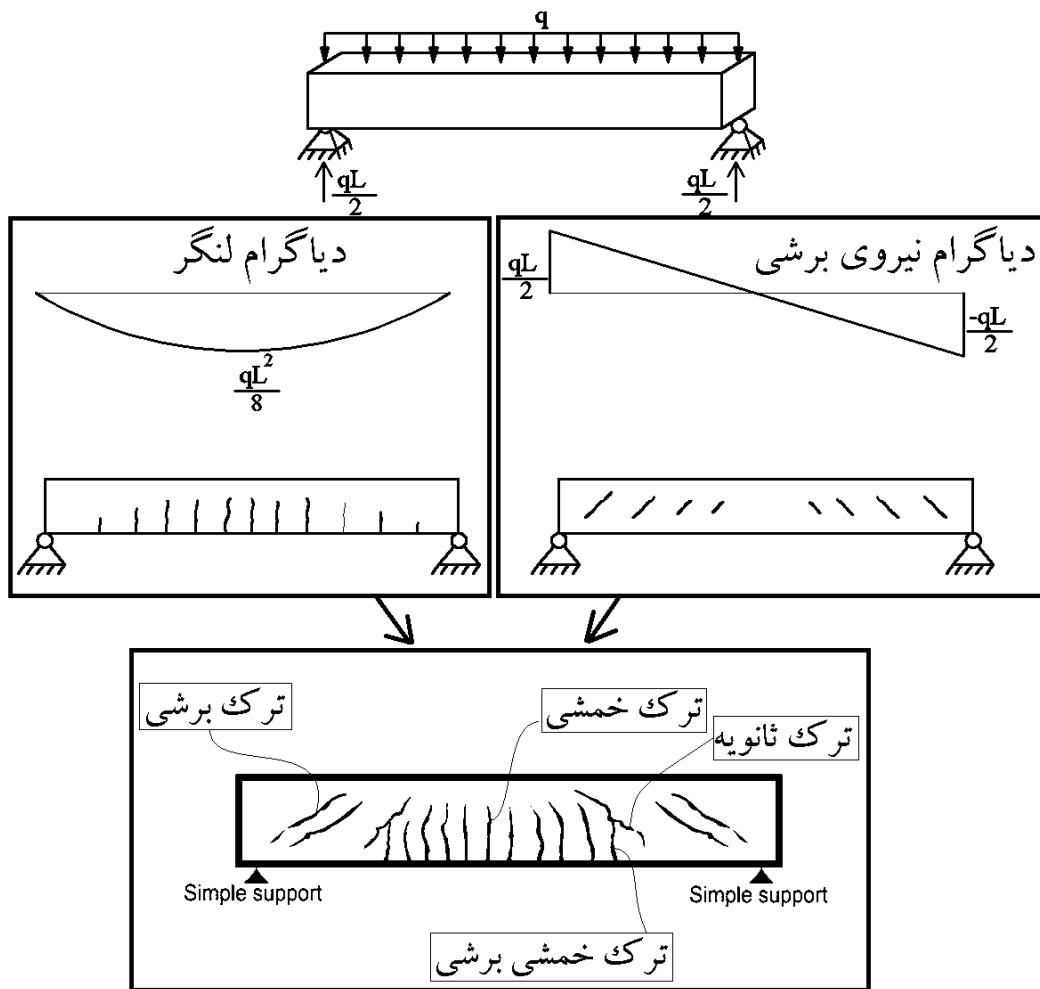
در شکل زیر یک تیر تحت بار مرکز در وسط قرار گرفته



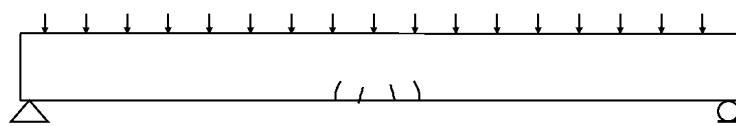
در شکل زیر ترکهای ۴۵ درجه برشی در تیر قابل مشاهده است.



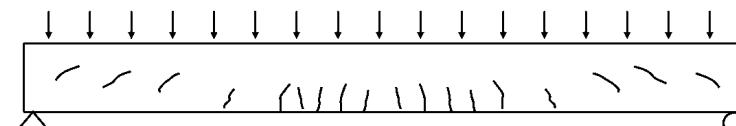
## ۱-۴- ترکیب برش و خمش در تیر ساده تحت بار گستردگی



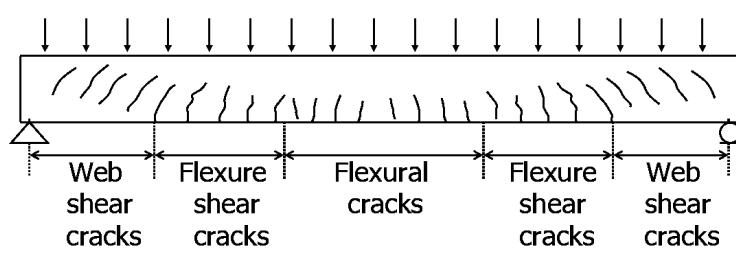
در مقطع مستطیلی تحت برش، تنش برشی حداکثر در وسط جان اتفاق می‌افتد و بنابراین ترک‌های برشی از وسط مقطع شروع می‌شوند.  
در مقطع مستطیلی تحت خمش، تنش خمشی حداکثر در پایین مقطع اتفاق می‌افتد و بنابراین ترک‌های از پایین مقطع شروع می‌شوند.



a) Initiation of flexural cracks



b) Growth of flexural cracks and formation of flexure shear and web shear cracks.



c) Cracks before failure

نکته: در تیرهای عادی با طول متعارف، ابتدا ترک خمشی ایجاد می‌شوند و سپس با افزایش بار ترک‌های برشی و ترک‌های خمشی برش ایجاد می‌شوند.

نمونه الگوی ترک در یک تیر سراسری تحت اثر بار گستردگی کنواخت در شکل زیر نشان داده شده است. لنگر در دو انتهای تیر منفی بوده و ترکهای خمی در بالای مقطع ظاهر می‌شوند.

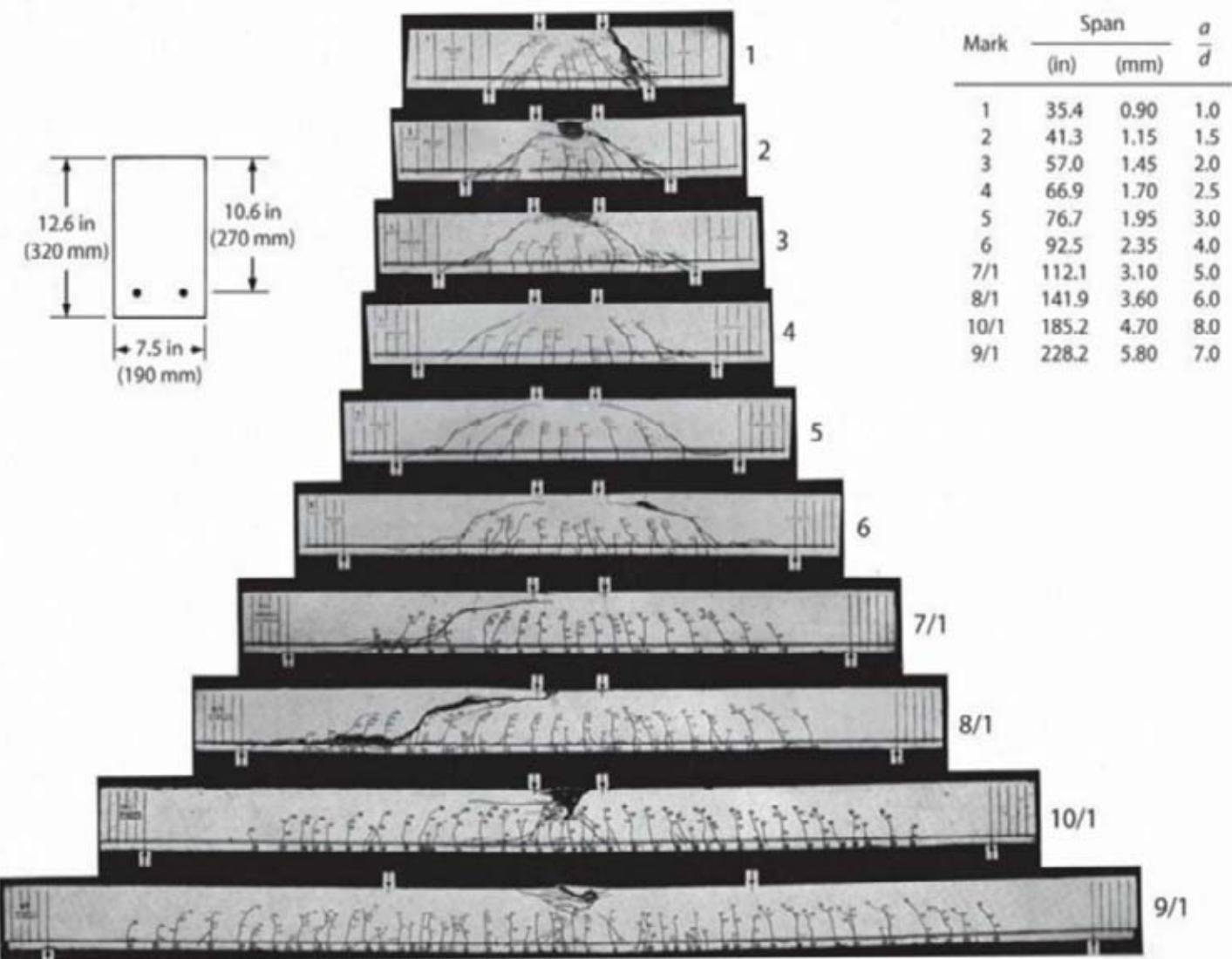
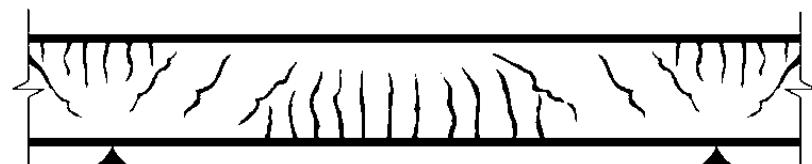
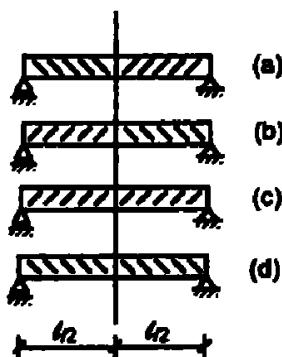


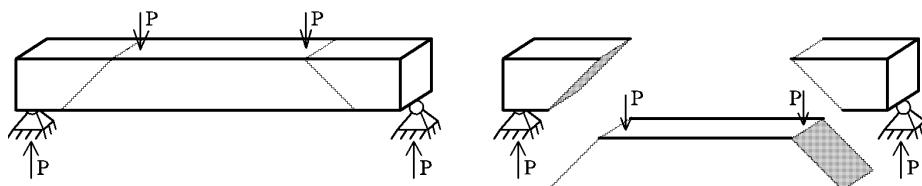
FIGURE 7.29 Damage at failure in series of tests on beams without transverse reinforcement. (After Leonhardt, 1962.)

۳۵- در یک تیر با تکیه‌گاه‌های ساده تحت اثر بار گستردۀ ثقلی یکنواخت از نظر آرایش آرماتورهای پوشی، گزینه صحیح را انتخاب نمایید؟



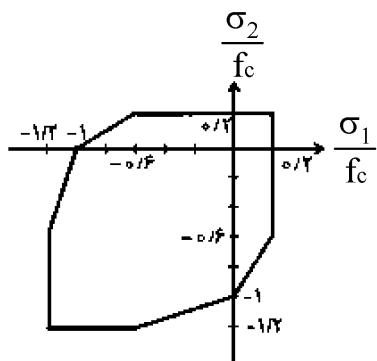
- (a) ۱
- (d) ۲
- (c) ۳
- (b) ۴

با توجه به نحوه ترک خوردن تیرهای بتونی تحت بار چلی که در شکل زیر نشان داده است، خاموت‌ها باید عمود بر راستای ترک‌ها قرار داده شوند تا بتوانند ترک‌ها را بذوزند. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

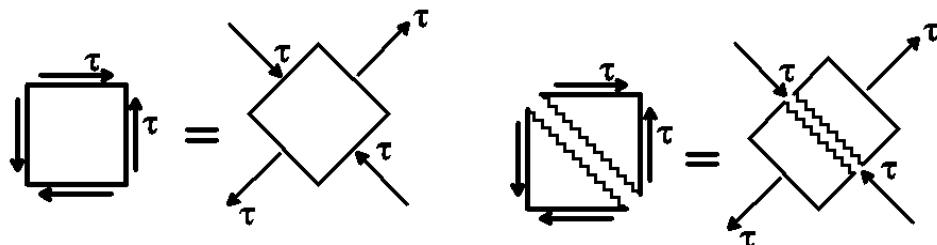


اگر برای بتن با مقاومت فشاری  $f_c$  پوش شکست تحت اثر حالات تنش دو محوره به صورت شکل زیر باشد، مقاومت بتن در برش خالص، چه ضریبی از  $f_c$  است؟

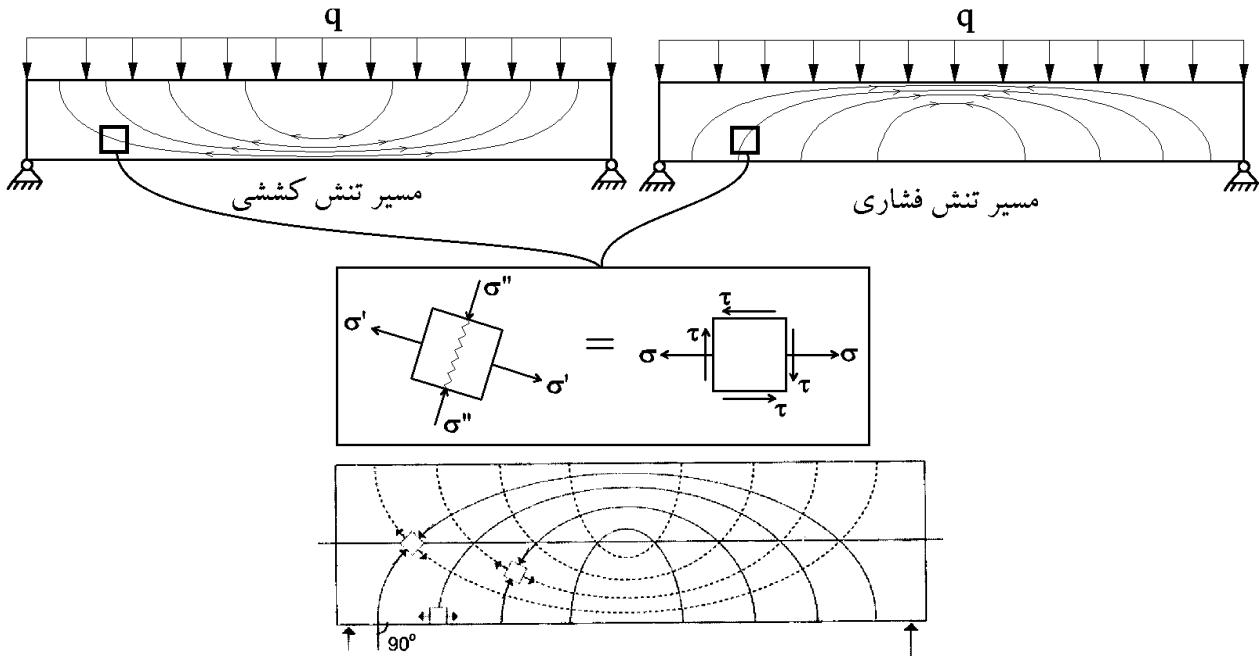
- ۰/۱ ۱
- ۰/۱۵ ۲
- ۰/۲ ۳
- ۰/۲۵ ۴



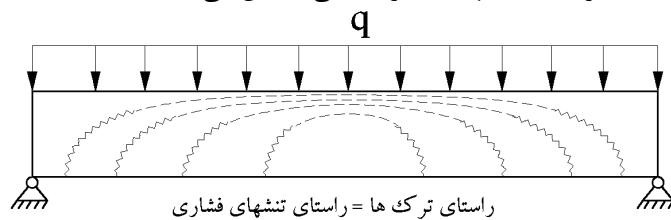
برش خالص معادل با کشش و فشار در دو راستای عمود بر هم می‌باشد (شکل زیر). با توجه به منحنی سطح شکست ارائه شده، مقاومت برشی برابر  $0.2f_c$  خواهد بود.



## ۲-۴- مسیر تنشهای کششی و فشاری در تیر

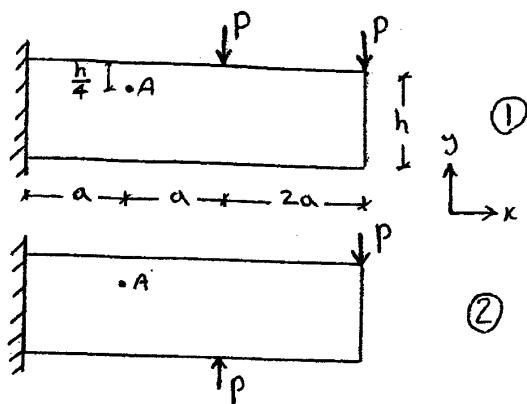


در وسط تیر برش داخلي تیر صفر است و تنها لنگر خمسي داريم و بنابراین راستاي تنشهای کششی و فشاری افقی می باشند. در المان نشان داده شده در بالا، هم نیروی برشی داریم و هم لنگر خمسي و راستای تنش کششی اصلی مطابق شکل می باشد. با توجه به المان فوق، راستای ترکها همیشه با راستای تنشهای فشاری اصلی یکسان می باشند:



## آزاد ۸۹

یک تیر بتونی کنسول با مقطع مستطیلی در دو حالت زیر بارگذاری شده است. با فرض ایجاد ترک در دو حالت بارگذاری در نقطه A در عمق  $h/4$  زاویه ترک نسبت به محور x در حالت اول به حالت دوم کدام است. ( $\frac{\theta_{A1}}{\theta_{A2}} = ?$ ) (وزن تیر در برابر بارگذاری خارجی ناچیز فرض میشود).



$$\left(\frac{\theta_{A1}}{\theta_{A2}}\right) = ?$$

$$\frac{\theta_{A1}}{\theta_{A2}} > 1 \quad (1)$$

$$\frac{\theta_{A1}}{\theta_{A2}} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{\theta_{A1}}{\theta_{A2}} < 1 \quad (3)$$

۴) مقدار عددی P و a لازم میباشد.

گزینه ۳

## سراسri ۹۵

ترک های برشی - خمی در یک تیر بتون مسلح نسبت به محور طولی چه خصوصیت مهمی دارند؟

۱) موازی هستند.

۲) زاویه  $45^\circ$  دارند.

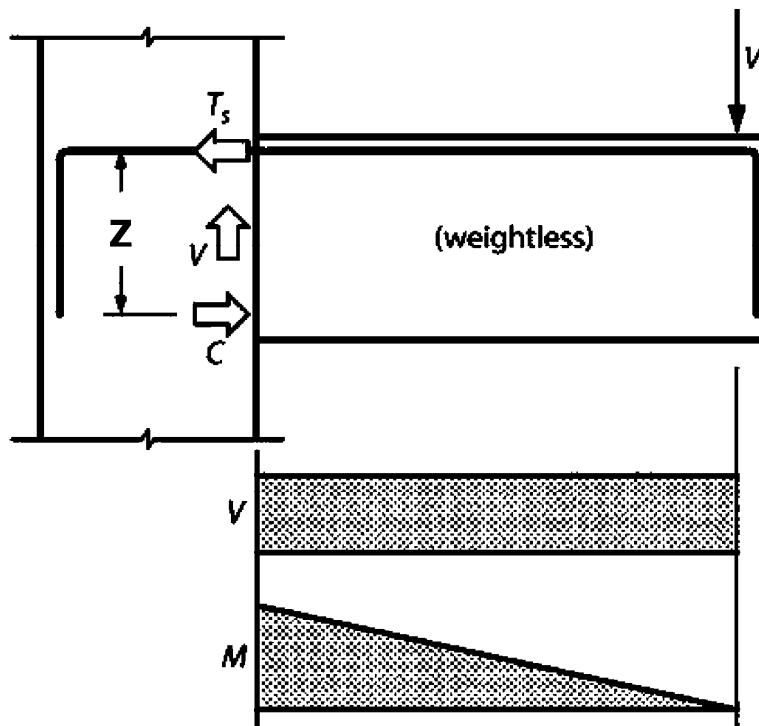
۳) زاویه  $90^\circ$  دارند.

۴) زاویه  $45^\circ$  تا  $90^\circ$  دارند.

گزینه ۴

## ۴-۳- نحوه انتقال برش

به شکل زیر توجه کنید. فرض کنید وزن تیر ناچیز است.



از درس مقاومت مصالح داریم:

$$Vdx = d(M)$$

با جاگذاری  $M = TZ$  در رابطه فوق داریم:

$$Vdx = d(T \times Z) \quad \rightarrow \quad Vdx = d(T) \times Z + d(Z) \times T$$

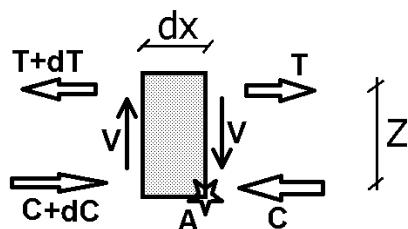
رابطه فوق نشان میدهد برش به دو طریق در تیر تشکیل میشود. ترم اول در رابطه فوق نشان دهنده مکانیزم انتقال برش با عملکرد تیر می باشد و ترم دوم نیز نشان دهنده انتقال برش با عملکرد قوسی می باشد.

#### انتقال برش با عملکرد تیر (Beam action)

فرض کنید مقدار بازوی لنگر ( $Z$ ) در طول تیر ثابت باشد. در این حالت مقدار  $d(Z) = 0$  خواهد بود و خواهیم داشت:

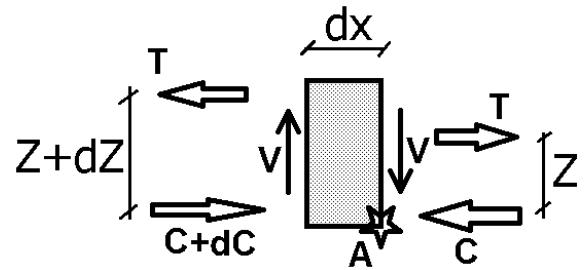
$$\rightarrow \quad Vdx = d(T)Z$$

حال به شکل زیر توجه کنید.



اگر حول نقطه A لنگر گیری کنیم، خواهیم داشت:

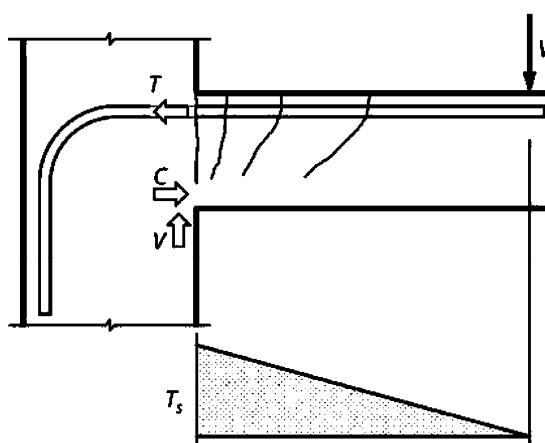
$$Vdx = d(T) \times Z$$

عملکرد قوس انتقال برش (Arch action)

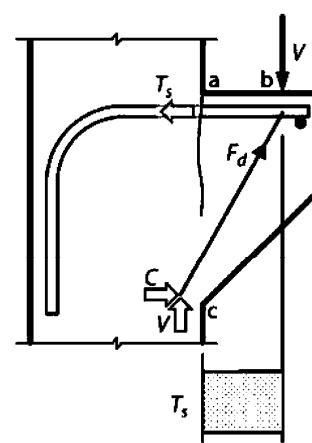
اگر حول نقطه A لنگرگیری کنیم، خواهیم داشت:

$$Vdx = d(Z) \times T$$

این عملکرد در تیرهای کوتاه و اتفاق می افتد که هنوز فشار به قسمت فوقانی مقطع منتقل نشده است.

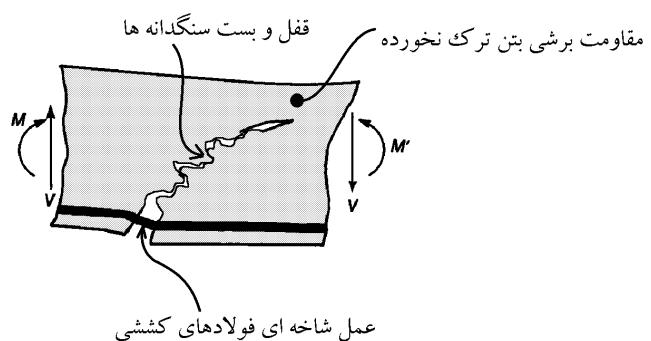


(a) Beam action



(b) Arch action

## ۴-۴- مقاومت برشی تیر بتنی ترک خورده



نحوه انتقال نیرو در محل ترک برشی در یک تیر بدون میلگرد عرضی در شکل زیر نشان داده شده است. برش در طول مسیر ABC توسط مجموعه ای از عوامل زیر منتقل میشود:

۱- برش در ناحیه بلوک فشاری

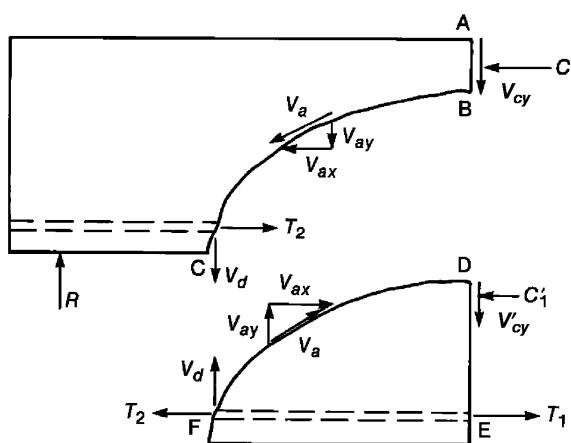
(shear in compression zone =  $V_{cy}$ )

۲- درگیری و قفل و بست سنگدانه های دو سطح ترک

(vertical component of interlock of the aggregate particles =  $V_{ay}$ )

۳- عمل شاخه ای میلگردهای طولی

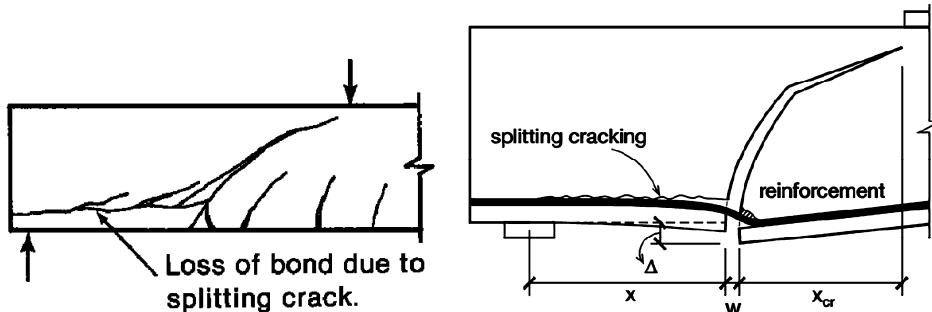
(dowel action of the longitudinal reinforcement  $V_d$ )



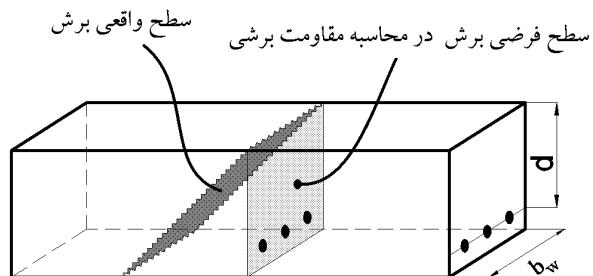
- بلا فاصله پس از ایجاد ترک مورب در تیر، قسمت زیادی از برش توسط  $V_d$  و  $V_{ay}$  تحمل میشود.

- با افزایش عرض ترک مقدار  $V_{ay}$  (درگیری سنگدانه ها) کاهش یافته و سهم دو عامل دیگر افزایش میابد.

- نیروی  $V_d$  مطابق شکل زیر موجب ایجاد شکاف طولی در راستای میلگردهای طولی (splitting crack) میشود.



برای محاسبه مقاومت برشی مقطع دو روش داریم: ۱- روش تقریبی، ۲- روش دقیق. در هر دو روش مقاومت مقطع بر اساس سطح فرضی عمود بر صفحه محاسبه می شود:



## ۴-۵- روابط آیین نامه برای محاسبه مقاومت برشی بتن

- در صورتی که نیروی محوری ناچیز باشد (در تیرها عمدتاً اینگونه است)  $N_u$  در روابط زیر صفر در نظر گرفته شده و روابط ساده می‌شوند.
- در تیرها در صورتی که آرماتور برشی حداقل ( $A_{v,min}$ ) قرار داده شود، می‌توان از یکی از دو رابطه a و یا b (در جدول زیر) استفاده کرد.
  - رابطه b دقیق‌تر از رابطه a می‌باشد.
- نتیجه: در تیرها (با نیروی محوری قابل صرف نظر کردن) که آرماتور برشی حداقل در آنها قرار داده شده است، مقاومت برشی بتن با استفاده از رابطه تقریبی برابر است با:

$$\text{تیرهای دارای آرماتور برشی حداقل} \quad V_c = 0.17\lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \rightarrow \quad \text{ مقاومت برشی بتن}$$

### 22.5.5 $V_c$ for nonprestressed members

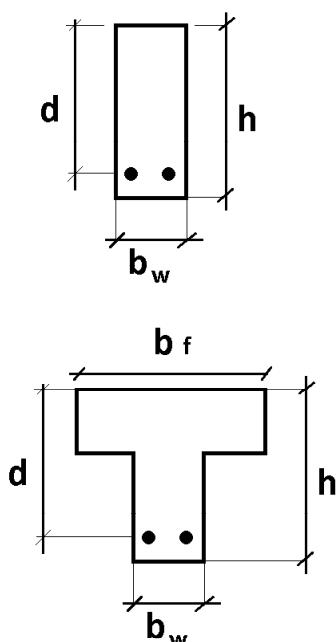
**22.5.5.1** For nonprestressed members,  $V_c$  shall be calculated in accordance with Table 22.5.5.1 and 22.5.5.1.1 through 22.5.5.1.3.

**Table 22.5.5.1— $V_c$  for nonprestressed members**

Criteria	$V_c$	
$A_v \geq A_{v,min}$	Either of:	$\left( 0.17\lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) b_w d \quad (\text{a})$ $\left( 0.66\lambda(\rho_w)^{\frac{1}{3}} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) b_w d \quad (\text{b})$
$A_v < A_{v,min}$		$\left( 0.66\lambda_s \lambda(\rho_w)^{\frac{1}{3}} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) b_w d \quad (\text{c})$

Notes:

1. Axial load,  $N_u$ , is positive for compression and negative for tension.
2.  $V_c$  shall not be taken less than zero.



**22.5.5.1.1**  $V_c$  shall not be taken greater than  $0.42\lambda \sqrt{f'_c} b_w d$

**22.5.5.1.2** In Table 22.5.5.1, the value of  $N_u/6A_g$  shall not be taken greater than **0.05f'\_c**.

**22.5.5.1.3** The size effect modification factor,  $\lambda_s$ , shall be determined by

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0.004 d}} \leq 1.0 \quad (22.5.5.1.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اعضای دارای آرماتور برشی حداقل} \\ V_c = \min \left( \begin{array}{l} 0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \min \left( \frac{N_u}{6A_g}, \frac{0.05f'_c}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right) b_w d \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d \\ \text{اعضای دارای آرماتور برشی حداقل دقیق} \\ V_c = \min \left( \begin{array}{l} 0.66\lambda\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} + \min \left( \frac{N_u}{6A_g}, \frac{0.05f'_c}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right) b_w d \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d \end{array} \right.$$

با توجه به تبصره های فوق در اعضایی که حداقل خاموت را دارا هستند، مقاومت برشی برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اعضای دارای آرماتور برشی حداقل و فاقد نیروی محوری} \\ V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c} b_w d \\ \text{اعضای فاقد آرماتور برشی حداقل (مانند دال)} \\ V_c = \min \left( \begin{array}{l} 0.66\sqrt{\frac{2}{1+0.004d}}\lambda\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} + \min \left( \frac{N_u}{6A_g}, \frac{0.05f'_c}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right) b_w d \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d \\ \text{اعضای فاقد آرماتور برشی حداقل (مانند دال) و فاقد نیروی محوری} \\ V_c = \min \left( \begin{array}{l} 0.66\sqrt{\frac{2}{1+0.004d}}\lambda\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d \end{array} \right.$$

• توجه: مطابق بند زیر، ضریب سایز  $\lambda$  برای پی های گسترده لازم نیست اعمال شود:

**13.2.6.2** For one-way shallow foundations, two-way isolated footings, or two-way combined footings and mat foundations, it is permissible to neglect the size effect factor specified in 22.5 for one-way shear strength and 22.6 for two-way shear strength.

در مورد نیروی محوری برشی مقاوم تامین شده توسط بتن ( $V_c$ ) اعضایی که تحت اثر نیروی برشی و لنگر خمشی و نیروی محوری قرار دارند، گزینه صحیح را انتخاب کنید.

- ۱) نیروی محوری فشاری، مقدار  $V_c$  را افزایش و نیروی محوری کششی، مقدار  $V_c$  را کاهش میدهد.
- ۲) نیروی محوری فشاری، مقدار  $V_c$  را کاهش و نیروی محوری کششی، مقدار  $V_c$  را افزایش میدهد.
- ۳) نیروی محوری فشاری و نیروی محوری کششی هر دو، مقدار  $V_c$  را افزایش میدهد.
- ۴) نیروی محوری تاثیری بر نیروی مقاوم برشی  $V_c$  ندارد.

گزینه ۱

۲۲- یک مقطع بتن مسلح تحت اثر برش و خمش قرار دارد. چنانچه نیروی محوری نهایی فشاری برابر  $N_u = 6A_g$  نیز اضافه شود، بدون استفاده از جزئیات دقیق‌تر، نیروی برشی مقاوم تأمین شده توسط بتن مقطع چند برابر خواهد شد؟ حداقل آرماتور برشی در تیر قرار داده شده است.

بتن از نوع C25 می‌باشد.

۱ (۴)                  ۱.۵ (۳)                  ۳ (۲)                  ۰.۵ (۱)

با توجه به تغییر روابط آیین نامه ای پاسخ در گزینه ها نیست.  
مقاومت برشی بتن قبل از اعمال بار فشاری برابر است با:

$$V_{c1} = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g}, 0.05f'_c \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d = \text{Min} \left( \frac{0.17\sqrt{25} + 0}{0.42\sqrt{25}} \right) b_w d = 0.85 b_w d$$

مقاومت برشی بتن در حضور بار فشاری برابر است با:

$$V_{c2} = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g}, 0.05f'_c \right) \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d = \text{Min} \left( \frac{0.17\sqrt{25} + \text{Min} \left( \frac{1}{1.25} \right)}{0.42\sqrt{25}} \right) b_w d = 1.85 b_w d$$

$$\frac{V_{c2}}{V_{c1}} = \frac{1.85 b_w d}{0.85 b_w d} = 2.17$$

۲۷- شالوده منفرد با بتن از رده C30 را در نظر بگیرید. اگر در نظر باشد که از بتن C25 استفاده شده و ابعاد پلان شالوده تغییر داده نشود، مقدار عمق مؤثر  $d$  (فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز سطح آرماتور کششی) حدوداً چند درصد اضافه شود که نیروی برشی مقاوم تأمین شده یک‌طرفه توسعه بتن از طرح اولیه کمتر نشود؟ (از رابطه ساده‌تر مقاومت برشی استفاده شود).

مقدار عمق مؤثر اولیه طرح برابر  $d=800 \text{ mm}$  است.

درصد میلگرد طولی ثابت فرض شود

۱۲ (۴)                  ۱۰ (۳)                  ۵ (۲)                  ۲۰ (۱)

با توجه به تغییر روابط آیین نامه ای پاسخ در گزینه ها نیست.

با فرض اینکه بی فاقد آرماتور برشی حداقل باشد، مقاومت برشی بتن در آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\text{اعضای فاقد آرماتور برشی حداقل (مواردی مانند پی و دال) و فاقد نیروی محوری} \quad V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66 \sqrt{\frac{2}{1+0.004d}} \lambda \rho_w^{\frac{1}{3}} \sqrt{f'_c} \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d$$

برای اینکه مقاومت برشی ثابت بماند:

$$\left( 0.66 \sqrt{\frac{2}{1+0.004d_1}} \rho_w^{\frac{1}{3}} \sqrt{30} \right) b_w d_1 = \left( 0.66 \sqrt{\frac{2}{1+0.004d_2}} \rho_w^{\frac{1}{3}} \sqrt{25} \right) b_w d_2$$

$$\sqrt{\frac{2}{1+0.004d_1}} \sqrt{30} d_1 = \sqrt{\frac{2}{1+0.004d_2}} \sqrt{25} d_2$$

$$\sqrt{\frac{2}{1+0.004 \times 800}} \sqrt{30} \times 800 = \sqrt{\frac{2}{1+0.004d_2}} \sqrt{25} d_2$$

$$d_2 = 928 \text{ mm} \quad \rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{928}{800} = 1.16$$

۴- یک مقطع بتنی درجا با شکل مقابل تحت نیروی برشی نهایی  $kN 150$  و نیروی محوری نهایی  $kN 250$  قرار دارد. نسبت نیروی برشی مقاوم تأمین شده توسط بتن در حالتی که نیروی محوری به صورت فشاری وارد شود، به حالتی که نیروی محوری به صورت کششی وارد شود، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (ردّه بتن C25، فولاد میلگردها S400 هستند. ابعاد دوی شکل به میلی‌متر است).



گزینه ۳

رابطه کلی در اعضايی که آرماتور برشی حداقل را دارند به صورت زیر می‌باشد:

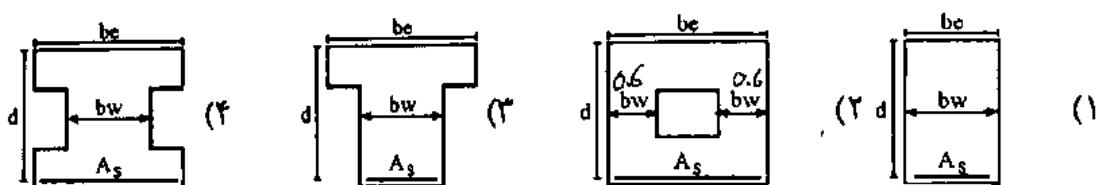
$$V_c = \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g}, \frac{0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g}, \frac{0.05f'_c}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right)}{0.05f'_c} \right) b_w d$$

در این مثال نیروی محوری برابر  $250$  kN می‌باشد. بنابراین:

$$\text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g}, \frac{0.05f'_c}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right) = \text{Min} \left( \left( \frac{250000}{6 \times 350 \times 650} \right), \frac{1.25}{0.183} \right) = 0.183 \text{ MPa}$$

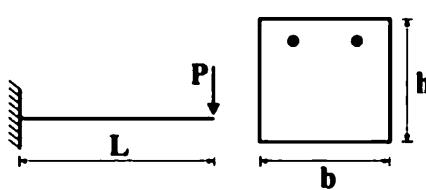
$$\begin{cases} V_{c-comp} = (0.17\sqrt{f'_c} + 0.183)b_w d \\ V_{c-ten} = (0.17\sqrt{f'_c} - 0.183)b_w d \end{cases} \quad \frac{V_{c-comp}}{V_{c-ten}} = \frac{(0.17\sqrt{f'_c} + 0.183)}{(0.17\sqrt{f'_c} - 0.183)} = 1.55$$

۲- مقطع تیر بتن ازمه مطابق شکل‌های زیر در نظر است. در صورتی که عمق مؤثر تیر، مقدار فولادهای عرضی (خاموت) و مشخصات مصالح مصرفی آنها یکسان باشد، مقاومت کدام شکل در مقابل نیروهای برشی بیشتر است؟ (آفونه عمران)



گزینه ۲

۱۱۸- در تیر شکل زیر در کدام حالت ترک برشی و ترک خمسمی همزمان رخ می دهد؟  
 ( مقاومت برشی بتن از رابطه  $V_c = 0.2\sqrt{f_c}bh$  و اساس شکست مقطع از رابطه  $f_r = 0.6\sqrt{f_c}$  محاسبه می شوند)



$$\frac{h}{L} = 4, \circ \quad (1)$$

$$\frac{h}{L} = 2, \circ \quad (2)$$

$$\frac{h}{L} = 1, \circ \quad (3)$$

$$\frac{h}{L} = 0.5 \quad (4)$$

ترک برشی زمانی رخ می دهد که:

$$V = P_1 = 0.2\sqrt{f_c}bh$$

ترک خمسمی زمانی رخ می دهد که:

$$(M = P_2L) = M_{cr} \rightarrow P_2L = \frac{f_rI}{c} \rightarrow P_2L = \frac{(0.6\sqrt{f_c}) \times \left(\frac{bh^3}{12}\right)}{\left(\frac{h}{2}\right)} \rightarrow P_2 = \frac{0.1\sqrt{f_c}bh^2}{L}$$

$$P_1 = P_2 \rightarrow 0.2\sqrt{f_c}bh = \frac{0.1\sqrt{f_c}bh^2}{L} \rightarrow \frac{h}{L} = 2$$

۱۲۵- برای ستون با مقطع  $600 \times 300$  میلیمتر و با پوشش بتن از مرکز میلگرد های مقطع برابر  $50$  میلیمتر، مقاومت برشی تأمین شده توسط بتن در امتداد طولی چند درصد بیشتر از مقاومت برشی تأمین شده توسط بتن در امتداد عرضی مقطع است؟ از اثر نیروی محوری در مقاومت برشی بتن صرف نظر کنید.

فرض کنید در ستون آرماتور برشی به مقدار کافی قرار داده شده است.

(۱) صفر

۵ (۲)

۱۰ (۳)

۲۰ (۴)

$$V_{c1} = \varphi 0.17 \sqrt{f'_c} b_1 d_1 = \varphi 0.17 \sqrt{f'_c} \times 300 \times 550 \quad (1)$$

$$V_{c2} = \varphi 0.17 \sqrt{f'_c} b_2 d_2 = \varphi 0.17 \sqrt{f'_c} \times 600 \times 250 \quad (2)$$

۱۲۶- وجود نیروی محوری در بتن چه تأثیری بر مقاومت برشی مقطع دارد؟ (مهندسان عمران آزاد)

(۱) اگر نیروی محوری فشاری باشد، سبب کاهش مقاومت برشی مقطع است.

(۲) اثری بر روی مقاومت برشی ندارد.

(۳) اگر نیروی محوری کششی باشد، سبب کاهش مقاومت برشی مقطع است.

(۴) کاهش یا افزایش مقاومت برشی مقطع، بستگی به نسبت نیروی محوری به لگر خمسمی دارد.

گزینه ۳

- تیری با مقطع مستطیلی به عرض 300 میلی‌متر و ارتفاع مؤثر 500 میلی‌متر با بتن درجا مفروض است. در صورتی که آرماتور کششی ۴Φ۲۵، رده بتن C25، نوع فولاد S400 و نیروی برشی و لنگر خمشی در مقطع موردنظر برابر  $V_u = 300 \text{ kN}$  و  $M_u = 100 \text{ kN.m}$  باشد، نسبت مقدار  $V_c$  (با جزئیات دقیق‌تر) مقطع تیر به مقدار  $V_c$  (فرمول ساده‌تر) آن مقطع به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

1.40 (۴)

1.30 (۳)

1.20 (۲)

1.10 (۱)

با فرض اینکه نیر دارای آرماتور برشی حداقل می‌باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c}b_w d \quad \text{رابطه تقریبی} \\ V_c = \text{Min} \left( \frac{0.66\lambda\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c}}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right) b_w d \quad \text{رابطه دقیق} \end{array} \right.$$

اعضای دارای آرماتور برشی حداقل و فاقد نیروی محوری

رابطه تقریبی:

$$V_c = 0.17 \times \sqrt{25} \times b_w d = 0.6375 \times b_w d$$

رابطه دقیق:

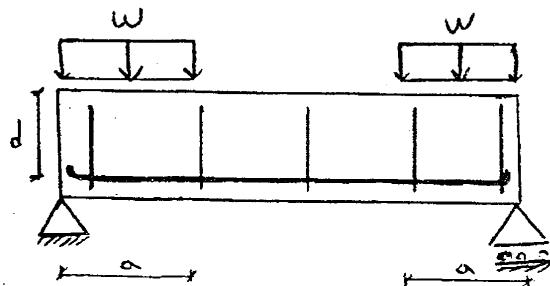
$$\rho_w = \frac{4 \times 3.14 \times 12.5^2}{300 \times 500} = 0.013$$

$$V_c = \text{Min} \left( \frac{0.66 \times 1 \times 0.013^{\frac{1}{3}} \sqrt{25}}{0.42 \times 1 \times \sqrt{25}} \right) b_w d = \text{Min} \left( \frac{0.77}{2.1} \right) b_w d$$

$$\frac{0.77 b_w d}{0.6375 b_w d} = 1.2$$

آزاد ۸۹

- برای نیر بتن نشان داده شده با ابعاد و آرماتورهای طولی و عرض ثابت، مقاومت برشی نیر در نواحی نزدیک تکیه‌گاه نسبت به وسط دهانه ...



(۱) بیشتر است

(۲) کمتر است

(۳) تفاوتی ندارد

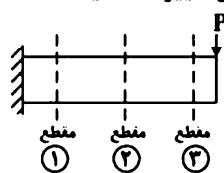
(۴) نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد

گزینه ۳

\* دقت شود که در آیین نامه قبلی (قبل از سال ۹۹) با افزایش لنگر مقاومت برشی کاهش میافت و گزینه ۱ صحیح بود. ولی در آیین نامه جدید اثر لنگر در نظر گرفته نشده است.

سراسری ۹۸

- یک تیر طره‌ای مطابق شکل تحت بار  $P$  در انتهای خود قرار دارد. در مقاطع مشخص شده در شکل، کدام یک مقاومت برشی بزرگ‌تر دارد؟ (با فرض اینکه آرماتورهای کششی در کل طول تیر بدون تغییر امتداد یافته‌اند)



(۱) مقطع ۱

(۲) مقطع ۲

(۳) مقطع ۳

(۴) در هر سه مقطع یکسان است.

گزینه ۴

\* دقت شود که در آیین نامه قبلی (قبل از سال ۹۹) با افزایش لنگر مقاومت برشی کاهش میافت و گزینه ۳ صحیح بود. ولی در آیین نامه جدید اثر لنگر در نظر گرفته نشده است.

۴۱- در یک عضو بتن آرمه با مقطع مستطیلی شکل تحت اثر همزمان برش، خمش و نیروی محوری فشاری، بدون استفاده از رابطه با جزئیات دقیق‌تر، اگر پهنه‌ای عضو ۲۵ درصد بزرگ‌تر شود ولی سایر ابعاد و مشخصات ثابت بماند، حداکثر نیروی برشی مقاوم تامین شده توسط بتن حدوداً چند درصد می‌تواند افزایش یابد؟ (فرض کنید مقدار نیروی فشاری نهایی برابر  $2A_g$  بر حسب نیوتون می‌باشد و  $A_g$  مساحت بر حسب میلی‌متر مربع قبل از افزایش پهنا است).

۱۴ (۴)

۲۱ (۳)

۲۵ (۲)

۲۸ (۱)

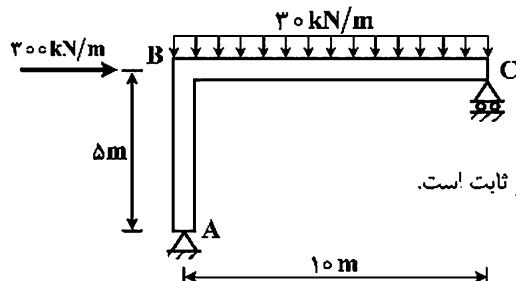
- در حل این مسئله فرض می‌شود که عضو دارای حداقل آرماتور برشی باشد.
- در حل این مسئله بتن از نوع C25 فرض می‌شود.

رابطه کلی در اعضا‌بی که آرماتور برشی حداقل را دارند به صورت زیر می‌باشد:

$$V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \text{Min} \left( \frac{N_u}{6A_g}, \frac{0.05f'_c}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right) b_w d \\ \end{array} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{c-2} = \left( 0.17\sqrt{25} + \text{Min} \left( \frac{2A_g}{6 \times 1.25 \times A_g}, \frac{0.05f'_c}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right) \right) (1.25b_w d) \\ V_{c-1} = \left( 0.17\sqrt{25} + \text{Min} \left( \frac{2A_g}{6A_g}, \frac{0.05f'_c}{0.42\lambda\sqrt{f'_c}} \right) \right) b_w d \end{array} \right\} \frac{V_{c2}}{V_{c1}} = \frac{(0.17\sqrt{25} + 0.266)(1.25b_w d)}{(0.17\sqrt{25} + 0.3333)b_w d} = 1.178$$

۱۲۲- در قاب شکل زیر، در شرایطی که هیچ آرماتور برشی استفاده نشود، در چه ناحیه‌ای از عضو AB پتانسیل گسیختگی برشی بیشتر است؟



۱) در محل حداکثر برش

۲) در محل حداکثر لنگر

۳) به مقدار نیروی محوری وابسته است.

۴) در طول عضو یکسان است، چون نیروی برشی در عضو ثابت است.

گزینه ۲

دقت شود که برش در طول ستون ثابت است (چون بار جانبی به ستون وارد نمی‌شود). بنابراین نقطه برش حداکثر نداریم. در نقاطی که لنگر بیشتر باشد، کشش ناشی از خمش موجب تضعیف مقطع در برش خواهد شد. بنابراین در محل لنگر حداکثر مقاومت برشی کمتر خواهد بود.

توجه: تفسیر فوق زمانی صحیح است که میلگرد طولی ستون در طول ستون تغییر نکند. عوامل زیر میتواند بر مقاومت برشی بتن تأثیر گذار باشد:

۱- مقاومت فشاری بتن ( $f'_c$ )

۲- ابعاد مقطع ( $b_w, d$ )

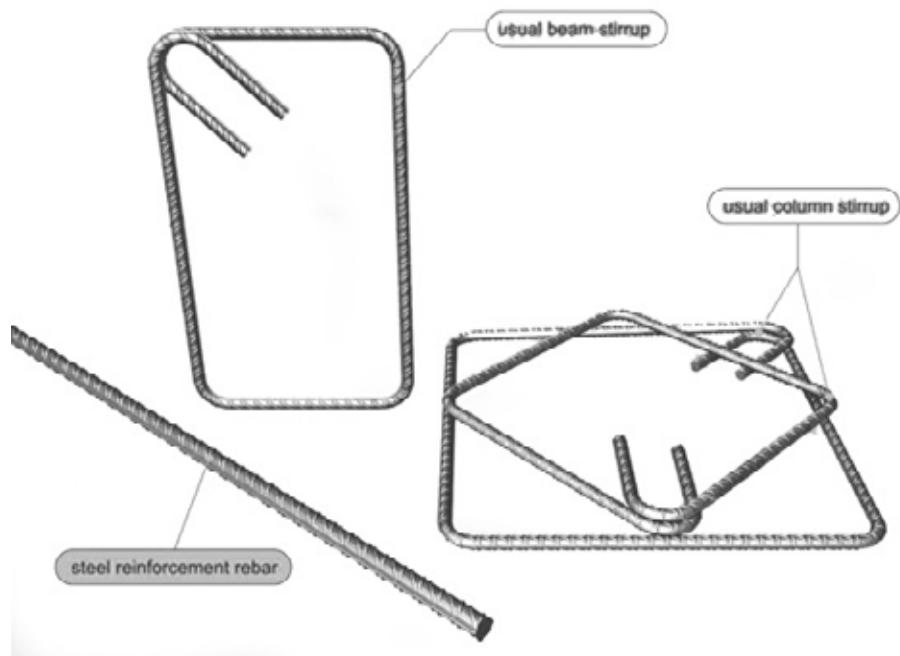
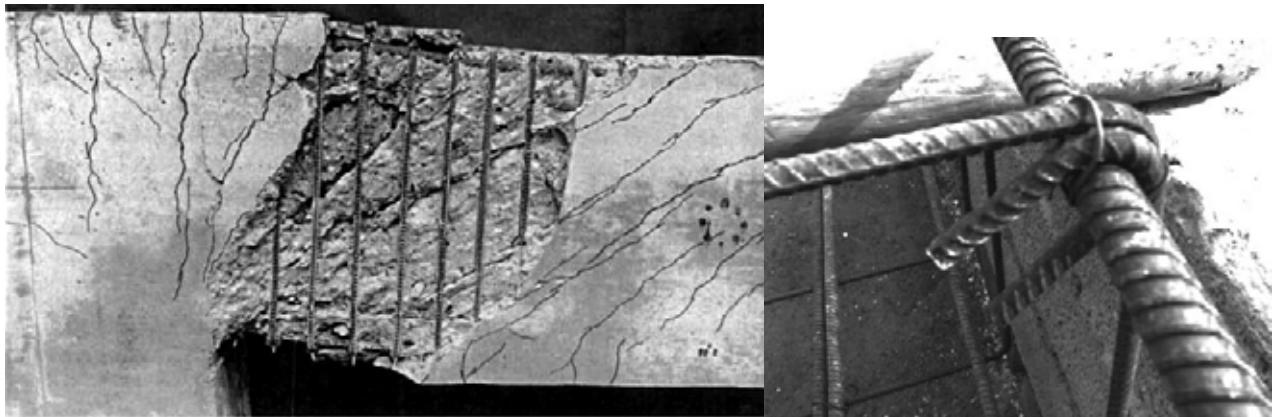
۳- لنگر خمی وارد بر مقطع ( $M_u$ )

۴- نیروی محوری وارد بر مقطع ( $P_u$ )

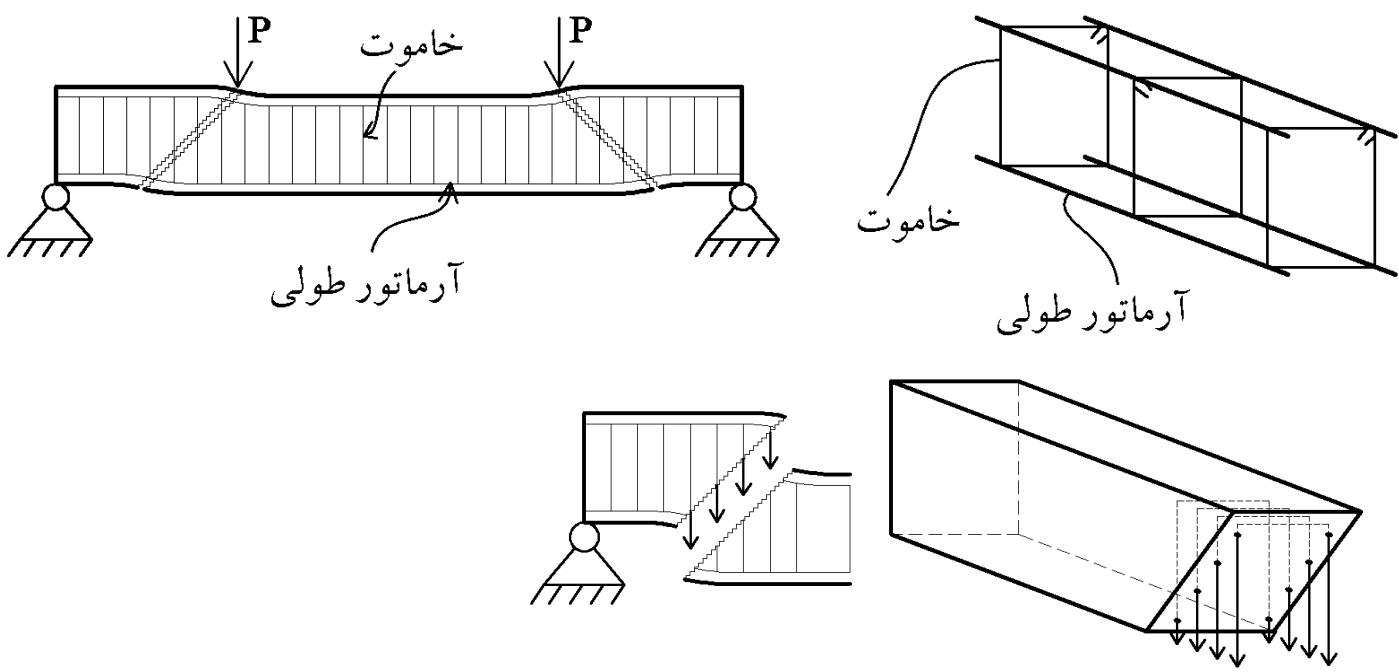
۵- درصد میلگرد کششی مقطع ( $\rho_w$ )

• در آیین نامه جدید (ویرایش ۱۳۹۹) اثر مورد سوم از روابط حذف شده است.

## ۶-۴- مقاومت برشی آرماتورهای عرضی

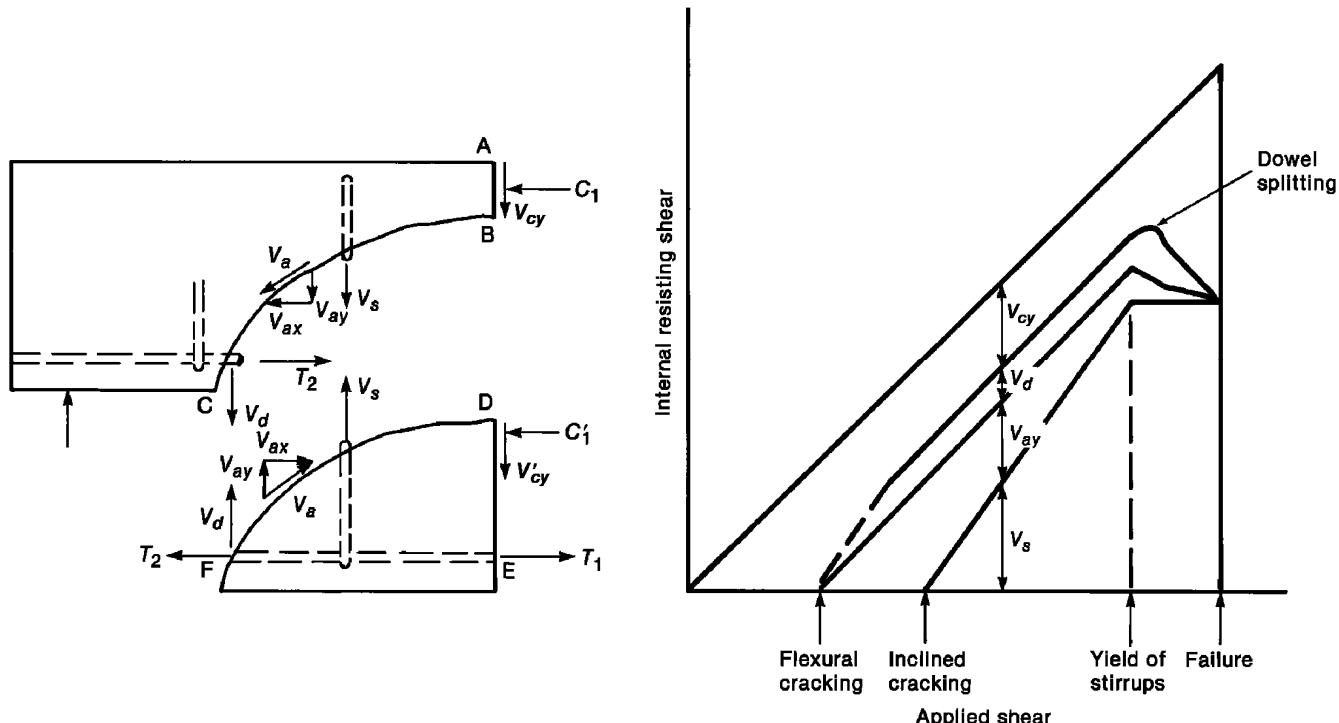


با توجه به اینکه راستای ترک برشی تقریباً ۴۵ درجه می‌باشد، مطابق شکل زیر خاموت‌ها میتوانند با تحمل کشش از حرکت تیر برشی تیر ممانعت کنند.



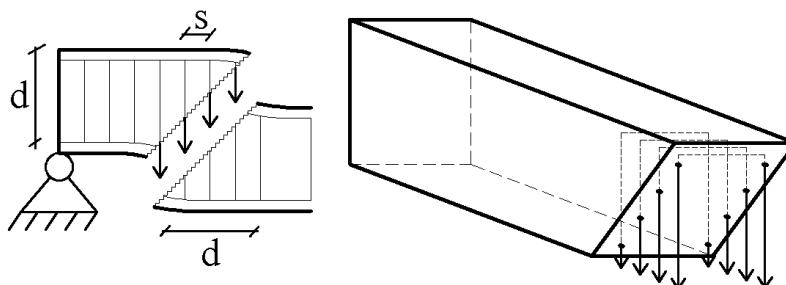
پس از ترک خوردن بتن، آرماتورهای عرضی (خاموت‌ها) تحت "کشش" قرار گرفته و در تحمل برش به تیر کمک می‌کنند. در شکل فوق چهار خاموت بسته (۸ شاخه) در نگهداری بتن مشارکت دارند.

- قبل از ترک خوردن بتن (ترک برشی)، کرنش در خاموتها برابر کرنش در بتن میباشد. از آنجا که بتن در تنشهای پایین ترک میخورد، تنش در خاموتها قبل از ترک خوردن بتن مقدار ناچیزی (حدود ۲۰ الی ۴۰ مگاپاسکال برای بتن متعارف) می باشد و بنابراین خاموتها نمی توانند مانع تشکیل ترک های برشی شوند.
- خاموتها تنها پس از تشکیل ترک های برشی فعال میشوند و قبل از تشکیل ترکها تنشهای ناچیزی در خاموت ایجاد میشود.
- در شکل زیر نیروی اجزای مقطع پس از تشکیل ترک نشان داده شده است.
- با افزایش نیروی برشی به تدریج سهم خاموت (Vs) افزایش میابد. و از طرفی سهم درگیری سنگدانه ها (Vay) کاهش میابد.



- با توجه به شکل زیر اگر زاویه ترک درجه فرض شود، طول ترک در طول تیر برابر  $d$  خواهد بود (شکل زیر را ببینید).
- بنابراین:

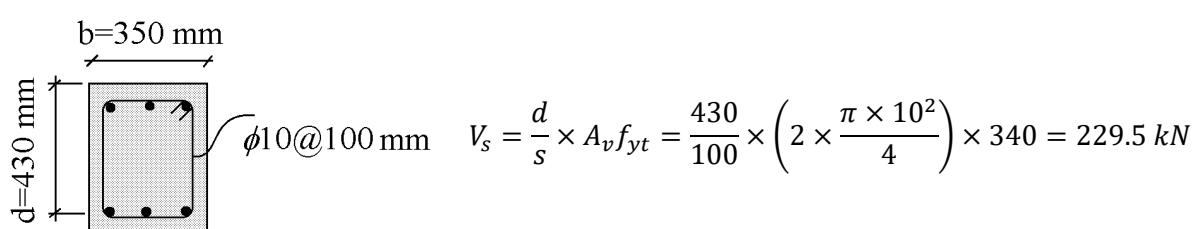
$$n = \frac{d}{s} = \text{تعداد خاموت های درگیر در ترک}$$



اگر جمع مساحت ساقهای یک خاموت برابر  $A_v$  فرض شود و تنش تسلیم آنها نیز  $f_{yt}$  باشد، نیروی قائم مربوط به خاموتها برابر خواهد بود با:

$$V_s = \frac{d}{s} \times A_v f_{yt}$$

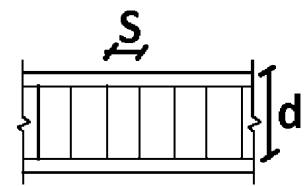
مثال: مقاومت برشی مربوط به خاموتها را در شکل زیر محاسبه کنید. فرض کنید تنش تسلیم خاموتها برابر  $f_{yt} = 340 MPa$  می باشد.



مقاومت برشی آرماتورهای عرضی قائم به صورت زیر محاسبه می شود:

**22.5.10.5.3**  $V_s$  for shear reinforcement in 22.5.10.5.1 shall be calculated by:

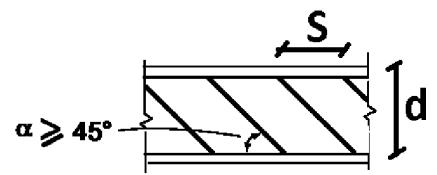
$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad (22.5.10.5.3)$$



مقاومت برشی آرماتورهای عرضی مایل به صورت زیر محاسبه می شود:

**22.5.10.5.4**  $V_s$  for shear reinforcement in 22.5.10.5.2 shall be calculated by:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (22.5.10.5.4)$$



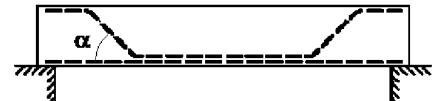
مقاومت برشی میلگردهای طولی خم شده به صورت زیر محاسبه می شود:

**22.5.10.6.1** The center three-fourths of the inclined portion of bent-up longitudinal bars shall be permitted to be used as shear reinforcement in nonprestressed members if the angle  $\alpha$  between the bent-up bars and the longitudinal axis of the member is at least 30 degrees.

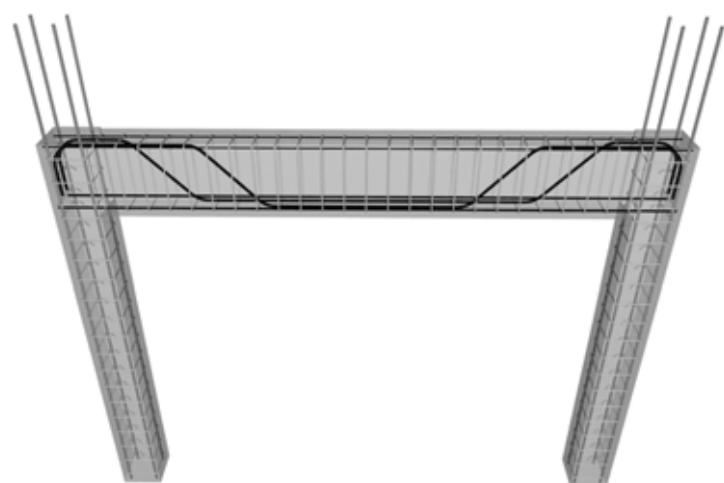
**22.5.10.6.2** If shear reinforcement consists of a single bar or a single group of parallel bars having an area  $A_v$ , all bent the same distance from the support,  $V_s$  shall be the lesser of (a) and (b):

(a)  $V_s = A_v f_y \sin \alpha$  (22.5.10.6.2a)

(b)  $V_s = 0.25 \sqrt{f_c' b_w d}$  (22.5.10.6.2b)



where  $\alpha$  is the angle between bent-up reinforcement and longitudinal axis of the member.



مقاومت برشی کل مقطع برابر مجموع مقاومت برشی بتن و آرماتورهای عرضی خواهد بود:

## 22.5—One-way shear strength

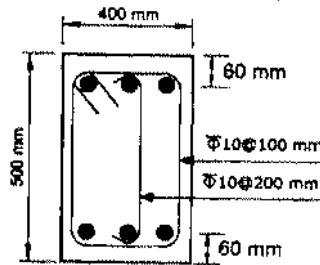
### 22.5.1 General

**22.5.1.1 Nominal one-way shear strength at a section,  $V_n$ , shall be calculated by:**

$$V_n = V_c + V_s \quad (22.5.1.1)$$

محاسبات ۹۵

۲۸- مقدار نیروی برشی مقاوم مقطع تیر بتونی درجا نشان داده شده در شکل زیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (بتن C25 و از نوع معمولی و فولاد خاموتها S340 هستند. از اثر خمش و فشار محوری در تعیین مقاومت برشی صرف‌نظر شود)



- 247 kN (۱)
- 291 kN (۲)
- 363 kN (۳)
- 385 kN (۴)

اعضای دارای آرماتور برشی حداقل و فاقد نیروی محوری

$$\left\{ \begin{array}{l} V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c}b_w d \quad \text{رابطه تقریبی} \\ V_c = \text{Min} \left( \begin{array}{l} 0.66\lambda\rho_w^{\frac{1}{3}}\sqrt{f'_c} \\ 0.42\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_w d \quad \text{رابطه دقیق} \end{array} \right.$$

- جهت استفاده از رابطه دقیق باید درصد میلگرد طولی تیر  $\rho_w$  مشخص باشد.
- در حل این مسئله از رابطه تقریبی استفاده می‌شود.

$$\varphi V_n = \varphi V_c + \varphi V_s$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} b_w d) \\ \varphi V_s = 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{25} \times 400 \times 440) = 112.2 \text{ kN} \\ \varphi V_s = 0.75 \left( \frac{440}{200} (\pi \times 5^2) \times 340 \right) + 0.75 \left( \frac{440}{100} (2\pi \times 5^2) \times 340 \right) = 220 \text{ kN} \end{array} \right.$$

$$\varphi V_n = \varphi V_c + \varphi V_s = 112.2 + 220 = 332 \text{ kN}$$

در یک تیر مستطیلی با عرض ۳۵ سانتیمتر و عمق موثر ۵۰ سانتیمتر، از خاموت های بسته  $\varphi 10@25 \text{ cm}$  بصورت مایل با زاویه  $60^\circ$  درجه و نیز از خاموت های بسته  $\varphi 12@25 \text{ cm}$  بصورت قائم استفاده شده است. مقاومت برشی نهایی مقطع این تیر چقدر است؟

$$f_c = 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \quad f_y = 3000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

پاسخ:

$$\varphi V_n = \varphi V_c + \varphi V_s$$

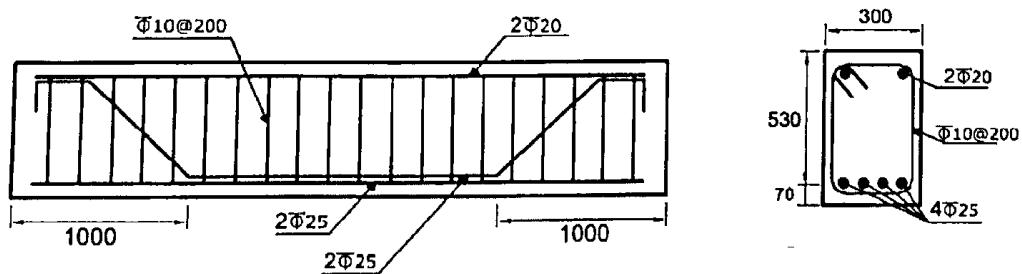
$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} bd) \\ \varphi V_s = 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right) (\sin 60 + \cos 60) + 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{30} \times 350 \times 500) = 122.2 \text{ kN} \\ \varphi V_s = 0.75 \left( \frac{500}{250} (2\pi \times 5^2) \times 300 \right) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) + 0.75 \left( \frac{500}{250} (2\pi \times 6^2) \times 300 \right) = 198 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\varphi V_n = \varphi V_c + \varphi V_s = 122.2 + 198 = 320.2 \text{ kN} = 32 \text{ ton}$$

۳-در یک تیر بتونی پیش ساخته با مقطع نشان داده شده، برای تأمین مقاومت برشی کافی دو عدد از چهار میلگرد  $\Phi 25$  در فاصله یک متري از تکيه گاه با زاویه  $45^\circ$  درجه خم شده اند. نیروی برشی مقاوم مقطع (بدون درنظر گرفتن اثر خمش و نیروی محوری) در ناحیه خم بر حسب kN به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟ (فولاد میلگردها S400 و بتن C25 است. ابعاد روی شکل بر حسب میلی متر است).

505 (۴)      498 (۳)      436 (۲)      416 (۱)



مقاومت برشی بتن:

$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} bd) \\ \varphi V_s = 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right) + \text{Min} \begin{cases} 0.75 (A_v F_y) \sin 45 \\ 0.75 \times (0.25 \times \sqrt{f'_c} b_w d) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{25} \times 300 \times 530) = 101.4 \text{ kN} \\ \varphi V_s = 0.75 \left( \frac{530}{200} (2 \times 3.14 \times 5^2) \times 400 \right) + \text{Min} \begin{cases} 0.75 ((2 \times 3.14 \times 12.5^2) \times 400) \sin 45 \\ 0.75 \times (0.25 \times \sqrt{25} \times 300 \times 530) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi V_c = 101.4 \text{ kN} \\ \varphi V_s = 124.8 \text{ kN} + \text{Min} \begin{cases} 208.1 \text{ kN} \\ 149 \text{ kN} \end{cases} = 273.8 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\varphi V_n = \varphi V_c + \varphi V_{s1} + \varphi V_{s2} = 101.4 + 273.8 = 375.2 \text{ kN}$$

۴۰- مقطعی از یک تیر بتن آرمه مفروض است. در این مقطع، برای تحمل برش از تعدادی آرماتور موازی، که همگی در فاصله‌ای یکسان از تکیه گاه خم شده‌اند، استفاده می‌شود. ارتفاع موثر مقطع برابر با ۶۰۰ میلیمتر، عرض مقطع برابر با ۴۰۰ میلیمتر، زاویه آرماتورهای خم شده به بالا نسبت به افق برابر با ۴۵ درجه، مقاومت مشخصه آرماتورهای خم شده به بالا برابر با  $340 MPa$ ، مقاومت مشخصه بتن برابر با  $25 MPa$  و قطر آرماتور خم شده به بالا برابر با  $12 \text{ mm}$  است.  $V_c$  و  $V_s$  به ترتیب از راست به چپ برابرند با:

$$138 \text{ KN}, 144 \text{ KN} \quad (2)$$

$$216 \text{ K.N}, 0.6 \text{ KN} \quad (4)$$

$$23 \text{ KN}, 144 \text{ KN} \quad (1)$$

$$23 \text{ KN}, 54 \text{ KN} \quad (3)$$

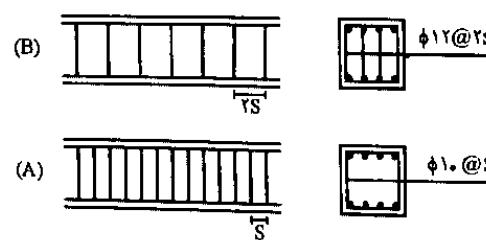
بر اساس ACI-318-19

$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} bd) \\ \varphi V_s = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.75 (A_v F_y) \sin 45 \\ 0.75 \times (0.25 \times \sqrt{f'_c} b_w d) \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi V_c = 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{25} \times 400 \times 600) = 153 \text{ kN} \\ \varphi V_s = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0.75 ((3.14 \times 6^2) \times 340) \sin 45 = 20.4 \text{ kN} \\ 0.75 \times (0.25 \times \sqrt{25} \times 400 \times 600) = 225 \text{ kN} \end{array} \right. = 20.4 \text{ kN} \end{cases}$$

۳- دو طرح (A) و (B) برای خاموت‌گذاری برشی یک تیر بتن آرمه پیشنهاد شده است. مقاومت تأمین شده توسط آرماتورهای عرضی در طرح (B) چند برابر مقاومت مربوطه در طرح (A) خواهد بود؟

(مهندس عمران آن)



$$\frac{V_{SB}}{V_{SA}} = 1/0 \quad (1)$$

$$\frac{V_{SB}}{V_{SA}} = 1/31 \quad (2)$$

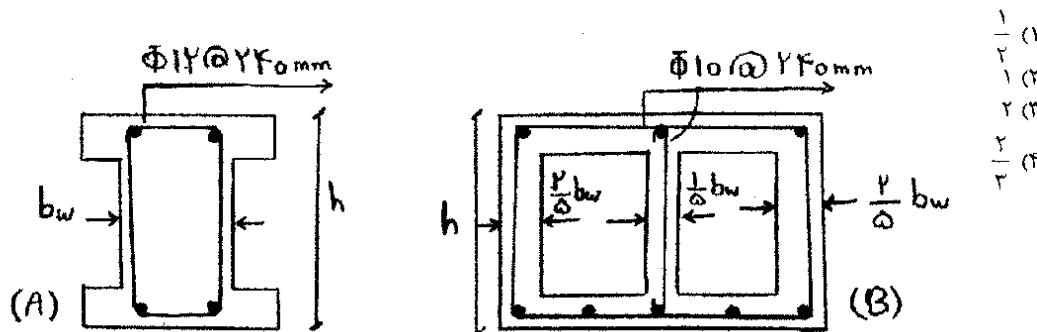
$$\frac{V_{SB}}{V_{SA}} = 1/439 \quad (3)$$

$$\frac{V_{SB}}{V_{SA}} = 0/694 \quad (4)$$

گزینه ۳

سراسری ۸۹

۱۱۴- دو مقطع A و B به صورت زیر می‌باشند. مطلوبست تعیین نسبت ظرفیت برشی مقطع A به مقطع B در صورتی که مقاومت مشخصه فولاد و مقاومت مشخصه بتن در دو مقطع یکسان باشد؟



$\frac{1}{1}$   
 $\frac{2}{2}$   
 $\frac{1}{1}$   
 $\frac{2}{2}$   
 $\frac{3}{3}$   
 $\frac{2}{2}$   
 $\frac{3}{3}$

$\frac{4}{4}$   
 $\frac{3}{3}$   
 $\frac{2}{2}$   
 $\frac{3}{3}$

در هر دو مقطع مقاومت برشی بتن یکسان است. چون مساحت جان آنها یکسان است. مقاومت برشی خاموت دو مقطع نیز برابر است با:

$$V_{SA} = \frac{d}{s} A_v = \frac{d}{240} \times (2\pi \times 6^2) = 0.942d$$

$$V_{SB} = \frac{d}{s} A_v = \frac{d}{240} \times (3\pi \times 5^2) = 0.981d$$

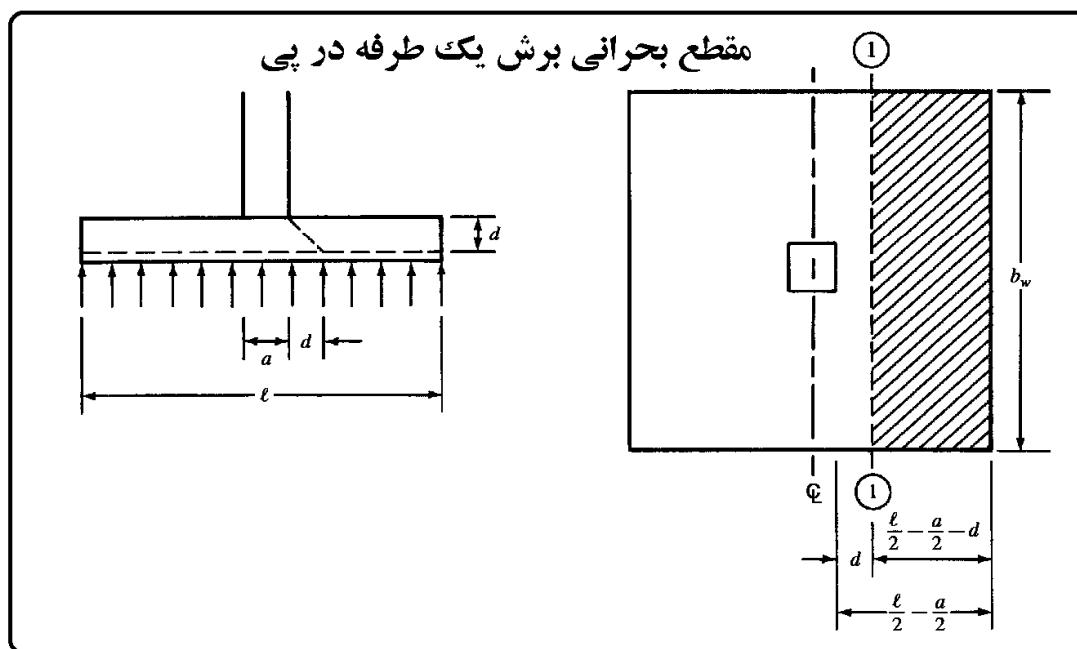
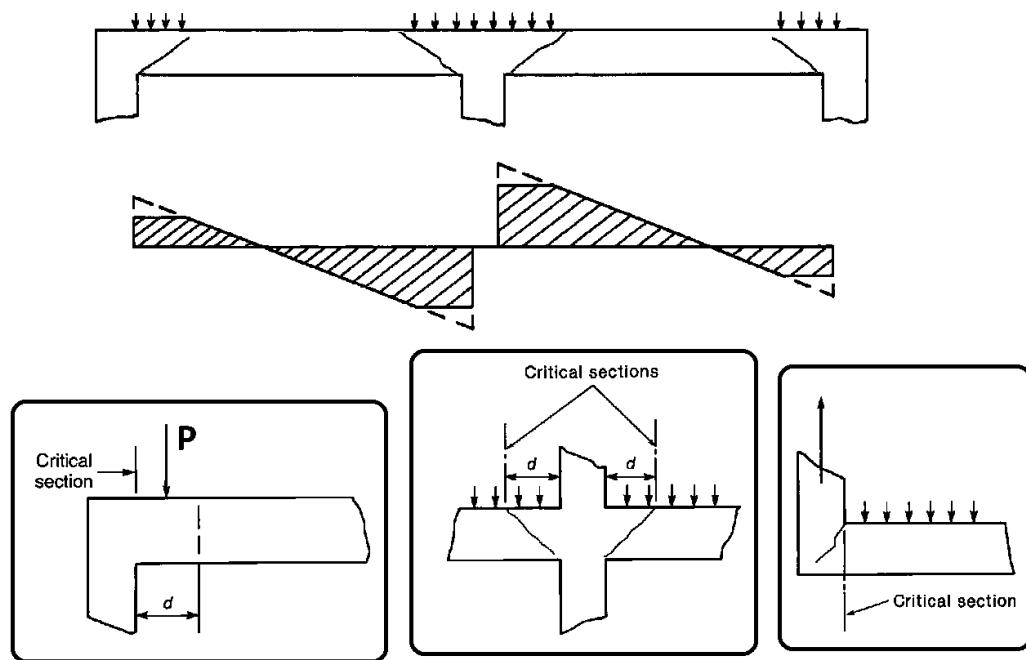
که تقریباً برابر هستند.

### 7.4.3 Factored shear

**7.4.3.1** For slabs built integrally with supports,  $V_u$  at the support shall be permitted to be calculated at the face of support.

**7.4.3.2** Sections between the face of support and a critical section located  $d$  from the face of support for nonprestressed slabs or  $h/2$  from the face of support for prestressed slabs shall be permitted to be designed for  $V_u$  at that critical section if (a) through (c) are satisfied:

- (a) Support reaction, in direction of applied shear, introduces compression into the end region of the slab
- (b) Loads are applied at or near the top surface of the slab
- (c) No concentrated load occurs between the face of support and critical section



۱۱۸- در یک تیر ساده با طول ۱۰ متر و عمق مذکور ۱۰۰ سانتیمتر و بار نهایی گسترده ۲۰ KN.m برش نهایی طراحی برابر است با:

۱۲۰ KN (۴)

۲۰۰ KN (۵)

۱۰۰ KN (۲)

۸۰ KN (۱)

گزینه ۱

#### ۸-۴- فواصل آرماتورهای عرضی

برای اطمینان از اینکه ترک های مایل (ناشی از برش) به تعداد کافی آرماتورهای عرضی را قطع کند، فواصل ارماتورهای عرضی از یک حدی نباید بیشتر باشد.

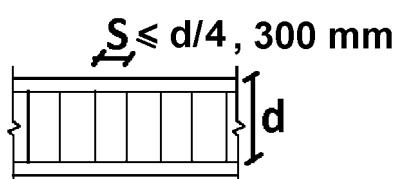
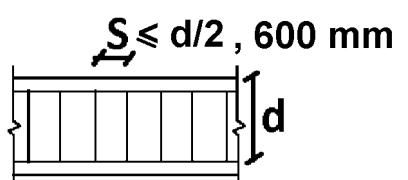
##### 9.7.6.2 Shear

**9.7.6.2.1** If required, shear reinforcement shall be provided using stirrups, hoops, or longitudinal bent bars.

**9.7.6.2.2** Maximum spacing of legs of shear reinforcement along the length of the member and across the width of the member shall be in accordance with Table 9.7.6.2.2.

**Table 9.7.6.2.2—Maximum spacing of legs of shear reinforcement**

Required $V_s$	Maximum $s$ , in.			
	Nonprestressed beam		Prestressed beam	
	Along length	Across width	Along length	Across width
$\leq 0.33\sqrt{f'_c b_w} d$	Lesser of:	$d/2$	$d$	$3h/4$
		600		
$> 0.33\sqrt{f'_c b_w} d$	Lesser of:	$d/4$	$d/2$	$3h/8$
		300		



**9.7.6.2.3** Inclined stirrups and longitudinal bars bent to act as shear reinforcement shall be spaced so that every 45-degree line, extending  $d/2$  toward the reaction from mid-depth of member to longitudinal tension reinforcement, shall be crossed by at least one line of shear reinforcement.

## ۹-۴ - حداقل حجم آرماتور برشی

علاوه بر کنترل حداکثر فواصل، حجم آرماتور عرضی برشی نیز باید از یک حد مشخصی کمتر نباشد.

- با توجه به بند زیر از ۱۹-ACI-318 در صورتی که نیروی برشی وارد بر تیر (Vu) کمتر از  $0.083\phi\lambda\sqrt{f'_c}b_w d$  باشد، نیازی به قرار دادن خاموت نخواهد بود. توجه شود که مقدار فوق در واقع برابر  $\frac{\phi V_c}{2}$  میباشد (البته در صورتی که مقاومت برشی بتن بر اساس رابطه تقریب محاسبه شود).
- در نقاطی از تیر که برش وارد بر تیر بیشتر از نصف مقاومت برشی بتن باشد ( $V_u > 0.083\phi\lambda\sqrt{f'_c}b_w d$ ) باید از آرماتور برشی استفاده شود و مقدار خاموت قرار داده شده نیز نباید کمتر از آرماتور حداقل برشی باشد.

## CHAPTER 9—BEAMS

### 9.6—Reinforcement limits

#### 9.6.3 Minimum shear reinforcement

**9.6.3.1** For nonprestressed beams, minimum area of shear reinforcement,  $A_{v,min}$ , shall be provided in all regions where  $V_u > 0.083\phi\lambda\sqrt{f'_c}b_w d$  except for the cases in Table 9.6.3.1. For these cases, at least  $A_{v,min}$  shall be provided where  $V_u > \phi V_c$ .

**Table 9.6.3.1—Cases where  $A_{v,min}$  is not required if  $V_u \leq \phi V_c$**

Beam type	Conditions
Shallow depth	$h \leq 250$ mm
Integral with slab	$h \leq$ greater of $2.5t_f$ or $0.5b_w$ and $h \leq 600$ mm
Constructed with steel fiber-reinforced normalweight concrete conforming to 26.4.1.5.1(a), 26.4.2.2(i), and 26.12.7.1(a) and with $f'_c \leq 40$ MPa	$h \leq 600$ mm and $V_u \leq \phi 0.17\sqrt{f'_c}b_w d$
One-way joist system	In accordance with 9.8

مثال: در یک تیر بتونی با مشخصات زیر نیروی برشی چقدر باید باشد تا بتوان در داخل تیر خاموت قرار نداد؟  
 $b=400$  mm,  $h=500$  mm,  $d=430$  mm, C25, S400

$$V_u \leq 0.083 \times 0.75 \times \sqrt{25} \times 400 \times 430 = 53.5 \text{ kN} = 5 \text{ ton}$$

- نرم افزار ETABS در برخی تیرها آرماتور برشی محاسبه شده را برابر صفر نشان میدهد که نشان میدهد در آن تیر نیروی برشی ناچیز بوده و به لحاظ آین نامه ای نیاز به خاموت ندارد.
- توجه شود که در تیرهای قابهای خمشی متوسط و ویژه در دو انتهای تیر در طول ناحیه بحرانی (به طول  $2h$ ) باید از تنگ بسته استفاده شود (به لحاظ شکل پذیری). بنابراین چه نیاز به خاموت برشی باشد و چه نباشد، قرار دادن یک کادر بسته الزامی است. از در صورتی که در تیر خاموت قرار ندهیم، اجرای آرماتورهای طولی شاید با مشکل مواجه شود. بنابراین مهندسین در تمامی تیرها از خاموت استفاده میکنند (حتی اگر به لحاظ محاسبات برش نیاز نباشد).

**9.6.3.4** If shear reinforcement is required and torsional effects can be neglected according to 9.5.4.1,  $A_{v,min}$  shall be in accordance with Table 9.6.3.4.

**Table 9.6.3.4—Required  $A_{v,min}$** 

Beam type	$A_{v,min}/s$		
Non prestressed and prestressed with $A_{ps}f_{se} < 0.4(A_{ps}f_{pu} + A_s f_y)$	Greater of:	$0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}}$	(a)
		$0.35 \frac{b_w}{f_{yt}}$	(b)
Prestressed with $A_{ps}f_{se} \geq 0.4(A_{ps}f_{pu} + A_s f_y)$	Lesser of:	$0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}}$	(c)
		$0.35 \frac{b_w}{f_{yt}}$	(d)
		$\frac{A_{ps}f_{pu}}{80f_{yt}d} \sqrt{\frac{d}{b_w}}$	(e)

مثال: در یک تیر بتونی با مشخصات زیر حداقل قطر خاموت لازم را با فرض اینکه خاموت حداقل لازم باشد را بدست آوردید. فرض کنید فواصل خاموتها از هم برابر  $s=200$  mm باشد. رده میلگرد های برشی عرضی S300 فرض شود.  
 $b=400$  mm,  $h=500$  mm,  $d=430$  mm, C25,  $s=200$  mm

$$\frac{A_v}{s} = \text{Max} \begin{cases} 0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{F_{yt}} \\ 0.35 \frac{b_w}{F_{yt}} \end{cases} \rightarrow \frac{A_v}{200} = \text{Max} \begin{cases} 0.062\sqrt{25} \frac{400}{300} = 0.413 \\ 0.35 \frac{400}{300} = 0.4666 \end{cases} \rightarrow A_v = 93.33 \text{ mm}^2$$

$$\rightarrow 2\pi r^2 = 93.33 \rightarrow r = 3.855 \text{ mm} \rightarrow d_b = 7.71 \text{ mm} \rightarrow \varphi 8 @ 200$$

در مواردی که نیروی برشی وارد بر تیر ( $V_u$ ) مقدار بزرگ و قابل توجهی باشد، خاموت لازم برای تیر نیز افزایش میابد. برای مثال فرض کنید برش وارد بر تیر  $N = 500 \text{ kN}$  باشد و مقاومت برشی بتن در تیر برابر  $\varphi V_c = 150 \text{ kN}$  باشد. در این حالت بتن به تنها یی قادر به تحمل برش نخواهد بود و اضافه برش را خاموت باید تحمل کنید:

$$V_u \leq \varphi V_c + \varphi V_s$$

با افزایش  $V_u$  باید حجم خاموت نیز افزایش یابد تا تیر بتواند اضافه برش را تحمل کند.  
در این رابطه محدودیت داریم و نمی توان تا هر حدی دلخواهی اضافه برش را با افزودن خاموت تامین کرد.  
در بند زیر این محدودیت مطرح شده است.

## 22.5—One-way shear strength

### 22.5.1 General

**22.5.1.1** Nominal one-way shear strength at a section,  $V_n$ , shall be calculated by:

$$V_n = V_c + V_s \quad (22.5.1.1)$$

**22.5.1.2** Cross-sectional dimensions shall be selected to satisfy Eq. (22.5.1.2).

$$V_u \leq \phi(V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) \quad (22.5.1.2)$$

**22.5.1.3** For nonprestressed members,  $V_c$  shall be calculated in accordance with 22.5.5.

مثال: در یک تیر بتنی با مشخصات  $b=400 \text{ mm}$ ,  $h=500 \text{ mm}$ ,  $d=430 \text{ mm}$ , C25,  $s=200 \text{ mm}$  مقادیر زیر را تعیین کنید:

- ۱ - مقاومت برشی بتن  $\varphi V_c$
- ۲ - حداکثر نیروی برشی  $V_u$  که میتوان به تیر وارد کرد
- ۳ - حداکثر مقاومت برشی آرماتورهای عرضی  $\varphi V_s$

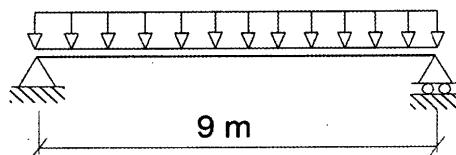
$$\varphi V_c = \varphi 0.17 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.75 \times 0.17 \sqrt{25} \times 400 \times 450 = 114.75 \text{ kN}$$

$$\varphi V_{n-max} = \varphi (V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75 \times 0.83 \sqrt{25} \times 400 \times 450 = 560.25 \text{ kN}$$

$$\varphi V_n = \varphi V_c + \varphi V_s \rightarrow \quad 560.25 = 114.75 + \varphi V_s \rightarrow \varphi V_s = 0 = 445.5 \text{ kN}$$

- نیروی برشی وارد بر تیر فوق نباید از  $560.25 \text{ kN}$  فراتر رود. در غیر این صورت باید ابعاد مقطع تیر افزایش یابد. با افزایش ابعاد مقطع تیر ( $b$  و  $d$ ) مقاومت برشی بتن تیر و نیز حداکثر مقاومت برشی مجاز تیر نیز افزایش میابند.

-۵۵- یک تیر دو سر ساده بتن آرمه پیش ساخته با مقطع مستطیل شکل به طول دهانه ۹ متر، عرض مقطع ۴۰۰ mm و ارتفاع موثر مقطع ۵۲۵ mm، تحت اثر بار گستردگی کنواخت مرده ۲۰ kN/m (شامل وزن تیر) و بار گستردگی کنواخت زنده ۱۵ kN/m قرار خواهد داشت. تعیین کنید به طور نظری حداقل در چند درصد از طول تیر باید آرماتور برشی قرار داده شود؟ (از مولفه قائم زلزله صرف نظر شود و نزدیکترین گزینه به پاسخ انتخاب گردد. همچنین بتن از رده C25 و میلگرد از نوع S340 در نظر گرفته شود).



- (۱) ۱۰۰ درصد
- (۲) ۷۰ درصد
- (۳) ۵۰ درصد
- (۴) ۳۰ درصد

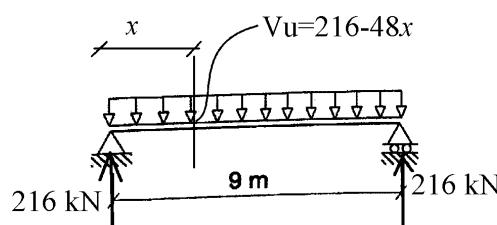
گزینه ۲

در نقاطی که برش ضریب دار وارد بر تیر ( $V_u$ ) کمتر از نصف مقاومت برشی بتن تیر ( $V_u < 0.083\varphi\sqrt{f'_c}b_w d$ ) باشد، نیاز به آرماتور برشی نخواهد بود.

$$q_u = 1.2q_D + 1.6q_L = 48 \frac{kN}{m}$$

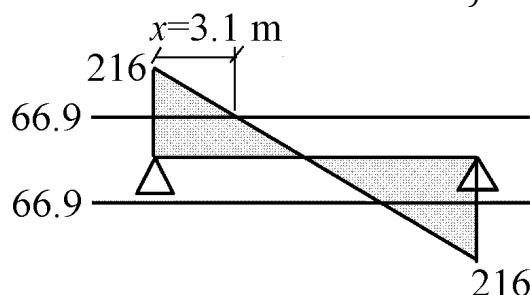
$$(V_u = 216 - 48x) < \left( 0.083\varphi\sqrt{f'_c}b_w d = 0.083 \times 0.75 \times \sqrt{25} \times 400 \times 525 = 66.9 \text{ kN} \right)$$

$$\rightarrow x = 3.106 \text{ m}$$



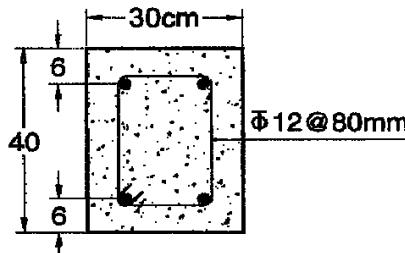
در ابتدا و انتهای تیر که برش وارد بیش از ۶۶.۹ kN است باید آرماتور برشی قرار داده شود. بنابراین:

$$= \text{درصدی از طول تیر که باید آرماتور برشی قرار داده شود} = \frac{2 \times 3.106}{9} = 0.69 = 69\%$$



## محاسبات ۸۹

-۳۶- نیروی برشی مقاوم مقطع تیر زیر که به صورت در جا بتن ریزی می‌شود، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر می‌باشد؟ ( $f_{yv} = 400 \text{ MPa}$ ,  $f_c = 22.5 \text{ MPa}$ )



- $V_r = 390 \text{ kN}$  (۱)
- $V_r = 373 \text{ kN}$  (۲)
- $V_r = 350 \text{ kN}$  (۳)
- $V_r = 327 \text{ kN}$  (۴)

$$\varphi V_n = \varphi V_c + \varphi V_s$$

$$= 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} bd) + 0.75 \left( \frac{d}{s} A_v F_{yt} \right)$$

$$= 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{22.5} \times 300 \times 340) + 0.75 \left( \frac{340}{80} (2\pi \times 6^2) \times 400 \right)$$

$$= 61.688 \text{ kN} + 288.25 \text{ kN} = 350 \text{ kN}$$

کنترل مقاومت برشی حداکثر:

$$V_u < \varphi(V_c + 0.66\sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75(82251 + 319327) = 301 \text{ kN}$$

بنابراین مقاومت مقطع برابر 301 kN می‌باشد.

## محاسبات - ۹۱

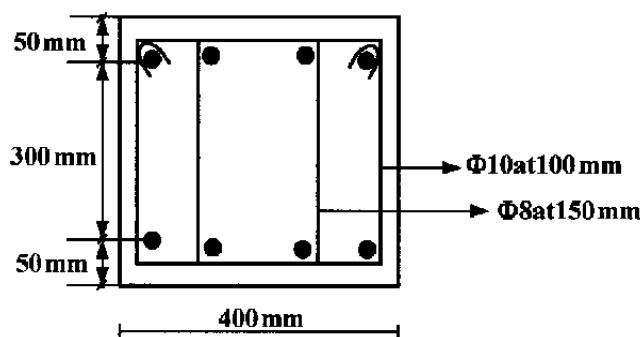
-۳۷- نیروی برشی مقاوم مقطع تیر روبه‌رو، چند kN است؟ ( $f_c = 25 \text{ MPa}$ ,  $f_y = 300 \text{ MPa}$ )

۱۹۲ (۱)

۲۱۱ (۲)

۲۱۹ (۳)

۲۹۱ (۴)



$$A_{\phi 10} = 78.5 \text{ mm}^2$$

$$A_{\phi 8} = 50.24 \text{ mm}^2$$

$$V_c = 0.17 \times \sqrt{25}(400 \times 350) = 119 \text{ kN}$$

$$V_s = \left( \frac{78.5 \times 2}{100} + \frac{50.24 \times 2}{150} \right) \times 350 \times 300 = 235 \text{ kN}$$

$$\left. \begin{aligned} V_n &= 354 \text{ kN} & \rightarrow & \varphi V_n = 265 \text{ kN} \\ \end{aligned} \right\}$$

کنترل خاموت حداکثر:

$$\left( \frac{A_v}{s} = \frac{2 \times 3.14 \times 5^2}{100} + \frac{2 \times 3.14 \times 4^2}{150} = 2.24 \right) > \text{Max} \left( 0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{F_y} = 0.4, 0.35 \frac{b_w}{F_y} = 0.46 \right) \quad OK$$

کنترل مقاومت برشی حداکثر:

$$V_u < \varphi(V_c + 0.66\sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75(119000 + 0.66\sqrt{25} \times 400 \times 350) = 436 \text{ kN} \quad OK$$

کنترل فاصله خاموت ها:

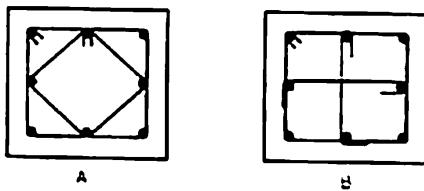
$$V_s = 235 \text{ kN} \leq 0.33\sqrt{f'_c} b_w d = 231 \quad s < \frac{d}{4} = \frac{350}{4} = 87.5 \text{ mm}$$

فاصله خاموت ها بیش از مقدار مجاز است. بنابراین حداکثر مقاومت مجاز مقطع برابر است با:

$$\varphi V_n = \varphi(V_c + V_s) = \varphi(119 + 231) = 262.5 \text{ kN}$$

## محاسبات ۹۲

-۴۱- دوستون با مقاطع A و B مفروضند. اگر غیر از آرایش تنگها، سایر مشخصات (بارگذاری، ابعاد، رده بتن، سایز، تعداد و نوع میلگردها، فواصل تنگها و...) کاملاً یکسان باشند. درخصوص مقاومت برشی این دو ستون، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



- ۱) مقاومت برشی هر دو ستون برابر است.
- ۲) مقاومت برشی ستون B بیش از ستون A می‌باشد.
- ۳) مقاومت برشی ستون A بیش از ستون B می‌باشد.
- ۴) مقاومت برشی هر دو ستون، فقط در بارگذاری‌های عیلرزای برابر است.

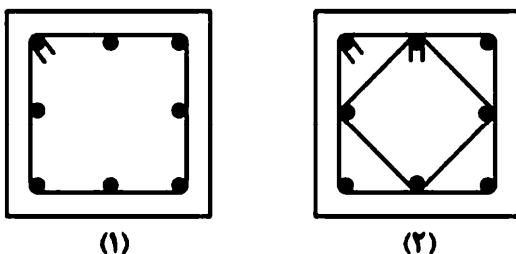
گزینه ۳

$$(A_v)_A = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 \sin 45 = 3.4\pi r^2$$

$$(A_v)_B = 3\pi r^2$$

## سراسری ۹۷

-۱۱۶- در دو مقطع بتن آرمه (۱) و (۲) ابعاد، قطر آرماتورهای طولی و عرضی و فواصل خاموت‌گذاری یکسان است. در مقطع (۱) از یک خاموت بسته مربعی و در مقطع (۲) از دو خاموت بسته مربعی مطابق شکل استفاده شده است. نسبت مقاومت برشی تأمین شده توسط آرماتورهای عرضی (V۸) در مقطع (۲) به مقاومت برشی تأمین شده توسط آرماتورهای عرضی در مقطع (۱) حدوداً کدام است؟



- ۱)
- ۲)
- ۱/۴ (۳)
- ۱/۲ (۴)

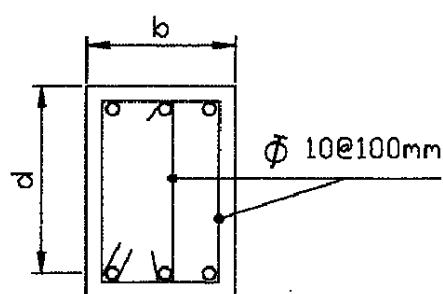
گزینه ۴

در مورد ساقه‌های مورب باید مولفه قائم آنها در نظر گرفته شود:

$$(A_v)_2 = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 \sin 45 = 2\pi r^2 \times 1.7$$

$$(A_v)_1 = 2\pi r^2$$

-۳۵- در صورتی که  $b=25 \text{ cm}$  ،  $d=40 \text{ cm}$  ،  $b=25 \text{ cm}$  و از آرماتورهای برشی عمود بر محور تیر مطابق شکل استفاده شده باشد، نیروی برشی مقاطع پر حساب کیلونیوتن به کدام گزینه نزدیک‌تر است.



- 385 (۱)
- 400 (۲)
- 350 (۳)
- 420 (۴)

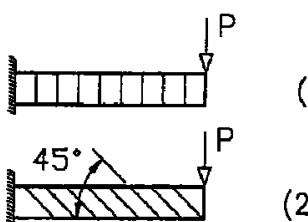
-۲۳- در یک تیر بتن آرمه با آرماتور برشی، نیروی برشی مقاومت تمام عوامل به جز آرماتور برشی ( $V_r$ ) نصف مقاومت ناشی از آرماتور برشی ( $V_s$ ) می‌باشد. چنانچه فاصله آرماتورهای برشی در تیر به  $\frac{2}{3}$  مقدار قبلی آن کاهش یابد و مقررات آیین‌نامه رعایت شده باشد، نسبت نیروی برشی مقاوم تیر در این حالت به حالت قبلی به کدامیک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

- ۱) ۱.۲۵      ۲) ۱.۳۳      ۳) ۱.۵۰      ۴) ۱.۷۵

گزینه ۲

$$V_n = V_c + V_s \quad \begin{cases} (V_r)_I = V_c + V_s = 0.5V_s + V_s = 1.5V_s \\ (V_r)_{II} = V_c + V_s = 0.5V_s + \frac{3}{2}V_s = 2V_s \end{cases} \rightarrow \frac{(V_r)_{II}}{(V_r)_I} = \frac{2}{1.5} = 1.33$$

-۴۳- در یک تیر کنسول بتی از آرماتورهای برشی مطابق شکل‌های ۱ و ۲ استفاده شده است. با فرض یکسان بودن  $S$  و  $A_v$  در هر دو حالت، نسبت نیروی برشی مقاوم آرماتورهای برشی حالت ۲ نسبت به حالت ۱ برابر است با :



- ۱) ۲/۰۰  
۲) ۰/۷۱  
۳) ۱/۰۰  
۴) ۱/۳۱

گزینه ۴

$$\sin 45 + \cos 45 = 1.41$$

-۱۱۹- در یک مقطع بتن مسلح، کدامیک از موارد زیر در مقاومت برشی تیر تأثیر چندانی ندارد؟

- ۱) درصد فولاد فشاری تیر  
۲) درصد فولاد کششی تیر  
۳) نیروی محوری در مقطع  
۴) مقدار لنگر خمی،  $M_u$ ، وارد بر مقطع

با توجه به رابطه دقیق محاسبه مقاومت برشی بتن، گزینه ۱ صحیح است.

-۲۶- در یک تیر بتنی با مقطع مربعی شکل که تحت اثر برش و خمش قرار دارد، نسبت حداقل نیروی برشی مقاوم تامین شده (قابل قبول) توسط فولادهای برشی به نیروی برشی مقاوم تامین شده توسط بتن به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (بتن از رده C30 و میلگردها از نوع S400 است. برای تعیین نیروی برشی مقاوم تامین شده توسط بتن استفاده از روابط با جزئیات دقیق‌تر مدنظر نیست).

- ۱) ۵.۲۵      ۲) ۵.۸۵      ۳) ۴.۰      ۴) ۱.۲۵

گزینه ۳

مقاومت برشی بتن:

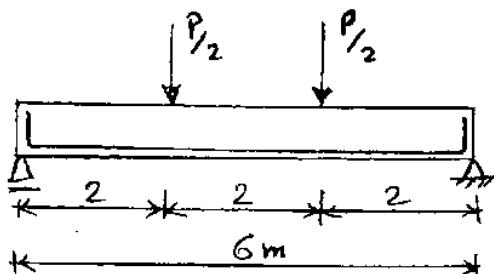
$$\varphi V_c = \varphi 0.17 \sqrt{f_c} b_w d = \varphi 0.17 \times \sqrt{f_c} b_w d$$

مقاومت برشی فولادهای برشی (حداکثر ممکن):

$$\varphi V_s = V_{max} - \varphi V_c = \varphi (V_c + 0.66 \sqrt{f_c} b_w d) - \varphi V_c = \varphi 0.66 \sqrt{f_c} b_w d$$

$$\frac{V_s}{V_c} = \frac{0.66}{0.17} = 3.88$$

- ۱۱۹ - تیر بتن آرمهی نشان داده شده در شکل زیر، مفروض است. لنگر مقاوم مقطع در تمام طول تیر  $600 \text{ kN.m}$  و مقاومت برشی حداقل تیر بدون فولاد برشی  $V_c = 50 \text{ kN}$  است. برای افزایش مقاومت برشی تیر، دهانه‌های برش را تا حداقل ممکن با خاموت برشی تقویت می‌کنیم. گزینه‌ی صحیح در این حالت، کدام است؟



- (۱) بار گسیختگی کل تیر از  $100 \text{ kN}$  به  $300 \text{ kN}$  افزایش پیدا می‌کند.
- (۲) بار گسیختگی کل تیر از  $100 \text{ kN}$  به  $500 \text{ kN}$  افزایش پیدا می‌کند.
- (۳) بار گسیختگی کل تیر از  $100 \text{ kN}$  به  $600 \text{ kN}$  افزایش پیدا می‌کند.
- (۴) بار گسیختگی کل تیر تفاوتی نمی‌کند، چون در وسط دهانه برش صفر بوده و خمش حاکم است.

گزینه ۲

$$\text{حداکثر برش در تیر برابر است با: } V_u = \frac{P}{2}$$

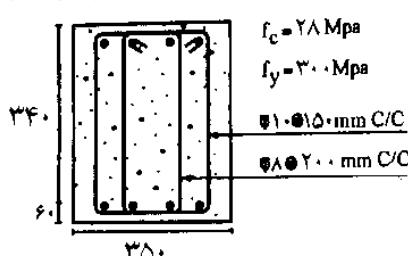
قبل از تقویت بار گسیختگی برابر است با:

$$\frac{P}{2} < V_c = 50 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad P < 100 \text{ kN}$$

پس از تقویت مقاومت برشی تیر حداکثر برابر  $V_n = 5V_c = 250 \text{ kN}$  خواهد بود و بنابراین بار گسیختگی برابر است با:

$$\frac{P}{2} < 250 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad P < 500 \text{ kN}$$

**مقاومت برشی طراحی مقطع نشان داده شده در شکل زیر چقدر می‌باشد:** (براسانم آینه آیا)  
(مهندس عمران آزاد ۸۷)



$190/4 \text{ kN}$	(۱)
$182/4 \text{ kN}$	(۲)
$166/4 \text{ kN}$	(۳)
$216/8 \text{ kN}$	(۴)

حداکثر فاصله خاموت‌ها در تیر  $d/2 = 340/2 = 170 \text{ mm}$  می‌باشد و بنابراین در محاسبه مقاومت برشی باید از آرماتور عرضی  $\varphi 8 @ 200$  صرف نظر شود:

$$\begin{aligned} \varphi V_n &= \varphi V_c + \varphi V_s = 0.75 \times 0.17 \times \sqrt{28} \times 350 \times 340 + 0.75 \times \frac{340}{150} \times 2 \times \pi \times 5^2 \times 300 \\ &= 80.2 + 80.07 = 160 \text{ kN} \end{aligned}$$

- ۳۴- علت اصلی محدودیت حداکثر آرماتور برشی در اعضای بتن مسلح چیست؟ (مهندس عمران آزاد ۸۷)
- (۱) جلوگیری از شکست برشی - کشش
  - (۲) جلوگیری از شکست برشی - فشاری
  - (۳) جلوگیری از تراکم آرماتور برشی
  - (۴) کاهش هزینه‌ها و ارائه طرح بهینه

گزینه ۲

## سراسری ۸۱

۱۰- در تیر مقابله با فولادگذاری برشی نشان داده شده، ظرفیت برشی فولادهای برشی به صورت تشوریک کدام است؟  $\phi_s = 1/0$

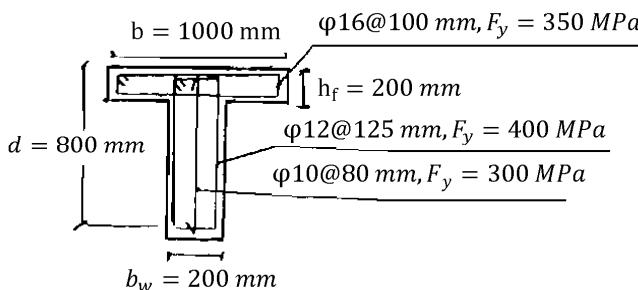
شود

۸۱۴ kN (۱)

۵۷۸ kN (۲)

۱۰۲۵ kN (۳)

۱۹۴۰ kN (۴)



$$V_s = \sum \frac{A_v}{s} dF_y = \left( \frac{78.5 \times 1}{80} \times 800 \times 300 \right) + \left( \frac{113 \times 2}{125} \times 800 \times 400 \right) = 814 \text{ kN}$$

توجه: تنها آرماتورهای عرضی که در کل ارتفاع مقطع ادامه یافته اند باید در محاسبه مقاومت برشی منظور شوند.

## سراسری ۹۸

۱۲۳- اگر در یک تیربتن مسلح با ارتفاع مؤثر مقطع  $d$  از فولادهای برشی مایل با زاویه  $60^\circ$  نسبت به فولادهای خمی

طولی استفاده شود حداقل گام افقی  $S$  برای فولادهای برشی با فرض زاویه ترک  $45^\circ$  کدام است؟

$$\frac{d}{2} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad (1)$$

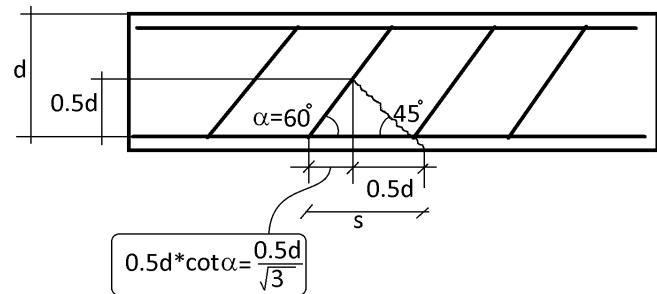
$$\frac{d}{2} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{d}{2} \left( 1 + \sqrt{2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{d}{2} \quad (4)$$

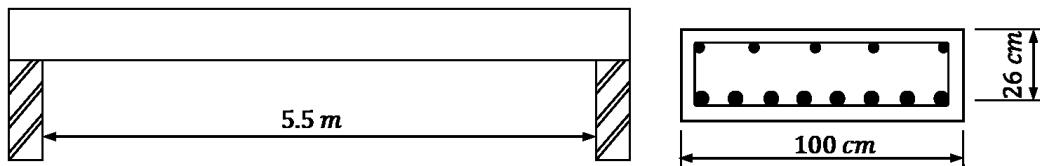
گزینه ۱

فاصله خاموت ها باید به گونه ای باشد که هر ترکی که از ناحیه کششی تیر شروع میشود، قبل از اینکه نصف ارتفاع مؤثر تیر را عبور کند، توسط یک خاموت مهار شود.



**Example:**

The simply supported beam shown below is loaded by a service dead load of  $40 \text{ KN/m}$ , and a uniformly distributed service live load of  $25 \text{ KN/m}$ . Design vertical stirrups for this beam. The concrete strength is  $25 \text{ MPa}$ , and the yield strength of the stirrups is  $412 \text{ MPa}$ .

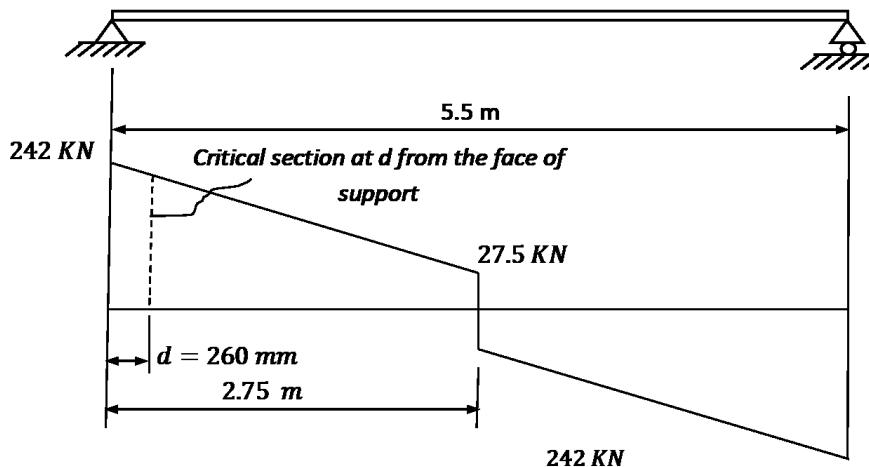
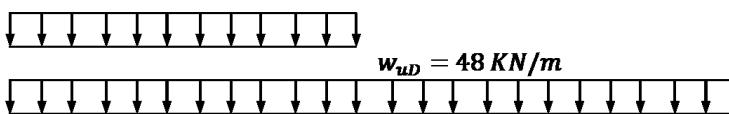
**Solution:**

$$w_{uD} = 1.2 \cdot 40 = 48 \text{ KN/m}, \quad w_{uL} = 1.6 \cdot 25 = 40 \text{ KN/m}$$

$$V_u \text{ at face of support} = \frac{wl}{2} = \frac{(48 + 40) \cdot 5.5}{2} = 242 \text{ KN},$$

$$V_u \text{ at midspan} = \frac{w_{uL}l}{8} = \frac{40 \cdot 5.5}{8} = 27.5 \text{ KN},$$

$$w_{uL} = 40 \text{ KN/m}$$



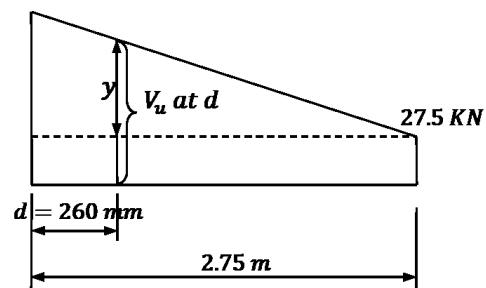
Critical section at  $d = 260 \text{ mm}$  from the face of support.

$$V_u \text{ at } d = 260 \text{ mm}.$$

$$\frac{242 - 27.5}{2.75} = \frac{y}{2.75 - 0.26} \rightarrow y = 194.22 \text{ KN}$$

$$V_u = y + 27.5 = 194.22 + 27.5 = 221.72 \text{ KN}$$

$$V_c = \frac{1}{6} \lambda \sqrt{f'_c} b_w d = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot \sqrt{25} \cdot 1000 \cdot 260 \cdot 10^{-3} = 216.67 \text{ KN.}$$



Check for section dimensions:

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{221.72}{0.75} - 216.67 = 79 \text{ KN.}$$

$$V_{s,max} = \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} b_w d = \frac{2}{3} \sqrt{25} \cdot 1000 \cdot 260 \cdot 10^{-3} = 866.67 \text{ KN}$$

$V_s = 79 \text{ KN} < V_{s,max} = 866.67 \text{ KN}$  – the section is large enough.

Check for  $V_{s,min}$ :

$$A_{v,min} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad \text{but not less than}$$

$$A_{v,min} = \frac{1}{3} \frac{b_w s}{f_{yt}}, \quad -control \quad \left( \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} = \frac{5}{16} < \frac{1}{3} \right)$$

$$V_{s,min} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} b_w d = \frac{1}{16} \sqrt{25} \cdot 1000 \cdot 260 \cdot 10^{-3} = 81.25 \text{ KN}$$

$$V_{s,min} = \frac{1}{3} b_w d = \frac{1}{3} 1000 \cdot 260 \cdot 10^{-3} = 86.67 \text{ KN} \quad -control$$

$$\phi V_c < V_u \leq \phi(V_c + V_{s,min})$$

$$0.75(216.67) = 162.5 \text{ KN} < V_u = 221.72 \text{ KN} < 0.75(216.67 + 86.67) = 227.51 \text{ KN}$$

Or  $V_s = 79 \text{ KN} < V_{s,min} = 86.67 \text{ KN}$  – Case III

$$\frac{A_{v,min}}{s} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}} \quad \text{but not less than} \quad \frac{A_{v,min}}{s} = \frac{1}{3} \frac{b_w}{f_{yt}},$$

$$\frac{A_{v,min}}{s} = \frac{1}{16} \sqrt{25} \frac{1000}{412} = 0.7585$$

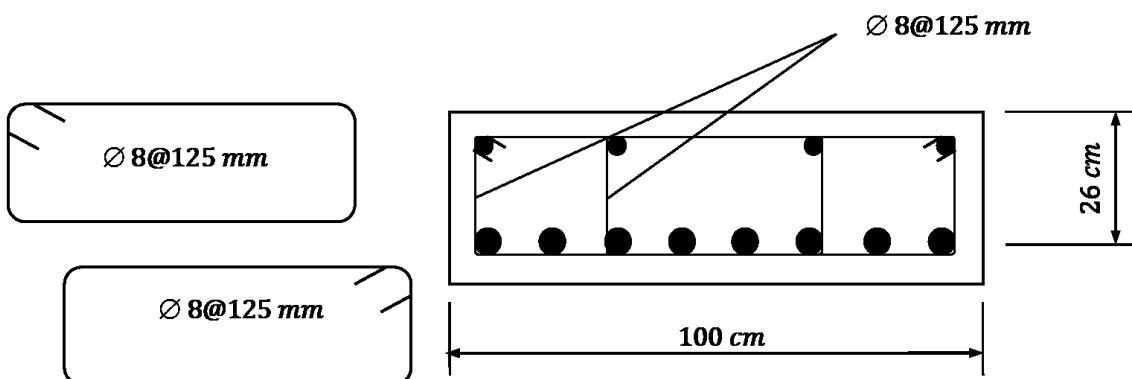
$$\frac{A_{v,min}}{s} = \frac{1}{3} \times \frac{1000}{412} = 0.80906 \quad -control$$

Use stirrups 2U-shape (4-leg stirrups) Ø 8 mm with  $A_v = 4 \cdot 50.27 = 201.1 \text{ mm}^2$

$$\frac{201.1}{s} = 0.80906 \quad \Rightarrow \quad s = 248.6 \text{ mm}$$

$$s_{max} \leq 600 \text{ mm}, \quad s_{max} \leq \frac{d}{2} = \frac{260}{2} = 130 \text{ mm} - control$$

Take 2U-shape (4-leg stirrups) Ø 8@125 mm  $< s_{max} = 130 \text{ mm}$



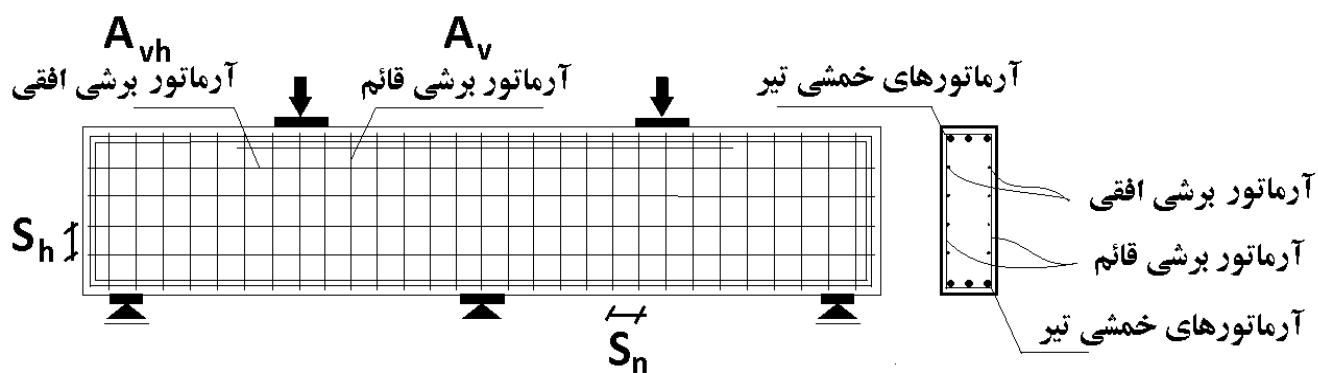
## 9.9—Deep beams

### 9.9.1 General

**9.9.1.1** Deep beams are members that are loaded on one face and supported on the opposite face such that strut-like compression elements can develop between the loads and supports and that satisfy (a) or (b):

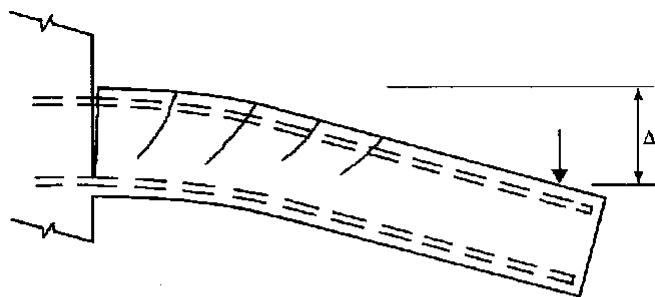
- (a) Clear span does not exceed four times the overall member depth  $h$
- (b) Concentrated loads exist within a distance  $2h$  from the face of the support

**9.9.1.2** Deep beams shall be designed taking into account nonlinear distribution of longitudinal strain over the depth of the beam.

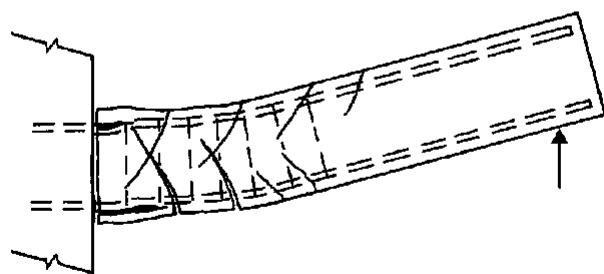


## ۵-ضوابط لرزه ای تیرها

به شکل زیر توجه کنید. در اثر بارگذاری (برش و خمش) ترک های خمی و برشی در تیر ایجاد می شود.  
با تغییر جهت بار، ترکهای قبلی بسته شده و ترک های جدید ایجاد می شود.  
پس از چندین بار تغییر جهت بار شکل ترک ها مانند شکل دوم خواهد شد.



ترک در تیر در اثر خمش تیر به سمت پایین



ترک در تیر در اثر خمش تیر به سمت بالا

سپس پوسته بتن خواهد ریخت. پس از ریزش پوسته بتن، میلگردهای طولی کمانش خواهند کرد مگر اینکه توسط تنگ بسته با فواصل مناسب مهار شده باشند.

### ۱-۵- لنگر خمی محتمل

در محاسبات مربوط به طراحی لرزه ای تعاریف زیر لازم هستند:

- لنگر خمی طراحی تیر:

$$\varphi M_n = \varphi A_s F_y Z = 0.9 A_s F_y Z$$

- لنگر خمی اسمی تیر:

$$M_n = A_s F_y Z$$

- لنگر خمی محتمل تیر:

$$M_{pr} = A_s (1.25 \times F_y) Z$$

در محاسبه لنگر خمی محتمل (رابطه سوم) با توجه به اینکه احتمال دارد تنش در میلگردها از  $F_y$  فراتر رود (وارد ناحیه سخت شوندگی کرنش شود) تنش در میلگرد برابر  $1.25F_y$  فرض میشود. اثرات سخت شوندگی کرنش در کرنش های زیاد موجب بالا رفتن تنش در میلگرد می شود. همچنین ممکن است تنش تسلیم واقعی میلگرد بیش از مقدار اسمی آن باشد.

در مثال زیر یک نمونه نحوه محاسبه لنگر مقاوم خمشی اسمی و محتمل نشان داده شده است

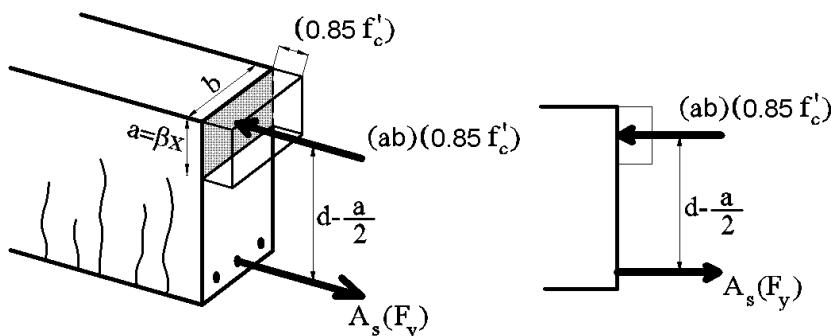
محاسبات ۹۷

۴۲- در یک تیر بتن آرمه در محاسبه لنگر خمشی مقاوم اسمی، عمق ناحیه فشاری ( $\beta_{ix}$ ) برابر ۰.۲۲d بدست آمده است که d فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز سطح آرماتور کششی طولی است. نسبت لنگر خمشی مقاوم محتمل به لنگر خمشی مقاوم اسمی برای این مقطع حدوداً چقدر خواهد بود؟

1.10 (۴)      1.16 (۳)      1.21 (۲)      1.25 (۱)

گزینه ۲

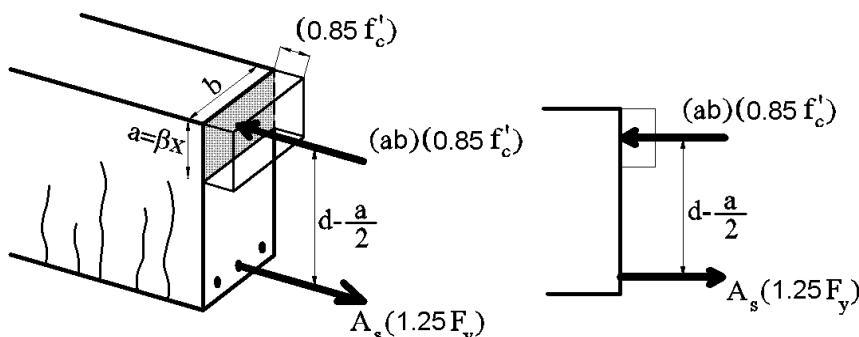
هنگام محاسبه مقاومت خمشی "اسمی"، مقدار  $\beta\chi$  و در نتیجه مقاومت خمشی از رابطه زیر بدست میابید:



$$A_s(F_y) = (ab)(0.85 f'_c) \rightarrow a = \beta x = \frac{A_s(F_y)}{(b)(0.85 f'_c)} = 0.22d$$

$$\rightarrow M_n = A_s F_y Z = A_s F_y \left( d - \frac{0.22d}{2} \right) = A_s F_y (0.89d)$$

محاسبه مقاومت خمشی "محتمل"، مقدار  $\beta\chi$  و در نتیجه مقاومت خمشی از رابطه زیر بدست میابید:



$$A_s(1.25 F_y) = (ab)(0.85 f'_c) \rightarrow a = \beta x = \frac{A_s(1.25 F_y)}{(b)(0.85 f'_c)} = 1.25 \times 0.22d = 0.275d$$

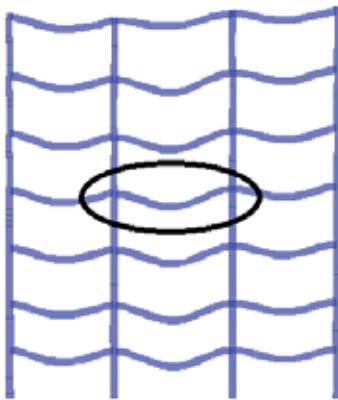
$$\rightarrow M_{pr} = A_s(1.25 F_y) Z = A_s 1.25 F_y \left( d - \frac{0.275d}{2} \right) = A_s F_y (1.0781d)$$

$$\frac{M_{pr}}{M_n} = \frac{1.0781}{0.89} = 1.21$$

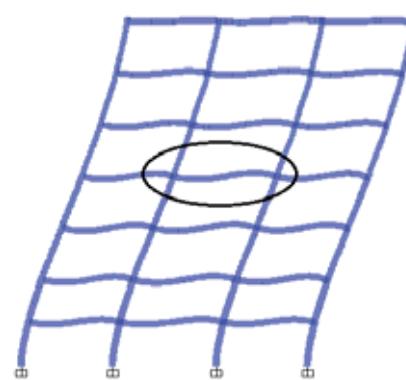
- در موارد طراحی برش بر اساس ظرفیت خمشی (که در بند های بعدی آمده است) از لنگر محتمل استفاده خواهد شد.

## ۲-۵- محاسبه نیروی برشی تیرهای قابهای خمی بر اساس ظرفیت خمی

قبل از بحث در رابطه با محاسبه نیروی برشی بر اساس ظرفیت خمی، به دیاگرام های لنگر تحت بارهای ثقلی و بارهای جانبی توجه نمایید:

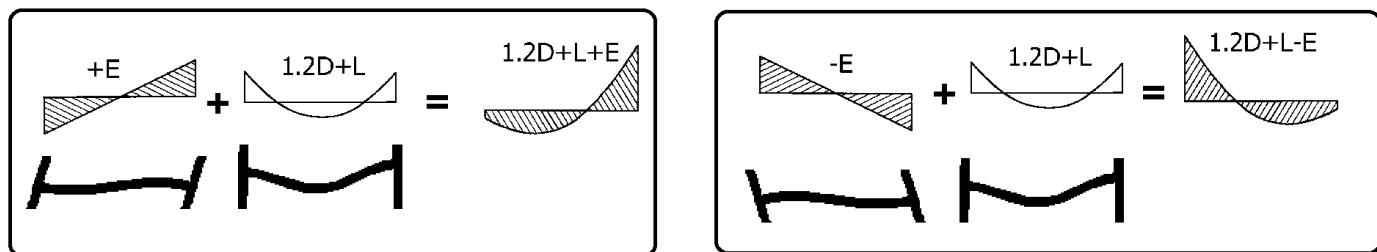


تغییر شکل تیرها تحت اثر بارهای جانبی

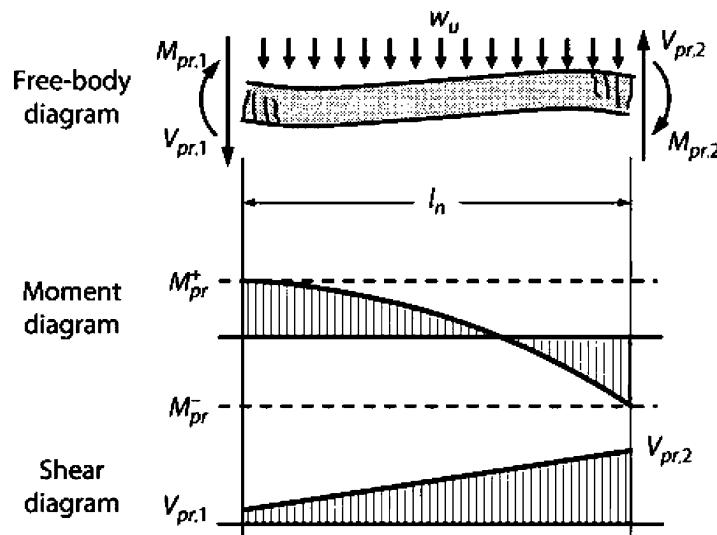


تغییر شکل تیرها تحت اثر بارهای ثقلی

در شکل زیر دیاگرام لنگر ناشی از ترکیب بارهای ۱.۲D+L+E و نیز ۱.۲D-L-E ترسیم شده است:



- نتیجه: در زلزله های شدید، در تیر انحنای مضاعف خواهیم داشت. یعنی جهت لنگر در دو انتهای تیر مخالف هم خواهد بود.
- برای مثال در شکل زیر در سمت چپ لنگر مثبت و در سمت راست تیر لنگر منفی ایجاد شده است.



اگر فرض شود که تیر در دو انتهای به حداقل ظرفیت خود ( $M_{pr}$ ) رسیده است، با لنگر گیری حول سمت راست تیر خواهیم داشت:

$$\sum M_2 = 0 \rightarrow -V_{pr1} \times L_n - \frac{w_u L_n^2}{2} + M_{pr1} + M_{pr2} = 0 \rightarrow V_{pr1} = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} - \frac{w_u L_n}{2}$$

و با لنگر گیری حول سمت چپ تیر خواهیم داشت:

$$\sum M_1 = 0 \rightarrow -V_{pr2} \times L_n + \frac{w_u L_n^2}{2} + M_{pr1} + M_{pr2} = 0 \rightarrow V_{pr2} = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2}$$

برش سازگار با تشکیل مفاصل پلاستیک محتمل در دو انتهای تیر و بار ثقلی می باشد.

روابط فوق مقدار برشی را نشان میدهد که در لحظات نهایی شکست (که تیر در دو انتهای تحت لنگر به ظرفیت نهایی خمshi خود رسیده است) تجربه می کند. در این روابط فرض شده است که:

- در لحظه نهایی شکست خمshi تیر در دو انتهای آن اتفاق می افتد.
- $w_u$  تنها مربوط به بارهای ثقلی و با در نظر گرفتن اثر زلزله قائم می باشد.
- اگر طراحی برشی با نیروی فوق انجام شود، طراح مطمئن خواهد بود که گسیختگی برشی پس از خرابی خمshi در دو انتهای تیر رخ خواهد داد. یعنی ابتدا تیر در دو انتهای مفصل پلاستیک خمshi را تجربه خواهد کرد و پس از تشکیل مفاصل خمshi ممکن است دچار گسیختگی برشی شود.

### سراسری ۹۵

۱۲۱- اگر در یک تیر از قاب خمshi با شکل پذیری زیاد با طول دهانه بین دو ستون برابر ۸ متر، مقادیر لنگر خمshi مقاوم محتمل منفی و مثبت در هر دو انتهای تیر به ترتیب برابر  $400 \text{ kN.m}$  و  $640 \text{ kN.m}$  و نیروی برشی نهایی تیر در لبه ستون حاصل از بارهای قائم برابر  $140 \text{ kN}$  باشد، مقطع تیر باید برای چه نیروی برشی نهایی کنترل شود؟

- (۱) ۲۲۰
- (۲) ۲۲۵
- (۳) ۱۹۰
- (۴) ۱۷۰

گزینه ۱

$$V_u = \frac{M_{pr-left} + M_{pr-right}}{L_n} + V_{gravity} = \frac{640 + 400}{8} + 140 = 270 \text{ kN}$$

۱۷- مقاطع خمshi بتن آرمه را باید طوری طراحی کرد که:

- (۱) گسیختگی خمshi و برشی همزمان اتفاق بیفتند تا طرح اقتصادی باشد.
- (۲) گسیختگی برشی قبل از گسیختگی خمshi اتفاق بیفتند.
- (۳) گسیختگی خمshi قبل از گسیختگی برشی اتفاق بیفتند.
- (۴) گسیختگی خمshi و برشی با هم اتفاق نیفتند.

گزینه ۳

۳-۵- ضوابط طراحی برشی تیرهای با شکل پذیری متوسط

مطلوب بند قبلی در آینین نامه به شکل زیر بیان شده است. ضوابط زیر مربوط به شکل پذیری متوسط می باشد.

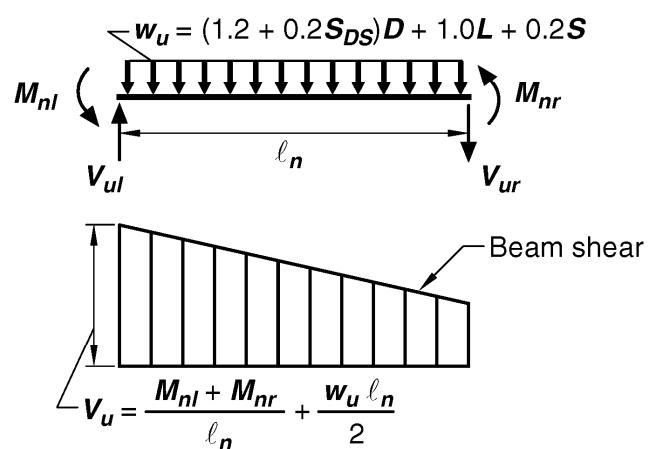
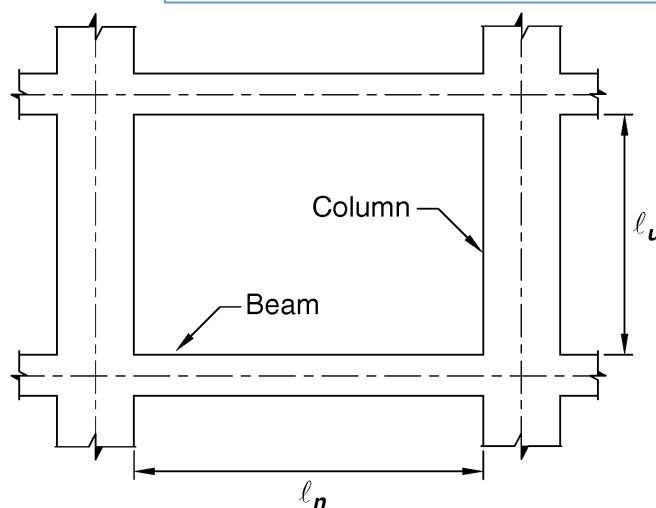
#### ۴-۲-۵-۲۰-۹ برش در تیرهای با شکل پذیری متوسط

۱-۴-۲-۵-۲۰-۹ مقاومت برشی تیر،  $\phi V_n$ , نباید از کوچکترین دو مقدار (الف) و (ب) زیر کمتر

در نظر گرفته شود:

**الف**- مجموع نیروی برشی ایجاد شده در تیر در اثر بارهای ثقلی ضریبدار و مولفه‌ی قائم زلزله و نیروی برشی متناظر با ظرفیت خمشی اسمی موجود در دو انتهای مقید تیر با منظور نمودن انحنای خمشی دو جهته در بر تکیه گاه‌ها؛

**ب**- حداقل برش به دست آمده از ترکیب‌های بارگذاری که در آن‌ها به جای برش ناشی از زلزله‌ی  $E$ ، مقدار  $2E$  جای‌گزین شده باشد.



از روابط فوق می توان نتیجه گرفت که در تیرهای قابهای شکل پذیری متوسط برش طراحی تیر باید بر اساس رابطه زیر بدست آید.

$$V_u = \text{Min} \begin{cases} V_u = \frac{M_{nl} + M_{nr}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \\ V_u = 2(V_E) + \frac{w_u L_n}{2} \end{cases}$$

در رابطه بالا:

$V_E = \pm V_{EX} \pm 0.3V_{EY}$  برش وارد بر تیر تحت اثر زلزله‌های افقی می باشد و اگر استفاده از زلزله متعادل ضروری باشد، بر اساس  $V_E = \pm V_{EX} \pm 0.3V_{EY}$  تعیین می شود.

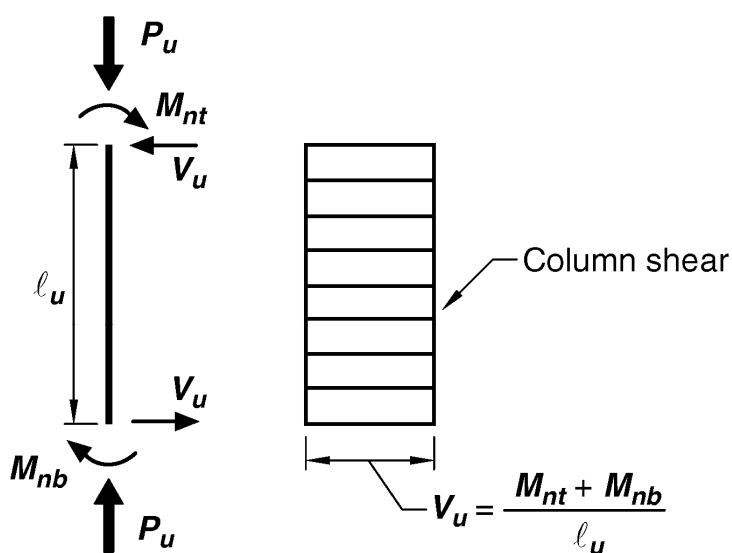
$M_{nl}$  و  $M_{nr}$ : مقاومت خمشی اسمی در دو انتهای تیر می باشد که مطابق شکل فوق برای یک انتها باید مقاومت خمشی اسمی مثبت و برای انتهای دیگر مقاومت خمشی اسمی منفی تیر لحاظ شود.

### ۴-۳-۵-۲۰-۹ برش در ستون های با شکل پذیری متوسط

۱-۴-۳-۵-۲۰-۹ در ستون ها مقاومت برشی مقطع،  $\phi V_n$ ، نباید از کوچک ترین دو مقدار (الف) و (ب) کمتر در نظر گرفته شود:

الف- نیروی برشی ایجاد شده در ستون در اثر بارهای ثقلی ضریب دار و نیروی برشی متناظر با لنگرهای خمی اسمی موجود در مقاطع انتهایی با انحنای خمی دو جهته، در هر امتداد. بار محوری ضریب دار باید از ترکیبی در بارگذاری ستون انتخاب شود که بیشترین لنگر خمی اسمی متناظر با آن حاصل گردد.

ب- حداقل برش به دست آمده از ترکیب های بارگذاری ضریب دار شامل زلزله که در آن ها به جای برش ناشی از زلزله،  $E\Omega_0$  مقدار جای گزین شده باشد.



*Fig. R18.4.2—Design shears for intermediate moment frames.*

۴-۴- ضوابط طراحی برشی تیرها و ستونها با شکل پذیری ویژه

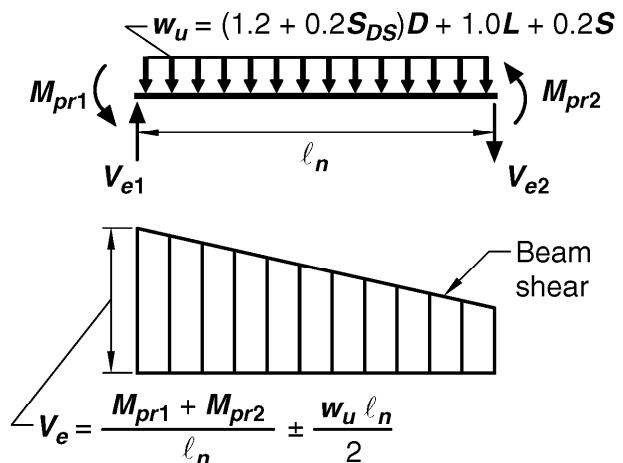
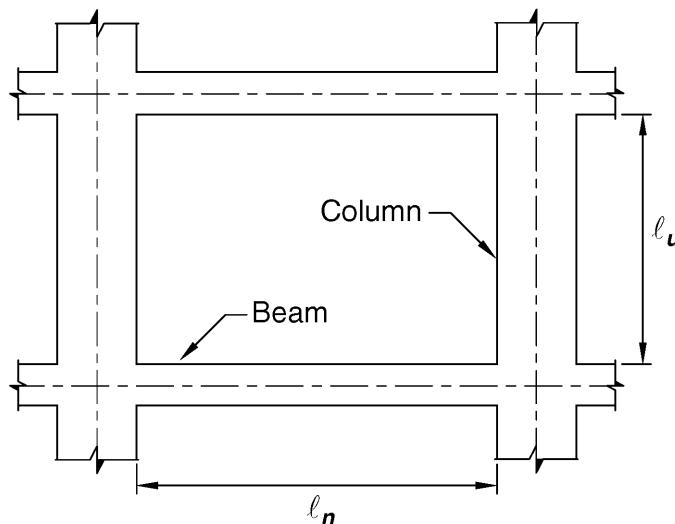
#### ۴-۲-۶-۲۰-۹ برش در تیرهای با شکل پذیری زیاد

۱-۴-۲-۶-۲۰-۹ نیروی برشی طراحی تیرها،  $V_e$ ، باید با در نظر گرفتن تعادل استاتیکی بارهای قائم ضریبدار وارد بر تیر و لنگرهای خمشی موجود در مقاطع انتهایی تیر با فرض آن که در این مقاطع مفصلهای پلاستیک تشکیل شده‌اند، تعیین شود. ظرفیت خمشی مفصلهای پلاستیک، مثبت یا منفی باید برابر با لنگر خمشی مقاوم محتمل مقطع،  $M_{pr}$ ، در نظر گرفته شود. جهت‌های این لنگرهای خمشی باید چنان در نظر گرفته شوند که نیروی برشی ایجاد شده در تیر، بیشترین مقدار باشد.

۲-۴-۲-۶-۲۰-۹ در مواردی که هر دو شرط (الف) و (ب) زیر برقرار باشند، طراحی آرماتورهای عرضی در مناطق بحرانی بند ۱-۳-۲-۶-۲۰-۹، باید با فرض  $V_c$  برابر با صفر انجام شود:

الف- بخش لرزه‌ای برش محاسبه شده بر اساس بند ۱-۴-۲-۶-۲۰-۹، بزرگ‌تر یا مساوی نصف مقاومت برشی حداقل در مناطق بحرانی باشد.

ب- بار محوری فشاری ضریب‌دار،  $P_u$ ، که شامل اثرات زلزله می‌باشد، از  $0.05A_g f'_c$  کمتر باشد.



از روابط فوق می‌توان نتیجه گرفت که در تیرهای قابهای شکل پذیری متوسط برش طراحی تیر باید بر اساس رابطه زیر بدست آید.

$$V_u = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_n} + \frac{w_u L_n}{2} \quad \text{شكل پذیری ویژه}$$

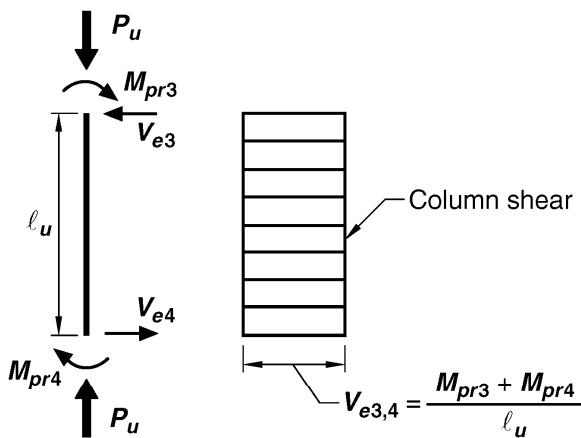
در رابطه بالا:

$M_{pr1}$  و  $M_{pr2}$ : مقاومت خمشی محتمل در دو انتهای تیر می‌باشد که مطابق شکل فوق برای یک انتهای باید مقاومت خمشی محتمل مثبت و برای انتهای دیگر مقاومت خمشی محتمل منفی تیر لحاظ شود.

### ۴-۳-۶-۲۰-۹ برش در ستون های با شکل پذیری زیاد

۱-۴-۳-۶-۲۰-۹ نیروی برشی طراحی،  $V_e$ ، در ستون ها باید با در نظر گرفتن اندر کنش نیروهای محوری ضریب دار و لنگرهای خمشی مقاوم محتمل در مقاطع انتهایی ستون با فرض آن که در این مقاطع مفصل های پلاستیک تشکیل شده اند، تعیین گردد. نیروی محوری  $P_u$  در محدوده هی بارهای محوری ضریب دار ستون طوری انتخاب می شود که بیشترین لنگر خمشی محتمل،  $M_{pr}$ ، حاصل شود.

این برش در هیچ حالت نباید کمتر از برش به دست آمده از تحلیل ساختمان زیر اثر بارهای قائم و نیروی جانبی زلزله باشد. هم چنین نیازی نیست که مقدار نیروی برشی ستون، از نیروی محاسبه شده بر اساس مقاومت گره که با فرض لنگر خمشی محتمل،  $M_{pr}$  در تیرهای منتهی به گره به دست می آید، بیشتر باشد.



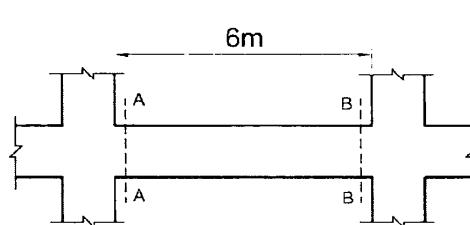
**Fig. R18.6.5—Design shears for beams and columns.**

#### Notes on Fig. R18.6.5:

1. Direction of shear force  $V_e$  depends on relative magnitudes of gravity loads and shear generated by end moments.
2. End moments  $M_{pr}$  based on steel tensile stress of  $1.25f_y$ , where  $f_y$  is specified yield strength. (Both end moments should be considered in both directions, clockwise and counter-clockwise).
3. End moment  $M_{pr}$  for columns need not be greater than moments generated by the  $M_{pr}$  of the beams framing into the beam-column joints.  $V_e$  should not be less than that required by analysis of the structure.

## محاسبات ۹۴

-۵۱- در صورتی که لنگرهای خمشی اسمی موجود در مقاطع A-A و B-B تیر یک ساختمان با شکل پذیری متوسط برابر مقادیر زیر باشد، حداکثر نیروی برشی همساز با لنگرهای خمشی اسمی در مقطع B-B با فرض تشکیل مفصل‌های پلاستیکی در مقاطع انتهایی تیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (مقاطع A-A و B-B در برستون می‌باشند و از بار روی تیر و وزن تیر صرفنظر شود.)



$$M_A^- = 150 \text{ kN.m}$$

$$M_A^+ = 60 \text{ kN.m}$$

$$M_B^- = 120 \text{ kN.m}$$

$$M_B^+ = 66 \text{ kN.m}$$

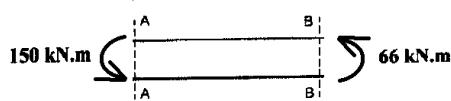
45 (۴)

36 (۳)

30 (۲)

21 (۱)

گزینه ۳



$$V_1 = \frac{M_A^- + M_B^+}{6} = \frac{150 + 66}{6} = 36 \text{ kN}$$

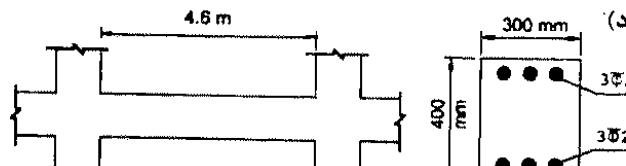


$$V_2 = \frac{M_A^+ + M_B^-}{6} = \frac{60 + 120}{6} = 30 \text{ kN}$$

$$V = \text{Max}(V_1, V_2) = 36 \text{ KN}$$

## محاسبات ۹۵

-۳۱- تیر شکل زیر مربوط به یک سازه بتونی درجا با شکل پذیری متوسط است. در صورتی که بار مرده و زنده وارد بر تیر ناجیز بوده و از وزن واحد طول تیر صرفنظر شود، مقدار برش طراحی (V) این تیر بر حسب کیلونیوتن بر اساس تشکیل مفصل پلاستیک در دو انتهای تیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (فرض نمایید عمق مؤثر مقطع برابر ۳۴۰ میلی‌متر، میلگردها از ردۀ S400 و بتون از ردۀ C25 است. همچنین در محاسبه لنگر خمشی اسمی از اثر آرماتور فشاری صرفنظر شود)



40 (۱)

50 (۲)

60 (۳)

70 (۴)

گزینه ۲

$$M_n = A_s F_y \left( d - \frac{A_s(F_y)}{2(b)(0.85f'_c)} \right) = 3 \times 314 \times 400 \left( 340 - \frac{3 \times 314 \times 400}{2 \times 300 \times 0.85 \times 25} \right)$$

$$M_n = 117 \text{ kN.m}$$

$$V_u = \frac{2M_n}{4.6} = \frac{2 \times 117}{4.6} = 50.87 \text{ kN}$$

-اگر در یک تیر از قاب خمشی بتن آرمه با شکل پذیری زیاد به طول دهانه آزاد ۷.۲ متر لنگرهای خمشی مقاوم محتمل در هر یک از دو انتهای برابر  $800 \text{ kN.m}$  و  $640 \text{ kN.m}$  بوده و نیروی برشی نهایی در بُرستون حاصل از بارهای نقلی ضریب دار (با ضرایب بار در حضور زلزله) برابر  $160 \text{ kN}$  باشد، مقطع تیر در دو انتهای حدوداً برابر چه نیروی برشی نهایی برحسب  $\text{kN}$  باید طراحی شود؟

230 (۴)

290 (۳)

360 (۲)

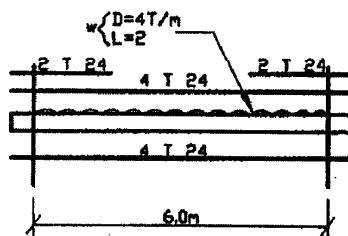
410 (۱)

گزینه ۲

$$V_u = \frac{M_{pr-left} + M_{pr-right}}{7.2} + 160 = \frac{640 + 800}{7.2} + 160 = 360 \text{ kN.m}$$

محاسبات ۸۳-پایه ۱

-تیر زیر دارای مقطع ۴۰x۶۰ سانتیمتر است. بارها در حد سرویس‌اند. آرماتور گذاری در تیر مطابق با شکل است. برش وارد بـه تیر در هنگام زلزله در حد سرویس  $V_E = 8.0T$  است. تیر برای شکل پذیری زیاد طراحی می‌شود. بگویند خاموت لازم در نزدیک تکیدگاه چه  $f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$  و  $f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$  و  $d=50\text{cm}$  الگاوه است؟



$$A_v = 1.35 \text{ cm}^2 / 12.5 \text{ cm} \quad (1)$$

$$A_v = 1.80 \text{ cm}^2 / 12.5 \text{ cm} \quad (2)$$

$$A_v = 2.10 \text{ cm}^2 / 12.5 \text{ cm} \quad (3)$$

$$A_v = 2.55 \text{ cm}^2 / 12.5 \text{ cm} \quad (4)$$

$$A_{s-bot} = 4\pi * 12^2 = 1808.64 \text{ mm}^2$$

$$A_{s-top} = 6\pi * 12^2 = 2712.96 \text{ mm}^2$$

با فرض اینکه بازوی خمشن تقریباً برابر  $Z=0.9d$  باشد داریم:

$$M_{pr+} = A_{s-bot}(1.25F_y)Z = (1808.64)(1.25 \times 400) \times (0.9d) = 406944000 \text{ N.mm} = 406.9 \text{ kN.m}$$

$$M_{pr-} = A_{s-top}(1.25F_y)Z = (2712.96)(1.25 \times 400) \times (0.9d) = 610.416 \text{ kN.m}$$

$$V_u = \frac{610.4 + 406.9}{6} + \frac{(1.2 \times 40 + 20) \times 6}{2} = 373.55 \text{ kN}$$

$$\varphi \left( V_c + \frac{A_v}{S} d F_y \right) > 373000 \rightarrow$$

$$0.17 \times \sqrt{20} \times 400 \times 500 + \frac{A_v}{125} \times 500 \times 400 > \frac{373550}{0.75} \quad A_v = 216 \text{ mm}^2 @ 125 \text{ mm}$$

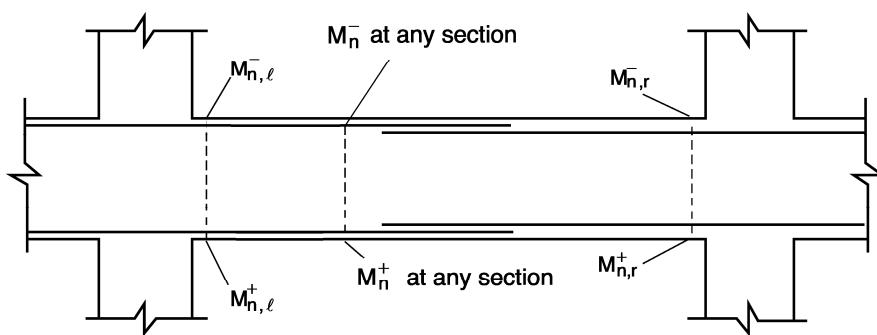
حل مسئله فوق با فرض اینکه شکل پذیری متوسط باشد:

$$M_{n+} = A_{s-bot}(F_y)Z = (1808.64)(400) \times (0.9d) = 325.5 \text{ kN.m}$$

$$M_{n-} = A_{s-top}(F_y)Z = (2712.96)(400) \times (0.9d) = 488.33 \text{ kN.m}$$

$$V_u = \text{Min} \begin{cases} V_u = \frac{(1.2q_D + q_L)L}{2} + (2E) = \frac{(1.2 \times 40 + 20) \times 6}{2} + (2 \times 80) = 364 \text{ kN} \\ V_u = \frac{488 + 325}{6} + \frac{(1.2 \times 40 + 20) \times 6}{2} = 340 \text{ kN} \end{cases}$$

## ۵-۵- ضوابط مقاومت خمشی در طول تیر



**در شکل پذیری متوسط** باید حداقل دو میلگرد سراسری در بالا و پایین مقطع ادامه داشته باشند. مساحت میلگرد سراسری نباید کمتر از ۱/۵ مساحت حداکثر تیر در وجه تحتانی باشد.

## ۲-۵-۲۰-۹ تیرها در قاب‌های با شکل پذیری متوسط

## ۲-۲-۵-۲۰-۹ آرماتورهای طولی

۱-۲-۵-۲۰-۹ در هر یک از دو وجه فوقانی و تحتانی تیرها باید حداقل از دو آرماتور سراسری استفاده شود. سطح مقطع آرماتورهای سراسری وجه تحتانی نباید در هیچ مقطع، از یک چهارم بیشترین مقدار سطح مقطع آرماتورهای تحتانی در طول دهانه‌ی تیر کمتر باشد. این آرماتورها باید با فرض تامین تنش تسلیم کششی در بر تکیه گاه مهار شوند.

**در شکل پذیری متوسط** مقاومت خمشی مقطع تحت لنگر مثبت ( $M_{n,r}^+$ ) باید حداقل برابر ۱/۳ لنگر مقاوم منفی تکیه گاه مربوطه باشد. همچنین در طول تیر باید مقاومت خمشی مثبت و یا منفی تیر حداقل برابر ۱/۵ حداکثر مقاومت خمشی در دو انتهای تیر باشد:

## ۲-۵-۲۰-۹ تیرها در قاب‌های با شکل پذیری متوسط

## ۲-۲-۵-۲۰-۹ آرماتورهای طولی

۲-۲-۵-۲۰-۹ در هر طرف تیر در بر تکیه گاه، مقاومت خمشی مثبت نباید از یک سوم مقاومت خمشی منفی همان تکیه گاه کمتر باشد. همچنین، مقاومت خمشی مثبت یا منفی در هر مقطعی در طول تیر، نباید از یک پنجم حداکثر مقاومت خمشی تیر در مقطع بر تکیه گاه در دو انتهای تیر کمتر باشد.

$$M_{n,r}^+ > \frac{M_{n,r}^-}{3}$$

$$M_{n,l}^+ > \frac{M_{n,l}^-}{3}$$

$$M_n^+ > \text{Max}\left(\frac{M_{n,r}^-}{5}, \frac{M_{n,l}^-}{5}\right)$$

$$M_n^- > \text{Max}\left(\frac{M_{n,r}^-}{5}, \frac{M_{n,l}^-}{5}\right)$$

## ۲-۶-۲۰-۹ تیرها در قاب‌های با شکل پذیری زیاد

## ۲-۲-۶-۲۰-۹ آرماتورهای طولی

۱-۲-۶-۲۰-۹ در تمامی مقاطع تیر نسبت سطح مقطع آرماتور به مقطع موثر بتن، هم در پایین و هم در بالا، نباید کمتر از مقادیر مقرر شده در بند ۱۱-۹-۲-۱-۵-۱-۱-۹ بوده، و نسبت آرماتور کششی برای فولادهای با حد تسلیم ۴۲۰ مگاپاسکال و کمتر نباید بیشتر از ۰/۰۲۵ باشد. و برای فولادهای با حد تسلیم ۵۲۰ مگاپاسکال بیشتر از ۰/۰۲۰ اختیار شود. حداقل دو میلگرد با قطر ۱۲ میلی متر باید هم در پایین و هم در بالای مقطع در سراسر طول پیش بینی شوند.

۲-۲-۶-۲۰-۹ در بر تکیه گاه های تیر، مقاومت خمشی مثبت مقطع در هر تکیه گاه باید حداقل برابر نصف مقاومت خمشی منفی همان مقطع باشد.

۳-۲-۶-۲۰-۹ مقاومت خمشی مثبت و منفی هر مقطع در سراسر طول تیر نباید کمتر از یک چهارم حداکثر مقاومت خمشی در مقاطع بر تکیه گاهی در دو انتهای عضو باشد.

$$M_{n,r}^+ > \frac{M_{n,r}^-}{2}$$

$$M_{n,l}^+ > \frac{M_{n,l}^-}{2}$$

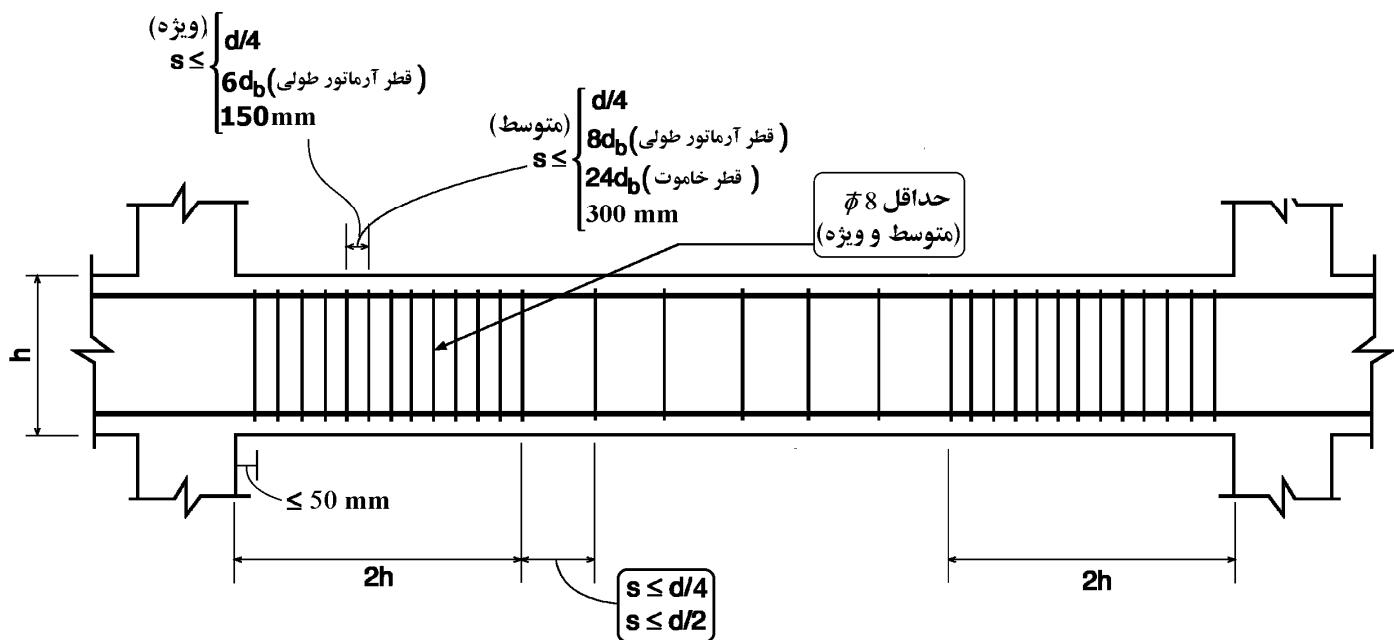
$$M_n^+ > \text{Max}\left(\frac{M_{n,r}^-}{4}, \frac{M_{n,l}^-}{4}\right)$$

$$M_n^- > \text{Max}\left(\frac{M_{n,r}^-}{4}, \frac{M_{n,l}^-}{4}\right)$$

## 18.4—Intermediate moment frames

**18.4.2.4** At both ends of the beam, hoops shall be provided over a length of at least  $2h$  measured from the face of the supporting member toward midspan. The first hoop shall be located not more than 50 mm from the face of the supporting member. Spacing of hoops shall not exceed the smallest of (a) through (d):

- (a)  $d/4$
- (b) Eight times the diameter of the smallest longitudinal bar enclosed
- (c) 24 times the diameter of the hoop bar
- (d) 300 mm



## 18.6—Beams of special moment frames

**18.6.4.4** The first hoop shall be located not more than 50 mm from the face of a supporting column. Spacing of the hoops shall not exceed the least of (a) through (c):

- (a)  $d/4$
- (b) Six times the diameter of the smallest primary flexural reinforcing bars excluding longitudinal skin reinforcement required by 9.7.2.3
- (c) 150 mm

### محاسبات ۸۹

در نواحی بحرانی یک تیر بتنی با شکل پذیری متوسط با ارتفاع مؤثر ۱۰۰ میلیمتر و دارای میگردهای طولی با قطر ۲۰ میلیمتر و خاموت با قطر ۸ میلیمتر، حداقل فاصله خاموت‌ها چقدر می‌تواند باشد؟

۱۵۰ mm (۱)

۲۰۰ mm (۲)

۱۶۰ mm (۳)

۳۰۰ mm (۴)

گزینه ۲

$$S < \min \left( \frac{600}{4}, 8 \times 20, 24 \times 8, 300 \right) = 150 \text{ mm}$$

## محاسبات ۹۴

۵- در یک قاب خمی با شکل پذیری زیاد، ابعاد مقطع یکی از ستون های طبقه بام برابر  $500 \times 500 \text{ mm}$  است. چنانچه حداکثر نیروی محوری نهایی مؤثر به این ستون برابر  $500 \text{ kN}$ ، قطر میلگردهای عرضی برابر  $10 \text{ mm}$ ، قطر میلگردهای طولی برابر  $25 \text{ میلی متر}$ ، نوع فولاد  $S400$  و رده بتن  $C25$  باشد، بدون توجه به نیازهای محاسباتی حداکثر فاصله میلگردهای عرضی در نواحی بحرانی این عضو به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک تر است؟

200 mm (۱)      150 mm (۲)      125 mm (۳)      100 mm (۴)

گزینه ۱

ابتدا باید بررسی شود که عضو مورد نظر عضو فشاری محسوب می شود یا نه:

$$\left. \begin{array}{l} N_u = 500 \text{ kN} \\ 0.1f_c A_g = 0.1 \times 25 \times 500 \times 500 = 625 \text{ kN} \end{array} \right\} N_u < 0.1f_c A_g$$

با توجه به اینکه نیروی محوری کمتر از مقدار عنوان شده می باشد، عضو یک عضو خمی محسوب می شود و ضوابط مربوط به اعضای خمی را باید ارضا کند:

$$S < \min\left(\frac{440}{4}, 6 \times 25, 24 \times 10, 150\right) = 110 \text{ mm}$$

## محاسبات ۹۵

۶- یک عضو تحت خمش در یک قاب بتن مسلح با شکل پذیری زیاد که ابعاد کلی مقطع  $b=300 \text{ mm}$  و  $h=500 \text{ mm}$  می باشد، با توجه به دیاگرام لنگر خمی و نیروی برشی بدست آمده از تحلیل سازه به صورت زیر در تمام طول عضو مسلح گردیده است. آرماتور فوقانی  $3\Phi 20$  و آرماتور تحتانی  $2\Phi 20$  و خاموت بسته  $\Phi 10 @ 150 \text{ mm}$  می باشند. در صورتی که پوشش بتن برابر  $45 \text{ mm}$  و نوع بتن  $C30$  و رده فولاد  $S400$  باشد، گزینه صحیح را انتخاب کنید؟

- (۱) آرماتور طولی تحتانی و فوقانی از نظر حداکثر سطح مقطع، قابل قبول نیستند.
- (۲) آرماتور طولی تحتانی مقطع از نظر حداقل سطح مقطع، قابل قبول نیست.
- (۳) آرماتور طولی فوقانی مقطع از نظر حداقل سطح مقطع، قابل قبول نیست.
- (۴) آرماتور برشی به کار برده شده قابل قبول نیست.

گزینه ۴

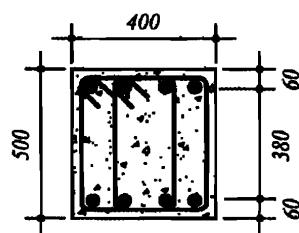
با توجه به شکل زیر فواصل آرماتورهای عرضی در انتهای تیرهای تیرهای ویژه و متوسط نباید از  $d/4$  فراتر رود. بنابراین حداکثر فاصله آرماتورهای عرضی در تیر برابر است با:

$$\frac{d}{4} = \frac{(500 - 45 - 10 - 10)}{4} = 108.75 \text{ mm}$$

$$S < \min\left(\frac{d}{4} = 108.75 \text{ mm}, 6d_b = 120, 24d = 240, 150\right) = 108.75 \text{ mm}$$

## محاسبات ۹۶

۷- فرض کنید مقدار «V» در طول یک تیر بتنی ثابت و برابر  $400$  کیلونیوتن است. چنانچه تیر مذکور مربوط به یک ساختمان بتنی با شکل پذیری متوسط بوده و بتن از رده  $C25$  باشد، فاصله خاموت های برشی عمود بر محور تیر در خارج از ناحیه بحرانی تیر، بر حسب میلی متر حداکثر چقدر می تواند باشد؟ (ابعاد مقطع به میلی متر است).



(۱) 250

(۲) 220

(۳) 125

(۴) 110

گزینه ۴

## ۷-۵- ضوابط خاموت در محل وصله ها در تیرهای با شکل پذیری ویژه

مطلوب بندهای زیر از مبحث نهم، وصله پوششی تیرهای با شکل پذیری ویژه باید:

۱- خارج از ناحیه بحرانی تیرها باشد.

۲- توسط آرماتورهای عرضی با فواصل حداقل  $\text{Min} \left( \frac{d}{4}, 100\text{mm} \right)$  محصور شود.

۳- علاوه بر یک حلقه بسته لازم است میلگردهای طولی تیر توسط آرماتورهای عرضی به صورت یک در میان مهار شوند (مانند ستونهای با شکل پذیری متوسط).

### ۲-۶-۲۰-۹- تیرها در قاب های با شکل پذیری زیاد

#### ۲-۲-۶-۲۰-۹- آرماتورهای طولی

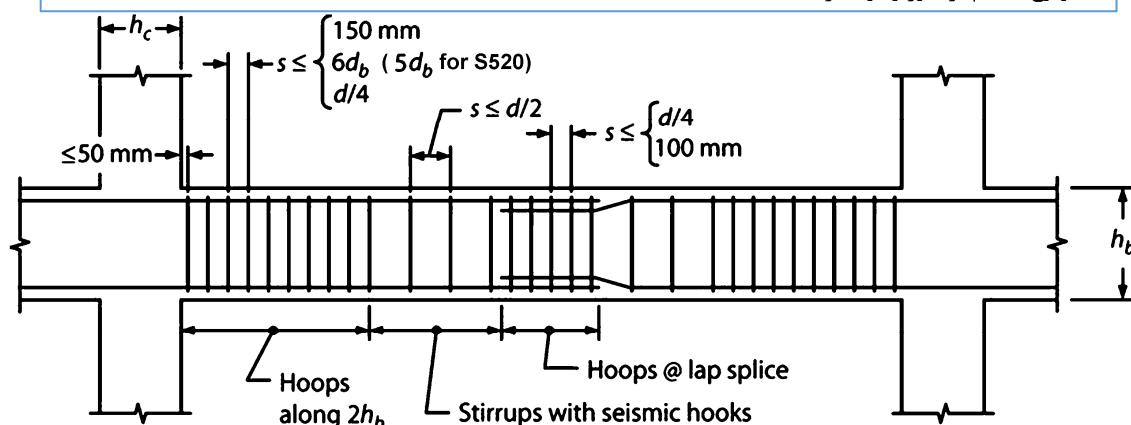
۴-۲-۶-۲۰-۹- استفاده از وصله پوششی در میلگردهای طولی خمشی فقط در شرایطی مجاز است که در تمام طول وصله آرماتور عرضی از نوع دورگیر یا دوربیچ موجود باشد. فواصل سفرههای آرماتور عرضی دربرگیرنده وصله از یکدیگر باید از کوچک ترین مقادیر یک چهارم ارتفاع مؤثر مقطع و ۱۰۰ میلیمتر بیشتر باشد.

۵-۲-۶-۲۰-۹- استفاده از وصله پوششی در محلهای زیر مجاز نیست:

الف - در اتصالات تیرها به ستون ها

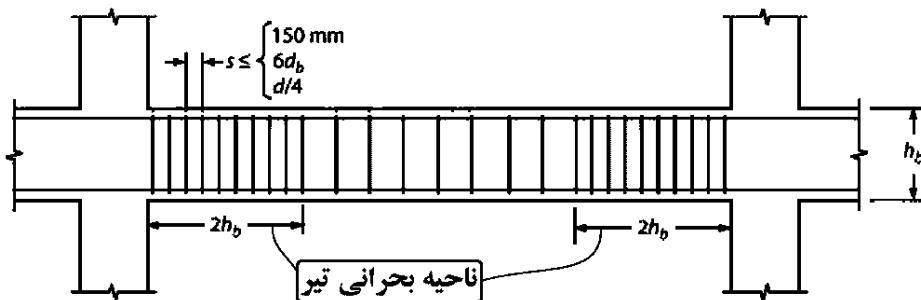
ب - در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع از بر تکیه گاه

پ - در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع از مقاطع بحرانی که در آنها، در اثر تغییر مکان جانبی غیر الاستیک، امکان وقوع تسليیم آرماتور وجود دارد.



(شکل برگرفته از کتاب بتن Moehle)

## ۸-۵- مهار جانبی آرماتورهای طولی در تیرهای ویژه



ضوابط ACI در مورد مهار جانبی میلگردهای طولی تیرهای ویژه:

**18.6.4 Transverse reinforcement****18.6.4.1 Hoops shall be provided in the following regions** of a beam:

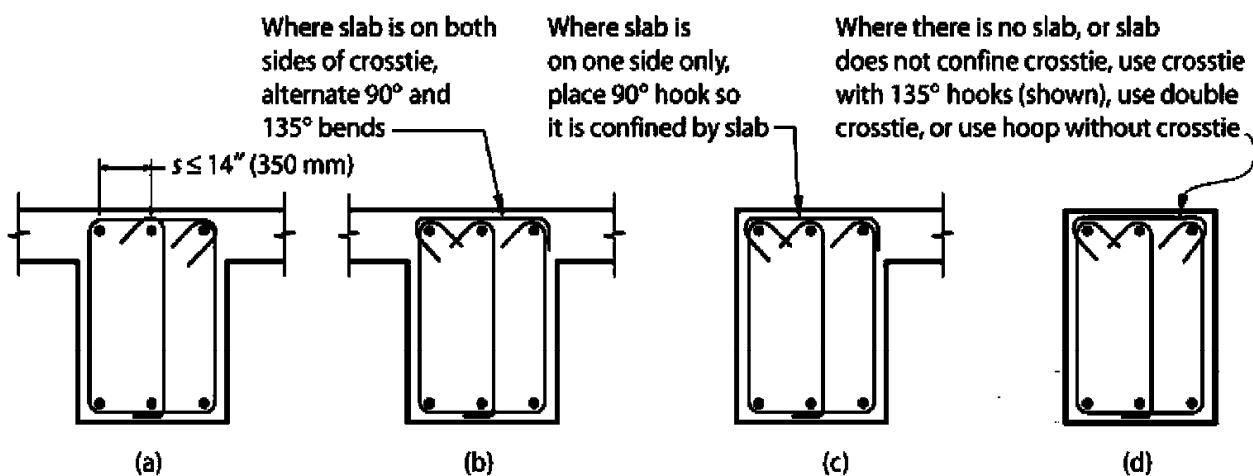
- (a) Over a length equal to twice the beam depth measured from the face of the supporting column toward midspan, at both ends of the beam
- (b) Over lengths equal to twice the beam depth on both sides of a section where flexural yielding is likely to occur as a result of lateral displacements beyond the elastic range of behavior.

**18.6.4.2 Where hoops are required, primary longitudinal reinforcing bars closest to the tension and compression faces shall have lateral support in accordance with 25.7.2.3 and 25.7.2.4. The spacing of transversely supported flexural reinforcing bars shall not exceed 350 mm. Skin reinforcement required by 9.7.2.3 need not be laterally supported.**

**25.7.2.3 Rectilinear ties shall be arranged to satisfy (a) and (b):**

- (a) Every corner and alternate longitudinal bar shall have lateral support provided by the corner of a tie with an included angle of not more than 135 degrees
- (b) No unsupported bar shall be farther than 150 mm clear on each side along the tie from a laterally supported bar

- در تیرهای ویژه برخلاف تیرهای متوسط در دو انتهای تیر (ناحیه بحرانی) میلگردهای طولی تیر باید یکی در میان توسط آرماتور عرضی مهار شوند (مانند میلگرد طولی سنتونها). برای مثال اگر چهار و یا ۵ میلگرد طولی سراسری داشته باشیم، علاوه بر یک خاموت بسته پیرامونی، یک سنجاق اضافی نیز لازم خواهد بود.
- حداکثر فاصله بین دو میلگرد سراسری نیز بیش از ۳۵۰ mm باشد. بدین ترتیب مثلا برای یک تیر با عرض ۵۰۰ mm حداقل باید ۳ میلگرد طولی منظور نمود. ولی برای تیری به عرض ۴۰۰ mm می توان تنها از دو میلگرد سراسری استفاده نمود.
- شکل زیر نمونه ای از مهار جانبی آرماتورهای طولی تیرها در ناحیه بحرانی تیر را نشان می دهد:

**Notes:**

1. Beam longitudinal bars are to be supported by hoops and crossties to resist buckling under deformation reversals. Hoop legs and crossties are arranged such that every corner and alternate longitudinal bar has lateral support provided by the corner of a hoop or crosstie with no bar farther than 6 in (150 mm) clear from a supported bar.
2. Horizontal spacing of crossties or legs of overlapping hoops not to exceed 14 in (350 mm).
3. Alternate crossties (↖ ↘) end for end unless otherwise noted.

(شکل برگرفته از کتاب بتن (Moehle)

مطلوب صفحه قل در مبحث نهم به صورت زیر بیان شده است.

۲-۶-۲۰-۹ تیرها در قاب های با شکل پذیری زیاد

۳-۲-۶-۲۰-۹ آرماتورهای عرضی

۱-۳-۲-۶-۲۰-۹ در تیرها در طول قسمتهای بحرانی تیرها که در زیر مشخص شده اند، آرماتور عرضی باید از نوع

دورگیر بوده و شرایط بند ۲-۳-۲-۶-۲۰-۹ را تامین نمایند:

الف- در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع از برهر تکیه گاه به سمت وسط دهنه

ب- در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع در دو سمت مقطعی که در آن امکان تشکیل مفصل پلاستیک در اثر تغییر مکان جانی غیراستیک وجود داشته باشد.

۲-۳-۲-۶-۲۰-۹ دورگیرها و فواصل آنها از یکدیگر باید دارای شرایط (الف) تا (پ) زیر باشند:

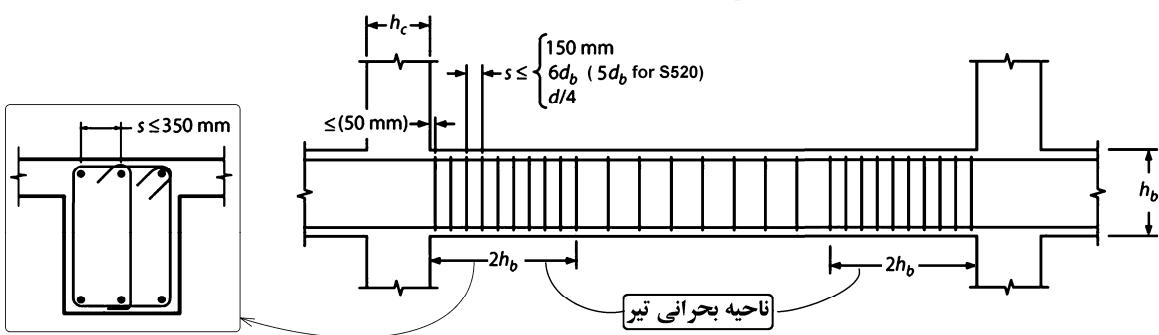
الف- قطر دورگیرها مطابق بند ۲-۲-۶-۲۱-۹ باشد.

ب- فاصله دورگیرها از یکدیگر باید بیشتر از چهارم ارتفاع مؤثر مقطع، ۶ برابر قطر کوچکترین میلگرد طولی

برای میلگردهای بامقاومت تسلیم ۴۲۰ مگاپاسکال و کمتر و ۵ برابر قطر کوچکترین میلگرد طولی برای میلگردهای با

مقاومت تسلیم ۵۲۰ مگاپاسکال به جز میلگرد طولی جلدی و ۱۵۰ میلی متر اختیار شود.

پ- فاصله اولین دورگیر از بر تکیه گاه بیشتر از ۵۰ میلی متر نباشد.



۳-۳-۲-۶-۲۰-۹ در قسمتهایی از طول تیر که به دورگیر نیاز است، میلگردهای طولی اصلی در مجاورت رویه های کششی و فشاری عضو باید دارای تکیه گاه عرضی مطابق بند ۴-۲-۶-۲۱-۹ باشند. فاصله مرکز به مرکز میلگردهای خمی که دارای تکیه گاه جانی هستند باید بیش از ۳۵۰ میلیمتر باشد. برای آرماتورهای جلدی که بر اساس ضوابط بند ۹-۱۱-۹-۳-۱-۶-۲۱-۹ ضروری هستند نیازی به تکیه گاه عرضی نیست.

۴-۲-۶-۲۱-۹ تنگهای مستطیلی باید شرایط زیر را ارضا کنند

الف- هر میلگرد طولی واقع در گوش مقطع و سایر میلگردهای طولی بصورت یک در میان باید توسط خم با زاویه کمتر

یا مساوی ۱۳۵ درجه مهار شود.

ب- میلگرد طولی بدون مهار جانی نباید فاصله آزاد بیش از ۱۵۰ میلیمتر از میلگرد طولی مهار شده داشته باشد.

پ- مهار تنگها در مقاطع مستطیلی با قلاب استاندارد که میلگرد طولی را در بر گرفته، انجام می شود.

ت- استفاده از مجموعه میلگردهای سردار بعنوان تنگ مجاز نیست.

مثال:

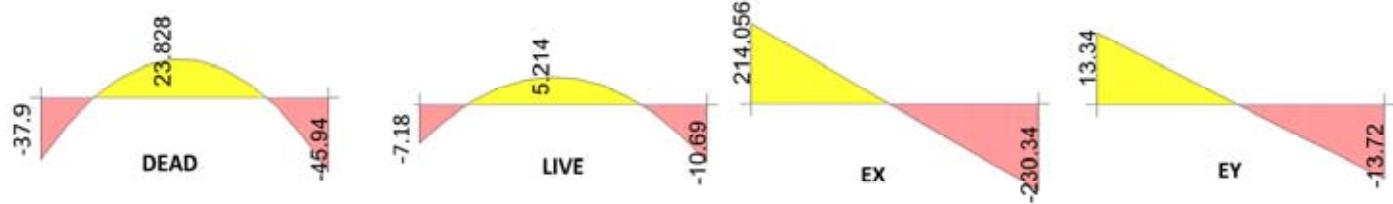
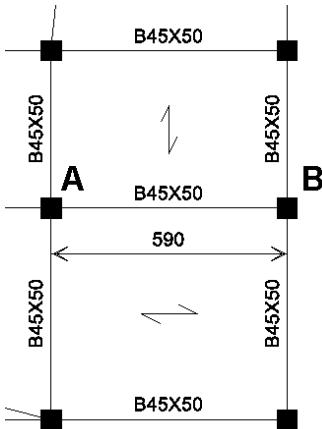
ابعاد تیر AB برابر  $500 \times 450$  می باشد. ابعاد ستونهای انتهایی تیر برابر  $500 \times 500$  mm می باشد.

برای طرح آرماتورهای طولی از  $\Phi 22$  استفاده نمایید.

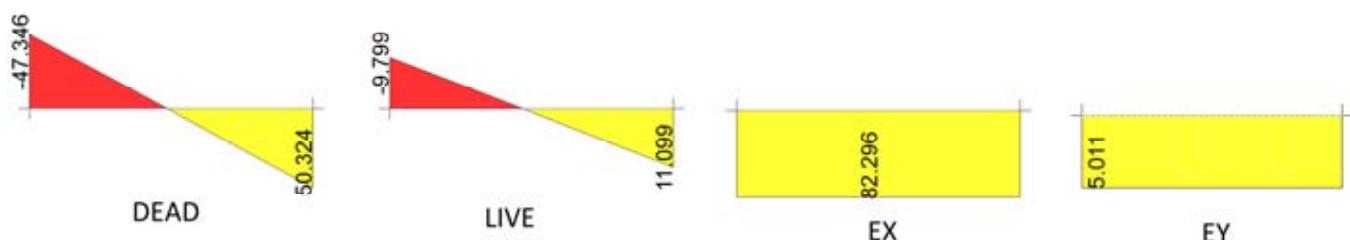
دیاگرام لنگرهای خمشی تحت اثر بارهای مرده، زنده و زلزله بر حسب kN.m در شکل زیر داده شده است.

بار مرده وارد بر تیر برابر  $q_D = 18.087 \frac{kN}{m}$  و بار زنده وارد بر تیر برابر  $q_L = 3.87 \frac{kN}{m}$  می باشد.

دیاگرام لنگرهای خمشی تحت اثر بارهای مرده، زنده و زلزله بر حسب kN.m در شکل زیر داده شده است.



دیاگرام برش در تیر AB : (kN)

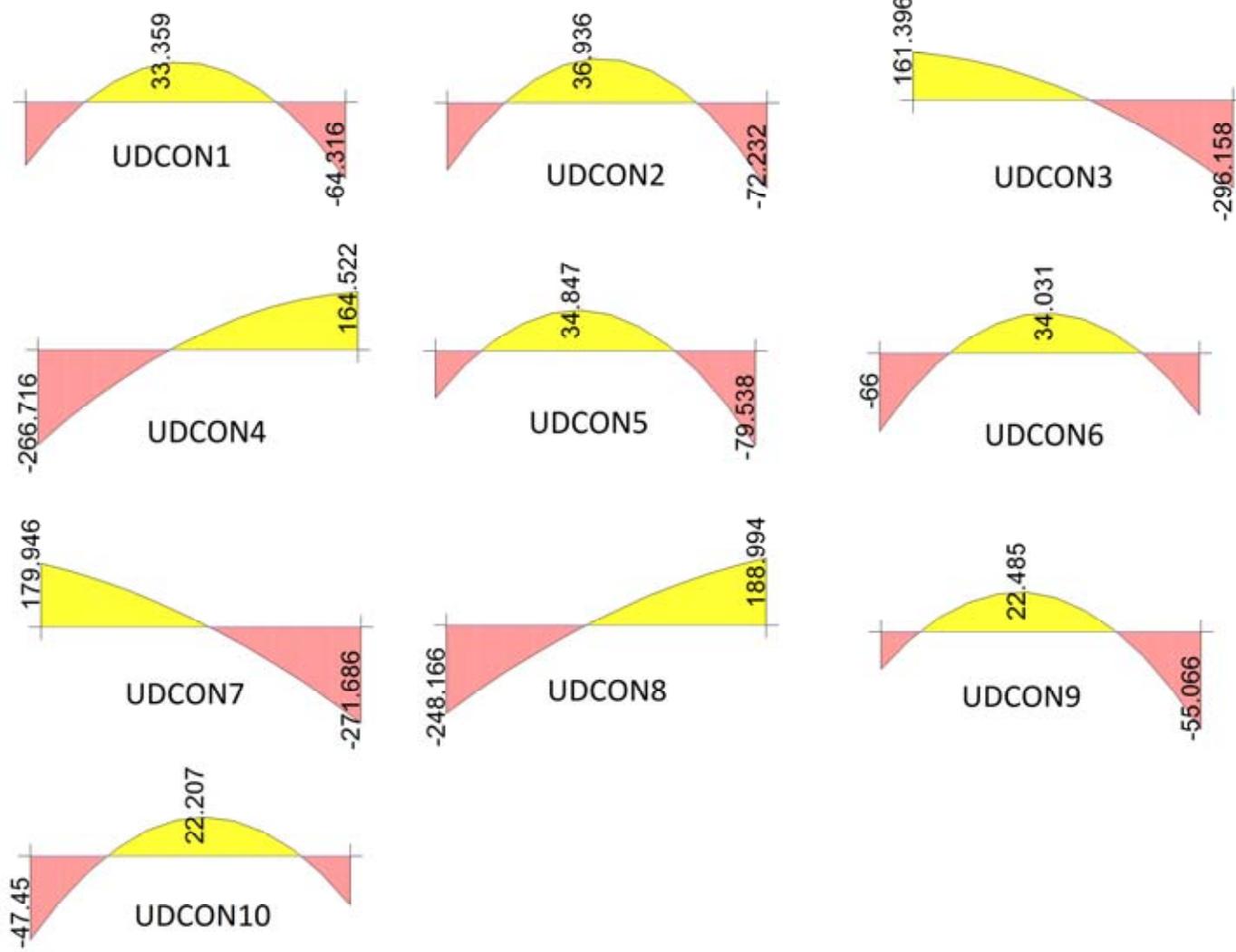


دیاگرام لنگر تحت اثر ترکیب بارها:

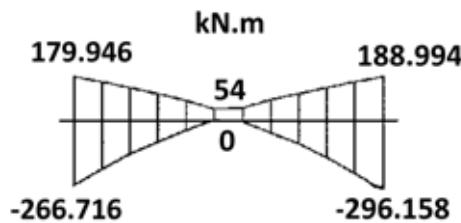
**UDCON1=1.4D**  
**UDCON4=1.2D+L-EX**  
**UDCON7=0.9D+EX**  
**UDCON10=0.9D-EY**

**UDCON2=1.2D+1.6L**  
**UDCON5=1.2D+L+EY**  
**UDCON8=0.9D-EX**

**UDCON3=1.2D+L+EX**  
**UDCON6=1.2D+L-EY**  
**UDCON9=0.9D+EY**



دیاگرام پوش مربوط به کل ترکیب بارها به صورت زیر می باشد:



مقادیر لنگرهای انتهایی باید ضوابط حداقل تیرهای متعدد را ارضاء نمایند:

Type of Check/ Design	Ordinary Moment Frames (Non-Seismic)	Intermediate Moment Frames (Seismic)	Special Moment Frames (Seismic)
No Requirement		$M_{u,end}^+ \geq \frac{1}{3} M_{u,end}^-$	$M_{u,end}^+ \geq \frac{1}{2} M_{u,end}^-$
		$M_{u,span}^+ \geq \frac{1}{5} \max \{M_u^+, M_u^-\}_{end}$	$M_{u,span}^+ \geq \frac{1}{4} \max \{M_u^+, M_u^-\}_{end}$
		$M_{u,span}^- \geq \frac{1}{5} \max \{M_u^+, M_u^-\}_{max}$	$M_{u,span}^- \geq \frac{1}{4} \max \{M_u^+, M_u^-\}_{end}$

$$\frac{M_{end}^-}{5} = \frac{296.158}{5} = 59.23 \text{ kN.m} \quad \frac{M_{end}^-}{3} = \frac{296.158}{3} = 98.72 \text{ kN.m}$$

در محاسبات زیر از تاثیر فولاد فشاری صرف نظر شده است.

$$A_s = \frac{0.85f'_c b}{F_y} \left( d + \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\varphi f'_c b}} \right) = \frac{0.85 \times 25 \times 450}{400} \left( 440 - \sqrt{440^2 - \frac{2 \times 296.158 \times 10^6}{0.85 \times 0.9 \times 25 \times 450}} \right) = 2074.189 \text{ mm}^2$$

$$A_s^{top-Right} = 2074.189 \text{ mm}^2$$

$$A_s = \frac{0.85f'_c b}{F_y} \left( d + \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\varphi f'_c b}} \right) = \frac{0.85 \times 25 \times 450}{400} \left( 440 - \sqrt{440^2 - \frac{2 \times 188.994 \times 10^6}{0.85 \times 0.9 \times 25 \times 450}} \right) = 1269.786 \text{ mm}^2$$

$$A_s^{bot-Right} = 1269.786 \text{ mm}^2$$

$$A_s = \frac{0.85f'_c b}{F_y} \left( d + \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\varphi f'_c b}} \right) = \frac{0.85 \times 25 \times 450}{400} \left( 440 - \sqrt{440^2 - \frac{2 \times 266.716 \times 10^6}{0.85 \times 0.9 \times 25 \times 450}} \right) = 1845.753 \text{ mm}^2$$

$$A_s^{top-Left} = 1845.753 \text{ mm}^2$$

$$A_s = \frac{0.85f'_c b}{F_y} \left( d + \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\varphi f'_c b}} \right) = \frac{0.85 \times 25 \times 450}{400} \left( 440 - \sqrt{440^2 - \frac{2 \times 179.946 \times 10^6}{0.85 \times 0.9 \times 25 \times 450}} \right) = 1205.049 \text{ mm}^2$$

$$A_s^{bot-Left} = 1205.049 \text{ mm}^2$$

$$A_s = \frac{0.85f'_c b}{F_y} \left( d + \sqrt{d^2 - \frac{2M_u}{0.85\varphi f'_c b}} \right) = \frac{0.85 \times 25 \times 450}{400} \left( 440 - \sqrt{440^2 - \frac{2 \times 59.23 \times 10^6}{0.85 \times 0.9 \times 25 \times 450}} \right) = 1276.969 \text{ mm}^2$$

$$A_s^{bot-Middle} = A_s^{top-Middle} = 380.82 \text{ mm}^2$$

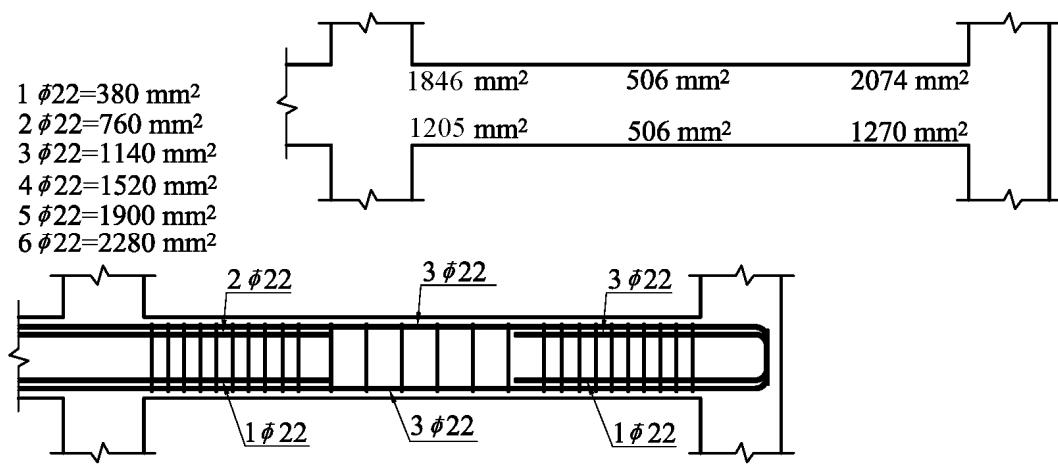
کنترل آرماتور حداقل و آرماتور حداکثر:

$$\rho_{min} = \text{Max} \left( \frac{1.4}{400}, \frac{\sqrt{25}}{4 \times 400} \right) = 0.0035 \rightarrow A_{smin} = 0.0035bd = 0.0035 \times 450 \times 440 = 693 \text{ mm}^2$$

$$\rho_{max} = 0.85 \times \beta_1 \times \frac{25}{400} \times \frac{3}{8} = 0.019 \rightarrow A_{smax} = 0.0169bd = 0.0169 \times 450 \times 440 = 3353 \text{ mm}^2$$

- میلگرد میانی تیر در بالا و پایین برابر  $380 \text{ mm}^2$  بددست آمده است. در حالیکه آرماتور حداقل برابر  $2 \text{ Asmin}=693 \text{ mm}^2$  بددست آمده است. به جای رعایت حداقل فوق میتوان از ۱.۳۳ برابر میلگرد محاسباتی استفاده کرد:

$$A_s^{bot-Middle} = A_s^{top-Middle} = \text{Min} \left( \frac{693}{1.33 \times 380.82} = 506.5 \right) = 506.5 \text{ mm}^2$$



- توجه شود که میلگرد های سراسری تیر را میتوانستیم  $2\varphi 22$  انتخاب کنیم. منتهی در فصل مربوط به طول مهار خواهیم دید که مساحت میلگرد میانی بهتر است بیش از مقدار لازم محاسباتی باشد تا محل قطع میلگردهای تقویتی متعارف بددست آید.

محاسبه برش طراحی تیر بر اساس ضوابط لرزه ای با شکل پذیری متوسط

مقادیر لنگرهای مقاوم دو انتهای (با صرف نظر کردن از میلگردهای فشاری) به صورت زیر می باشد:

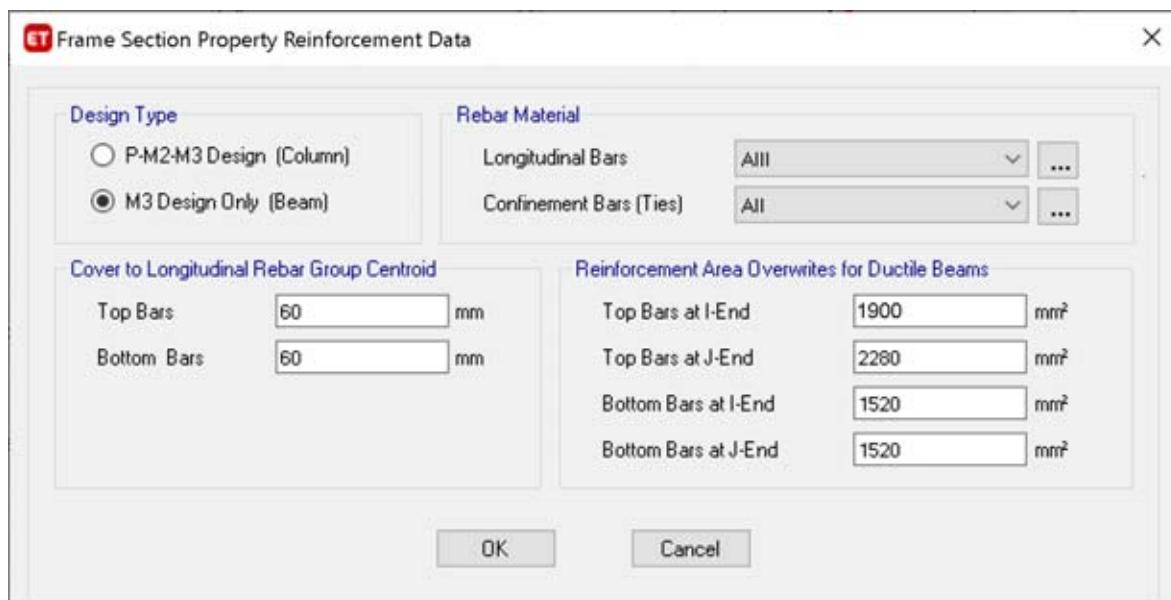
$$M_{n-Left-POS} = M_{n-Right-POS} = A_s F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s F_y \left( d - \frac{A_s F_y}{2 \times 0.85 f'_c b} \right) = 1520 \times 400 \left( 440 - \frac{1520 \times 400}{1.7 \times 25 \times 450} \right) \\ = 248.19 \text{ kN.m}$$

$$M_{n-Left-NEG} = A_s F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s F_y \left( d - \frac{A_s F_y}{2 \times 0.85 f'_c b} \right) = 1900 \times 400 \left( 440 - \frac{1900 \times 400}{1.7 \times 25 \times 450} \right) \\ = 304.12 \text{ kN.m}$$

$$M_{n-Right-NEG} = A_s F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s F_y \left( d - \frac{A_s F_y}{2 \times 0.85 f'_c b} \right) = 2280 \times 400 \left( 440 - \frac{2280 \times 400}{1.7 \times 25 \times 450} \right) \\ = 357.79 \text{ kN.m}$$

M-Left-Negative	304.12 kN.m
M-Left-Positive	248.19 kN.m
M-Right- Negative	357.79 kN.m
M-Right- Positive	248.19 kN.m

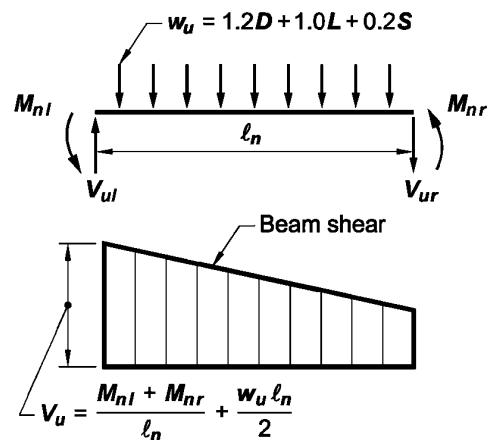
- صرف نظر کردن از میلگرد فشاری در محاسبه مقاومت خمشی اسمی مقطع تیر در خلاف جهت اطمینان میباشد و بهتر است این اثر دیده شود. منتهی در این تیر میلگرد فشاری تاثیر ناچیزی دارد (در حد یک درصد) و بنابراین نتایج قابل قبول است.
- نرم افزار ETABS نیز در محاسبه مقاومت خمشی مقطع از اثر میلگرد فشاری صرف نظر میکند.
- محاسبات فوق بر اساس میلگرد قرار داده شده در مقطع محاسبه شده (نه بر اساس میلگرد محاسبه شده). نرم افزار ETABS محاسبات فوق را بر اساس میلگرد محاسبه شده انجام میدهد. طراح می تواند با overwrite کردن مساحت میلگرد قرار داده شده، محاسبات را اصلاح کند:



با توجه به بار مرده و زنده (q<sub>L</sub>=3.87 kN/m q<sub>D</sub>=18.087 kN/m) ۱۸.۴.۲.۳(a) به صورت زیر محاسبه می شود:

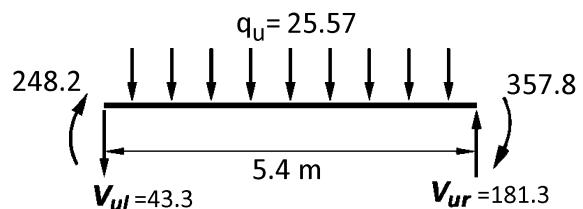
M-Left-Negative	304.12 kN.m
M-Left-Positive	248.19 kN.m
M-Right- Negative	357.79 kN.m
M-Right- Positive	248.19 kN.m

$$q = 1.2D + L = 1.2 \times 18.087 + 3.87 = 25.5744 \frac{kN}{m}$$



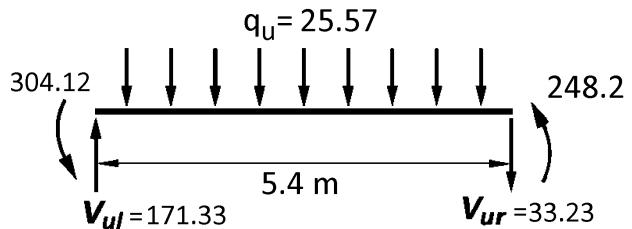
$$\begin{aligned} V_{Right-capacity} &= \frac{357.79 + 248.19}{5.9 - 0.5} + \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2} \\ &= \mathbf{181.269 kN} \\ V_{Left-capacity} &= \frac{357.79 + 248.19}{5.9 - 0.5} - \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2} \\ &= \mathbf{43.269 kN} \end{aligned}$$

اگر جهت لنگرهای ناشی از زلزله ساعت گرد باشند:

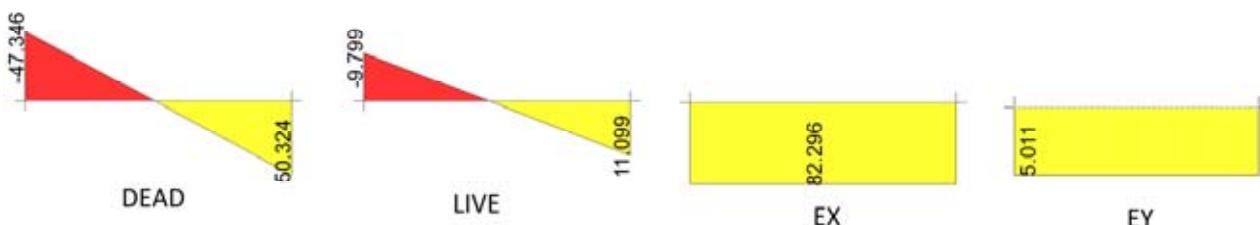


$$\begin{aligned} V_{Right-capacity} &= \frac{304.12 + 248.19}{5.9 - 0.5} - \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2} \\ &= \mathbf{33.229 kN} \\ V_{Left-capacity} &= \frac{304.12 + 248.19}{5.9 - 0.5} + \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2} \\ &= \mathbf{171.33 kN} \end{aligned}$$

اگر جهت لنگرهای ناشی از زلزله پاد ساعت گرد باشند:



با توجه به بار مرده و زنده (q<sub>L</sub>=3.87 kN/m q<sub>D</sub>=18.087 kN/m) ۱۸.۴.۲.۳(b) به صورت زیر محاسبه می شود:



$$V_{Left-with 2E} = 1.2V_D + V_L - (2V_E) = -231.2 kN$$

$$V_{Right-with 2E} = 1.2V_D + V_L + (2V_E) = 236.0798 kN$$

$$V_{Left-max} = \text{Min}(V_{Left-with 2E}, V_{Left-capacity}) = \mathbf{171.33 kN}$$

$$V_{Right-max} = \text{Min}(V_{Right-with 2E}, V_{Right-capacity}) = \mathbf{181.269 kN}$$

با توجه به اینکه مقادیر برش در دو انتهای تیر تفاوت کمی با هم دارند، طراحی خاموت ها را می توان در هر دو انتهای بر اساس برش **181.269 kN** انجام داد:

$$V_u = \varphi(V_c + V_s)$$

$$181.269 \times 1000 = 0.75(0.17\sqrt{25} \times 450 \times 440) + 0.75\left(\frac{A_v}{s} \times 440 \times 300\right) \rightarrow \frac{A_v}{s} = 0.556$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{min} = Max\left(\frac{0.35b}{F_y}, \frac{0.062\sqrt{25}b}{F_y}\right) = \frac{0.35 \times 450}{300} = 0.525$$

حداکثر فاصله خاموت ها، (با فرض اینکه میلگردهای طولی  $\varphi 22$  و قطر خاموت ها برابر  $\varphi 8$ ) برابر است با:

$$s_{max} = Min\left[\frac{440}{4}, 8 \times 22, 24 \times 8, 300\right] = 110 mm$$

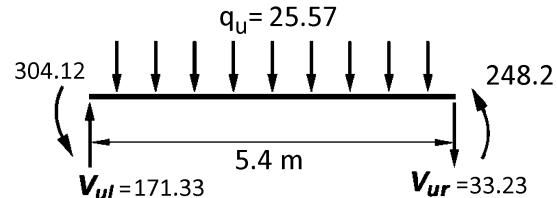
فوائل خاموت ها را برابر  $100mm$  انتخاب می کنیم. در این صورت مساحت لازم برای خاموت ها برابر  $A_v = 55.6 mm^2$  خواهد بود. با فرض یک حلقه بسته خاموت، قطر محاسباتی برای خاموت برابر  $5.95 mm$  می باشد.

می توان در دو انتهای تیر از  $\Phi 8 @100mm$  استفاده نمود. این خاموت ها باید تا فاصله دو برابر ارتفاع تیر در دو انتهای قرار گیرند. در خارج از ناحیه  $2h$  در دو انتهای، مقدار خاموت لازم بر اساس حداکثر برش تیر تعیین می شود.

در قسمت های میانی حداکثر فوائل میلگردها  $d/2=220mm$  می باشد. با توجه به اینکه قطر خاموت ها برابر  $\Phi 8$  انتخاب شده است:

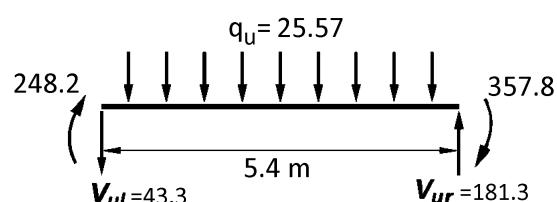
با فاصله گرفتن از انتهای تیر، برش نیز کاهش میابد. برش در فاصله  $m=1m$  از انتهای سمت چپ تیر برابر است با:

$$V_u = V_{ul} - q_u \times 2h = 171.33 - 25.5744 \times 2 \times 0.5 = 145.755 kN$$



برش در فاصله  $m=1m$  از انتهای سمت راست تیر برابر است با:

$$V_u = V_{ur} - q_u \times 2h = 181.269 - 25.5744 \times 2 \times 0.5 = 155.69 kN$$



$$V_u = \varphi(V_c + V_s)$$

$$155.69 \times 1000 = 0.75(0.17\sqrt{25} \times 450 \times 440) + 0.75\left(\frac{A_v}{s} \times 440 \times 300\right) \rightarrow \frac{A_v}{s} = 0.298$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{min} = Max\left(\frac{0.35b}{F_y}, \frac{0.062\sqrt{25}b}{F_y}\right) = \frac{0.35 \times 450}{300} = 0.525$$

$$\left(\frac{2 \times 3.14 \times 4^2}{s}\right) = 0.525 \rightarrow s = 191 mm \rightarrow Use \Phi 8 @150mm$$

- شکل زیر خروجی نرم افزار ETABS را برای تیر مورد نظر نشان میدهد.
- نیروی برشی تحت اثر زلزله با ضریب یک  $(1.2D+L+E)$  می باشد. Factored Vu2
- لنگر حداکثر تیر تحت ترکیب  $(1.2D+L+E)$  میباشد. Factored Mu3
- نیروی برشی تحت اثر زلزله دو برابر  $(1.2D+L+2E)$  می باشد. Factored Vu\*
- نیروی برشی تحت اثر زلزله دو برابر  $(1.2D+L+2E)$  می باشد. Factored Mu\*
- 
- برش ناشی از لنگرهای ظرفیت دو انتهای تیر  $\left(\frac{M_{nl}+M_{nr}}{L_n}\right)$  میباشد. Capacity Vp
- برش ناشی از بار ثقلی  $\left(\frac{q_u L_n}{2}\right)$  میباشد. Gravity Vg
- لنگرهای اسمی ظرفیتی دو انتهای تیر میباشد. Mneg و Mpos
- حداکثر مقدار حاصل از روابط زیر: Design Vu2

$$V_{u2} = \text{Max}(V_p + V_g, V_u^*)$$

Design Forces

Factored Vu2 kN	Factored Mu3 kN-m	Factored Vu* kN	Factored Mu* kN-m	Capacity Vp kN	Gravity Vg kN
153.783	-296.158	236.079	-526.498	112.219	69.051

Capacity Moment

	Long.Rebar As (Bottom) mm <sup>2</sup>	Long.Rebar As (Top) mm <sup>2</sup>	Capacity Moment M <sub>pos</sub> kN-m	Capacity Moment M <sub>neg</sub> kN-m
Left	1520	1900	248.191	304.199
Right	1520	2280	248.191	357.79

Design Basis

Design Vu2 kN	Conc.Area A <sub>c</sub> cm <sup>2</sup>	Area A <sub>g</sub> cm <sup>2</sup>	Tensn.Reinf A <sub>st</sub> mm <sup>2</sup>	Strength f <sub>ys</sub> MPa	Strength f <sub>cs</sub> MPa	LtWt.Reduc Factor Unitless
181.27	1980	2250	2280	300	25	1

Shear Rebar Design

Stress v MPa	Conc.Capacity V <sub>c</sub> MPa	Uppr.Limit V <sub>max</sub> MPa	Conc.Capacity φV <sub>c</sub> MPa	Uppr.Limit φV <sub>max</sub> MPa	RebarArea A <sub>v</sub> /s mm <sup>2</sup> /m	Shear φV <sub>s</sub> kN	Shear φV <sub>n</sub> kN	Shear φV <sub>n</sub> kN
0.92	0.83	4.15	0.62	3.11	585.49	123.306	57.963	181.27

محاسبه برش طراحی تیر بر اساس ضوابط لرزه ای با شکل پذیری ویژه مقادیر لنگرهای مقاوم دو انتهای (با صرف نظر کردن از میلگرد های فشاری) به صورت زیر می باشد:

$$M_{pr-Left-POS} = M_{n-Right-POS} = A_s 1.25 F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s 1.25 F_y \left( d - \frac{A_s 1.25 F_y}{2 \times 0.85 f'_c b} \right)$$

$$= 1520 \times 1.25 \times 400 \left( 440 - \frac{1520 \times 1.25 \times 400}{1.7 \times 25 \times 450} \right) = 304.199 \text{ kN.m}$$

$$M_{pr-Left-NEG} = A_s 1.25 F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s 1.25 F_y \left( d - \frac{A_s 1.25 F_y}{2 \times 0.85 f'_c b} \right)$$

$$= 1900 \times 1.25 \times 400 \left( 440 - \frac{1900 \times 1.25 \times 400}{1.7 \times 25 \times 450} \right) = 370.81 \text{ kN.m}$$

$$M_{pr-Right-NEG} = A_s 1.25 F_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s 1.25 F_y \left( d - \frac{A_s 1.25 F_y}{2 \times 0.85 f'_c b} \right)$$

$$= 2280 \times 1.25 \times 400 \left( 440 - \frac{2280 \times 1.25 \times 400}{1.7 \times 25 \times 450} \right)$$

$$= 433.647 \text{ kN.m}$$

M-Left-Negative	370.81 kN.m
M-Left-Positive	304.199 kN.m
M-Right- Negative	433.647 kN.m
M-Right- Positive	304.199 kN.m

با توجه به بار مرده و زنده ( $q_L = 3.87 \text{ kN/m}$   $q_D = 18.087 \text{ kN/m}$ ) مقدار برش طبق بند (a) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$q = 1.2D + L = 1.2 \times 18.087 + 3.87 = 25.5744 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

اگر جهت لنگرهای ناشی از زلزله ساعت گرد باشند:

$$V_{Right-capacity} = \frac{433.647.79 + 304.199}{5.9 - 0.5} + \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2}$$

$$= 136.63 + 69.05 = 205.69 \text{ kN}$$

$$V_{Left-capacity} = \frac{433.647.79 + 304.199}{5.9 - 0.5} - \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2}$$

$$= 136.63 - 69.05 = 67.59 \text{ kN}$$

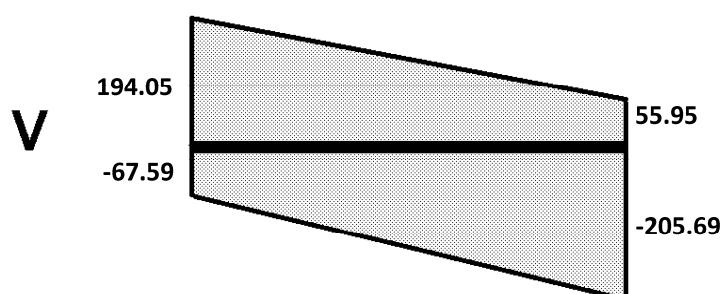
اگر جهت لنگرهای ناشی از زلزله پاد ساعت گرد باشند:

$$V_{Right-capacity} = \frac{370.81 + 304.199}{5.9 - 0.5} - \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2}$$

$$= 125 - 69.05 = 55.95 \text{ kN}$$

$$V_{Left-capacity} = \frac{370.81 + 304.199}{5.9 - 0.5} + \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2}$$

$$= 125 + 69.05 = 194.05 \text{ kN}$$



#### 21.5.4.2 — Transverse reinforcement

Transverse reinforcement over the lengths identified in 21.5.3.1 shall be proportioned to resist shear assuming  $V_c = 0$  when both (a) and (b) occur:

(a) The earthquake-induced shear force calculated in accordance with 21.5.4.1 represents one-half or more of the maximum required shear strength within those lengths;

(b) The factored axial compressive force,  $P_u$ , including earthquake effects is less than  $A_g f'_c / 20$ .

$$\frac{433.647.79 + 304.199}{5.9 - 0.5} = 136.63 > \frac{1}{2} \left[ \frac{433.647.79 + 304.199}{5.9 - 0.5} + \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2} \right] = 102.845 \rightarrow V_c = 0$$

$$\frac{370.81 + 304.199}{5.9 - 0.5} = 125 > \frac{1}{2} \left[ \frac{370.81 + 304.199}{5.9 - 0.5} + \frac{25.5744 \times (5.9 - 0.5)}{2} \right] = 97.025 \rightarrow V_c = 0$$

مقادیر برش در دو انتهای تیر تفاوت کمی با هم دارند و طراحی خاموت ها را می توان در هر دو انتهای بر اساس برش 205.69 kN انجام داد:

$$\begin{aligned} V_u &= \varphi(0 + V_s) \\ 205.69 &= 0.75 \left( \frac{A_v}{s} \times 440 \times 300 \right) \\ \frac{A_v}{s} &= 2.077 \text{ mm} \end{aligned}$$

حداکثر فاصله خاموت ها، (با فرض اینکه میلگرد های طولی  $\Phi 22$  و قطر خاموت ها برابر  $\Phi 10$ ) برابر است با:

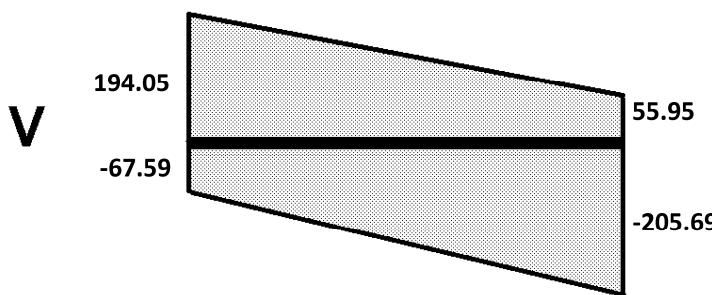
$$s_{max} = \text{Min} \left[ \frac{440}{4}, 6 \times 22, 24 \times 10, 150 \right] = 110 \text{ mm}$$

با فرض اینکه فواصل خاموتها برابر  $s=100 \text{ mm}$  انتخاب شود:

$$\frac{A_v}{s} = 2.077 \text{ mm} \rightarrow A_v = 207.7 \text{ mm}^2 \rightarrow \begin{cases} \varphi 12 @ 100 & \text{بدون سنجاق} \\ & \text{یا} \\ \varphi 10 @ 100 & \text{با سنجاق} \end{cases}$$

- با توجه به اینکه آرماتور های طولی در تیر های قابه ای خمی ویژه در ناحیه بحرانی (به فاصله  $2h$  از دو انتهای) باید همانند میلگرد های طولی ستونها به صورت یک در میان مهار شوند و بنابراین بهتر است از کادر بسته  $\varphi 10 @ 100$  همراه با یک سنجاق استفاده شود.

محاسبه برش در قسمت میانی تیر  
مقدار برش به فاصله  $2h=2*0.5=1 \text{ m}$  از بر تکیه گاه برابر است با:



$$V_{2h} = 205.69 - q_u \times 2h = 205.69 - 25.5744 \times 2 \times 0.5 = 180.11 \text{ kN}$$

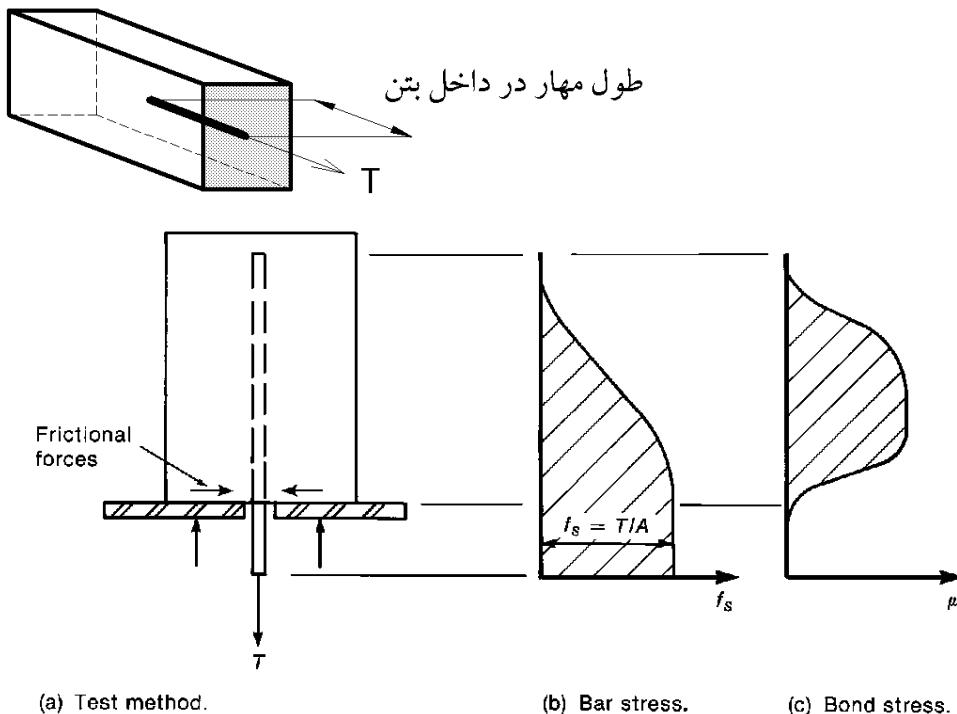
$$180.11 = 0.75 \left( 450 \times 440 \times 0.17\sqrt{25} + \frac{A_v}{s} \times 440 \times 400 \right)$$

$$\frac{A_v}{s} = 0.408$$

$$\left( \frac{A_v}{s} \right)_{min} = \text{Max} \left( \frac{0.35b}{F_y}, \frac{0.062\sqrt{25}b}{F_y} \right) = \frac{0.35 \times 450}{300} = 0.525$$

$$\left( \frac{2 \times 3.14 \times 5^2}{s} \right) = 0.525 \rightarrow s = 299 \text{ mm} < \frac{d}{2} = \frac{440}{2} = 220 \rightarrow \text{Use } \Phi 10 @ 200 \text{ mm}$$

شکل زیر یک میلگرد مدفعون در داخل بتن را نشان میدهد که نیروی کششی  $T$  بدان وارد میشود و نیرو در طول میلگرد به بتن منتقل میشود.



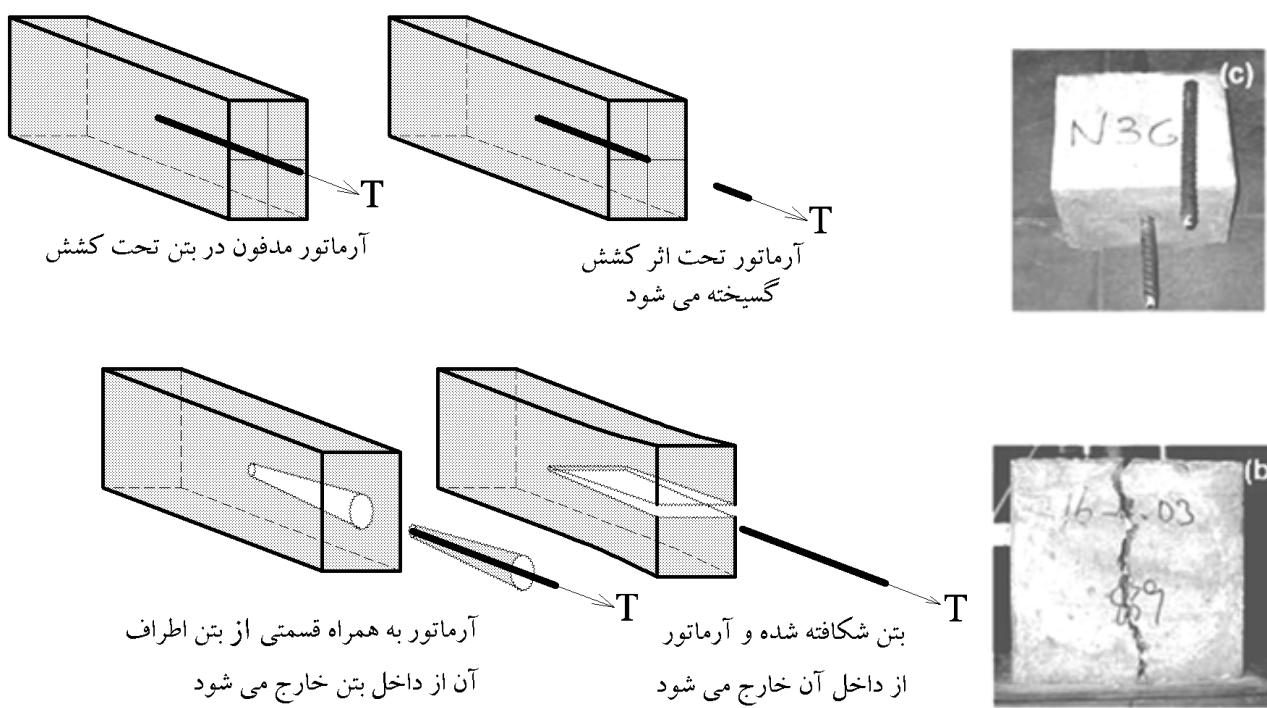
(a) Test method.

(b) Bar stress.

(c) Bond stress.

با افزایش نیروی وارد بر میلگرد دو حالت ممکن است اتفاق افتد:

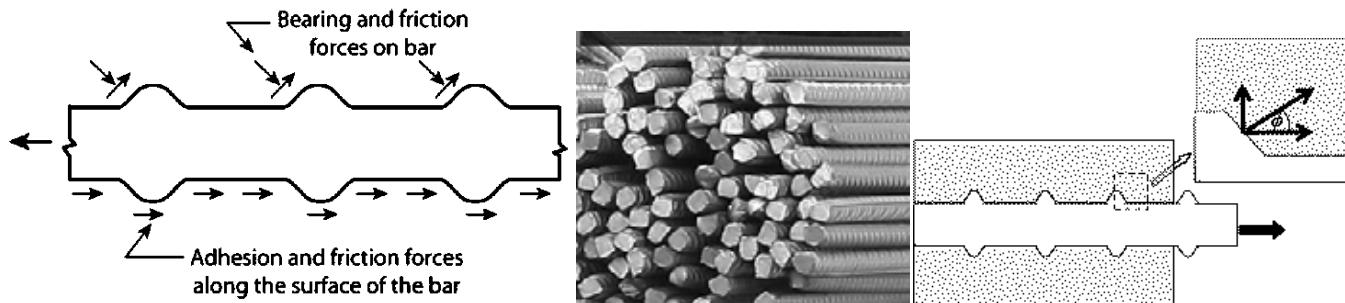
- ۱- میلگرد به مقدار کافی در داخل بتن مهار شده است به طوریکه میتوان نیروی  $T$  را به حد مقاومت تسلیم میلگرد افزایش داد (بدون اینکه آسیبی به بتن وارد شود).
- ۲- اگر میلگرد به حد کافی در داخل بتن نشده باشد، قبل از اینکه نیروی  $T$  به نیروی تسلیم میلگرد برسد، با تخریب بتن میلگرد آزاد میشود.



انتقال نیرو از میلگرد به بتن از سه طریق انجام می شود:

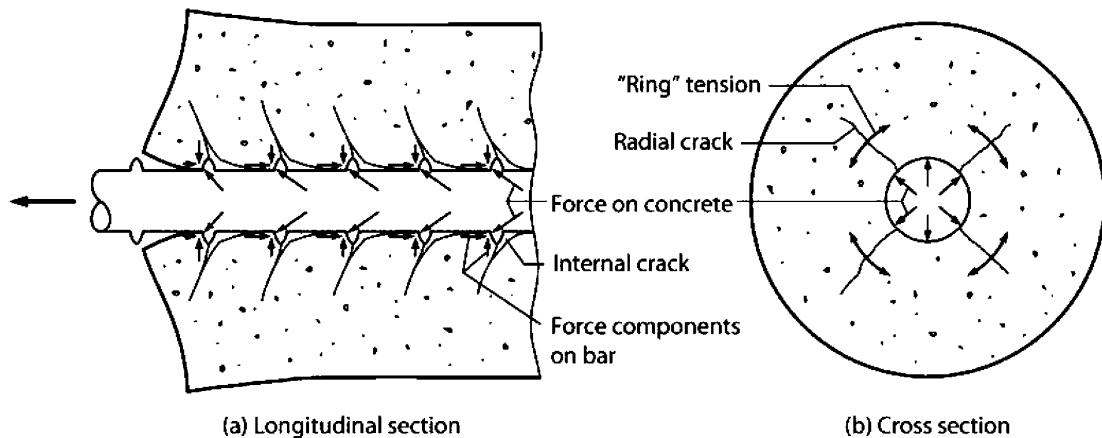
- چسبندگی شیمیایی بین فولاد و بتن (chemical adhesion)
- اصطکاک ناشی از زبری سطح میلگرد (frictional forces)
- مهار مکانیکی و یا برجستگی روی میلگرد (آج) (AJ)

در شکل زیر این نیروها نشان داده شده اند:



چسبندگی شیمیایی ضعیف است و پس از لغزش جزئی میلگرد از بین می رود. عمدۀ انتقال نیرو از طریق آجها انجام می شود.

شکل زیر یک میلگرد آجدار را تحت کشش نشان میدهد. کشش در میلگرد موجب افزایش طول آن میشود و کرنش طولی آن افزایش می یابد. این افزایش طول موجب لغزش میلگرد داخل بتن می شود. پس از ایجاد لغزش، میلگرد از طریق آجها به بتن اتکا می کند. نیروهای اتکایی که از طرف آجها به بتن وارد می شود همراه با تنש های برشی وارد بر بتن موجب ایجاد ترک در بتن می شود. بیشترین لغزش در انتهای بارگذاری شده میلگرد رخ می دهد و با افزایش بار ممکن است تنش پیوستگی بین بتن و میلگرد در انتهای میلگرد کاهش یابد.



در شکل سمت راست مشاهده میشود ترک های شعاعی در داخل بتن ایجاد میشود.

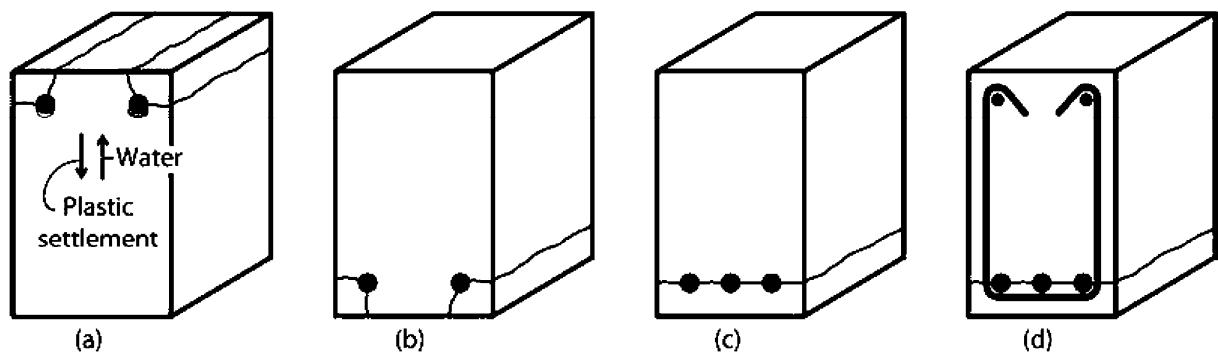
#### سراسری ۸۱

۱۰۵ - تعریف صحیح طول مهاری یا طول گیرایی آرماتور، کدام است؟

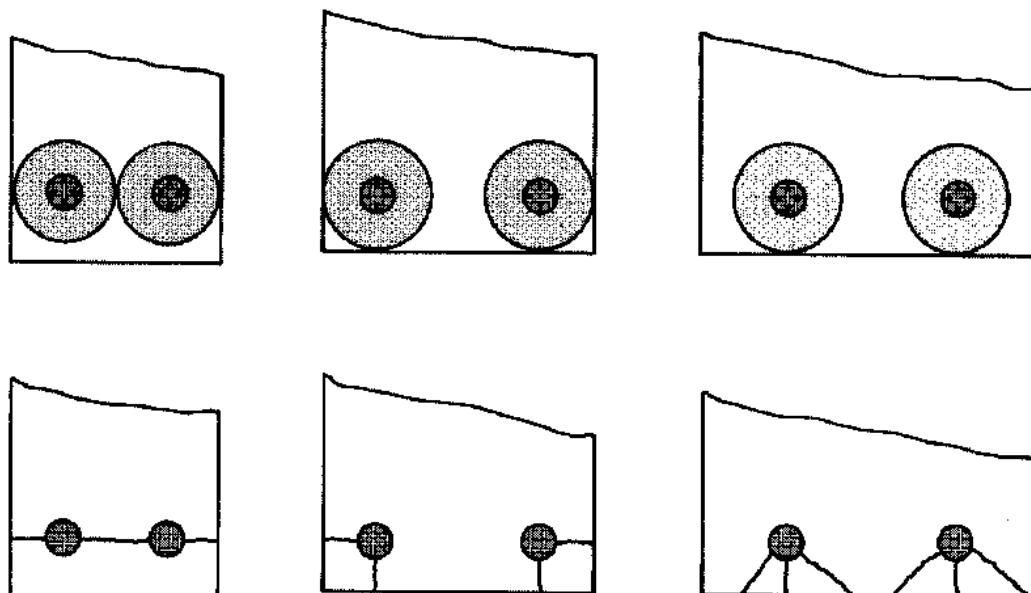
- ۱) طولی از آرماتور است که در آن تنش به صفر می رسد.
- ۲) طولی از آرماتور است که در آن تنشهای پیوستگی به صورت یکتوخت توزیع شده‌اند.
- ۳) حداقل طولی از آرماتور است که در آن تنش می تواند از صفر در انتهای آرماتور به حد جاری شدن فولاد برسد.
- ۴) هر سه مورد

گزینه ۳

- در مواردی که پوشش روی میلگرد کم باشد (کمتر از حدودا ۲ برابر قطر میلگرد) ترک های شعاعی می توانند شکل (b) تا سطح آزاد بتن گسترش یابد.
- در مواردی مانند حالت (a) و (b) که فاصله میلگردها از هم زیاد است، تعداد ۲ یا چند ترک می توانند موجب خرابی شود.
- در مواردی مانند شکل (c) که فاصله میلگردها در داخل کم است، علاوه بر ترکهای کناری، ممکن است مابین میلگردها نیز ترک ایجاد می شود که در این حالت یک سطح ترک کلی ایجاد می شود.
- شکل (d) نشان میدهد که وجود آرماتور عرضی (که از سطح ترک عبور می کند) می تواند از باز شدن ترک ممانعت کند.



(شکل برگرفته از کتاب بتن Moehle)



(a) Side cover and half the bar spacing both less than bottom cover.

(b) Side cover = bottom cover, both less than half the bar spacing.

(c) Bottom cover less than side cover and half the bar spacing.

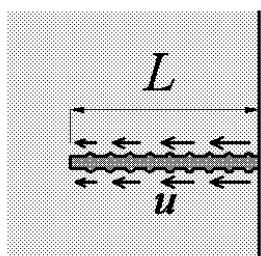
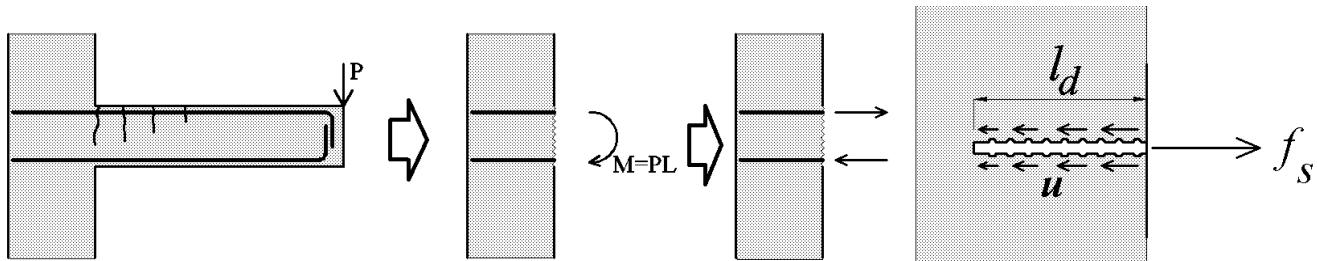


- آرماتور صاف نیاز به طول مهار زیادی دارد و در صورت افزایش بار وارد بر آن بدون ایجاد شکاف در بتن، در داخل آن می‌لغزد.
- یک راه مناسب برای آرماتور صاف استفاده از قلاب در انتهای میلگرد می‌باشد.
- در صورت عدم استفاده از میلگرد آجدار، تعداد ترک‌های خمشی محدود به چند ترک با عرض زیاد خواهد بود (تعداد ترک‌ها کاهش ولی عرض آنها به شدت افزایش می‌ابد)
  - در صورت استفاده از میلگرد آجدار، تعداد ترک‌های خمشی افزایش ولی عرض آنها محدود خواهد شد.

مفهوم پیوستگی بین بتن و میلگرد در دو حالت مطالعه می‌شود:

#### ۱- پیوستگی مهاری

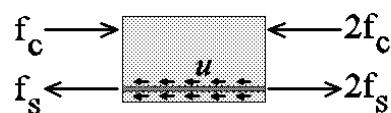
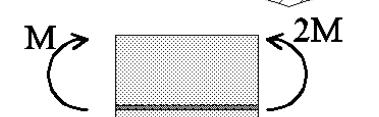
در شکل زیر بتن به فولاد (و برعکس فولاد هم به بتن) تنש‌های اصطکاکی ( $u$ ) وارد می‌کند. اگر این تنشهای نباشند، آرماتور از داخل بتن سرخورد و بیرون کشیده می‌شود. بنابراین این تنشهای موجب ایجاد پیوستگی بین فولاد و بتن می‌شوند و آنها را تنشهای پیوستگی (و یا چسبندگی) می‌نامند. در شکل زیر تنش موجود در آرماتور ( $f_s$ ) از طریق تنشهای پیوستگی مهاری ( $u$ ) به بتن منتقل می‌شود. هرچه طول  $l_d$  در شکل زیر بیشتر باشد توانایی بتن در مهار آرماتور افزایش یافته و تنش پیوستگی مهاری ( $u$ ) کاهش می‌یابد. با کاهش  $l_d$  تنشهای  $u$  افزایش یافته و ممکن است بتن تاب تحمل  $u$  بالا را نداشته و گسیخته شود.



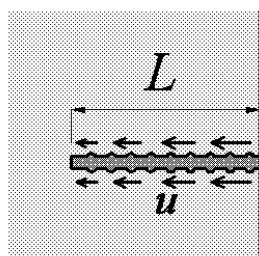
$$\begin{aligned}
 f_s : & \text{ تنش در آرماتور} \\
 & \text{ تنش جویندگی بتن و آرماتور: } u \\
 f_s \times \frac{\pi D^2}{4} & = u \times L \times \pi D \\
 \Rightarrow L & = \frac{f_s \times D}{4u}
 \end{aligned}$$

## ۲- پیوستگی خمی

در شکل زیر به دلیل تغییر مقدار لنگر در طول تیر، تنش کششی در آرماتور تغییر می کند. در این حالت برای حفظ تعادل در راستای افقی برای آرماتور، تنش های پیوستگی خمی ( $u$ ) را خواهیم داشت.



## ۱-۶- پیوستگی مهاری



$f_s$ : تنش در آرماتور

تنش جنبه‌گیرین و آرماتور:  $u$

$$f_s \times \frac{\pi D^4}{k} = u \times L \times \pi D$$

$$\Rightarrow L = \frac{f_s \times D}{k u}$$

نکته: طول محاسبه شده

نکته: قطر آرماتور

نکته:  $A (D^2)$

نکته: تابعیت کششی  
من دارد

۱۲۵- یک آرماتور  $\phi 16$  جهت بلند کردن بلوکی بتنی به وزن  $W$  در طول  $L$  در متوسط تنش پیوستگی بین آرماتور و بتن  $10 \text{ MPa}$  باشد، حداقل مقدار  $L$  برای آن که بیشینه وزن  $W$  قابل حمل باشد چند میلی‌متر (mm) است؟ بتن از رده  $C30$  و فولاد از رده  $S400$  است.

(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۴۰

(۳) ۱۶۰

(۴) ۱۸۰

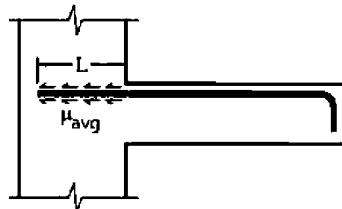
حداکثر نیروی  $W$  مطابق رابطه زیر، بر اساس طول مهار میلگرد و نیز مقاومت تسلیم میلگرد بدست می‌آید.

$$W = \text{Min} \begin{cases} u \times L \times \pi D = 10 \times L \times 3.14 \times 16 = 502.4L \\ A_s F_y = 3.14 \times 8^2 \times 400 = 80384 \end{cases}$$

برای حداکثر شدن مقدار  $W$  باید:

$$502.4L \geq 80384 \quad \rightarrow \quad L \geq 160 \text{ mm}$$

۱۱۴- در شکل زیر انتقال نیروی کششی به بتن در میلگرد فوقالی تیرکنسولی نمایش داده شده است که در آن  $L$  طول متوسط پیوستگی میلگرد در ستون و  $d$  قطر میلگرد می‌باشد. در حالیکه فولاد به حد تسلیم برسد، با دو برابر شدن قطر میلگرد و ثابت بودن سایر مشخصات،  $\mu_{avg}$  چه تعییری می‌کند؟



(۱) ثابت می‌ماند.

(۲) نصف می‌شود.

(۳) دو برابر می‌شود.

(۴) چهار برابر می‌شود.

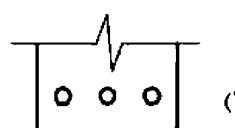
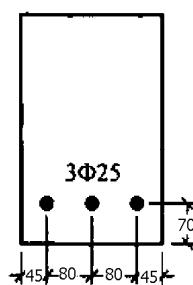
اگر نیروی وارد بر میلگرد ثابت بماند مطابق رابطه زیر گزینه ۲ صحیح خواهد بود.

$$\text{نیروی ثابت اولیه} \quad u_{avg} \times L \times \pi D = \frac{\text{نیروی ثابت اولیه}}{L \times \pi D}$$

اگر تنش بر میلگرد ثابت بماند مطابق رابطه زیر گزینه ۳ صحیح خواهد بود.

$$u_{avg} \times L \times \pi D = \frac{\pi D^2}{4} F_y \quad \rightarrow \quad u_{avg} = \frac{DF_y}{4L}$$

۱۱۷- در صورتی که مقطع تیر زیر دچار گسیختگی ناشی از تنش پیوستگی بین فولاد و بتن گردد، کدام یک از حالات زیر محتمل نیست؟ (اندازه‌ها به میلی‌متر است)



برون گشیدگی میلگرد از بتن

گزینه ۲

## CHAPTER 25—REINFORCEMENT DETAILS

### 25.4—Development of reinforcement

**25.4.2 Development of deformed bars and deformed wires in tension**

**25.4.2.1** Development length  $\ell_d$  for deformed bars and deformed wires in tension shall be the greater of (a) and (b):

(a) Length calculated in accordance with 25.4.2.3 or 25.4.2.4 using the applicable modification factors of 25.4.2.5

(b) 300 mm

**25.4.2.4** For deformed bars or deformed wires,  $\ell_d$  shall be calculated by:

$$\ell_d = \left( \frac{1}{1.1} \frac{f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} \frac{\Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{\left( \frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right) d_b \quad (25.4.2.4a)$$

in which the confinement term  $(c_b + K_{tr})/d_b$  shall not exceed 2.5, and

$$K_{tr} = \frac{40 A_{tr}}{sn} \quad (25.4.2.4b)$$

where  $n$  is the number of bars or wires being developed or lap spliced along the plane of splitting. It shall be permitted to use  $K_{tr} = 0$  as a design simplification even if transverse reinforcement is present or required.

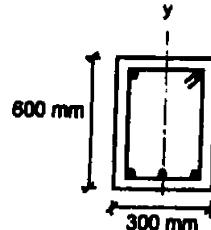
**25.4.2.5** For the calculation of  $\ell_d$ , modification factors shall be in accordance with Table 25.4.2.5.

**Table 25.4.2.5—Modification factors for development of deformed bars and deformed wires in tension**

Modification factor	Condition	Value of factor
Lightweight $\lambda$	Lightweight concrete	0.75
	Normalweight concrete	1.0
Reinforcement grade $\psi_g$	Grade 40 or Grade 60	1.0
	Grade 80	1.15
	Grade 100	1.3
Epoxy <sup>[1]</sup> $\psi_e$	Epoxy-coated or zinc and epoxy dualcoated reinforcement with clear cover less than $3d_b$ or clear spacing less than $6d_b$	1.5
	Epoxy-coated or zinc and epoxy dual-coated reinforcement for all other conditions	1.2
	Uncoated or zinc-coated (galvanized) reinforcement	1.0
Size $\psi_s$	No. 22 and larger bars	1.0
	No. 19 and smaller bars and deformed wires	0.8
Casting position <sup>[1]</sup> $\psi_t$	More than 300 mm of fresh concrete placed below horizontal reinforcement	1.3
	Other	1.0

<sup>[1]</sup>The product  $\psi_g \psi_e$  need not exceed 1.7.

-۳۱ در تیزی با مقطع مطابق شکل تحت اثر لنگر خمشی مثبت (قسمت پایین مقطع تحت اثر کشش) در صورتیکه  $A_s = 3\Phi 25$  و  $A'_s = 2\Phi 20$  mm c/c، خاموت ها  $\Phi 12 @ 150 \text{ mm c/c}$ ، پوشش بتن برابر ۵۰ میلی متر و آرماتورگذاری متقاض نسبت به محور لها و آرماتور طولی از نوع S400 و آرماتور عرضی (خاموت) از نوع S340 باشد، ضریب دقیق محاسباتی  $\left(\frac{C+K_{tr}}{d_b}\right)$  برای تعیین طول مهاری آرماتورهای کششی که در یک محل قطع و یا وصله می شوند، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ (C برابر کوچکترین دو مقدار فاصله مرکز میلگرد از نزدیکترین رویه بتن و نصف فاصله مرکز تا مرکز میلگردها می باشد)



3.30 (۱)

2.50 (۲)

2.20 (۳)

2.00 (۴)

فاصله مرکز میلگرد تا رویه بتن برابر است با:

$$\text{Cover to rebar center} = 50 + 12 + 12.5 = 74.5 \text{ mm}$$

فاصله مرکز تا مرکز میلگردهای کششی از هم برابر است با:

$$S_{bar to bar} = \frac{300 - 74.5 \times 2}{2} = 75.5 \quad \rightarrow \quad c = \text{Min} \left( 74.5, \frac{75.5}{2} \right) = 37.75 \text{ mm}$$

$$K_{tr} = \frac{40(2\pi \times 6^2)}{150 \times 3} = 20.1 \text{ mm}$$

$$\frac{k_{tr} + c}{d_b} = \frac{20.1 + 37.75}{25} = 2.3$$

جهت سهولت در محاسبات به جای استفاده از رابطه دقیق (صفحه قبل) می توان طول مهار را با استفاده از جدول زیر (روش تقریبی) محاسبه کرد.

- در تیرها که حداقل خاموت در آنها قرار داده می شود، معمولاً شامل سطر اول جدول زیر می شوند.

بنابراین در اکثر تیرها می توان به صورت تقریبی طول مهار را می توان به شرح زیر محاسبه کرد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi \leq 20 \text{ mm} \rightarrow l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{2.1\lambda \sqrt{f'_c}} d_b \xrightarrow{\substack{C25 \\ S400}} l_d = \frac{400 \times 1.3 \times 1 \times 1}{2.1\sqrt{25}} d_b = 50d_b \\ \varphi > 20 \text{ mm} \rightarrow l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7\lambda \sqrt{f'_c}} d_b \xrightarrow{\substack{C25 \\ S400}} l_d = \frac{400 \times 1.3 \times 1 \times 1}{1.7\sqrt{25}} d_b = 61d_b \end{array} \right.$$

میلگرد فوقانی تیر

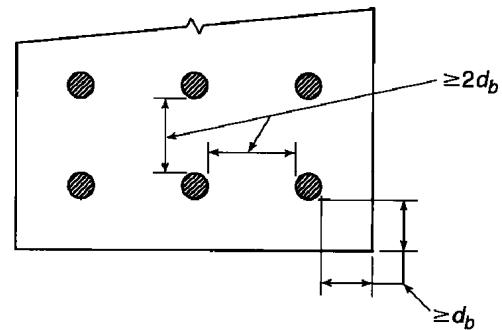
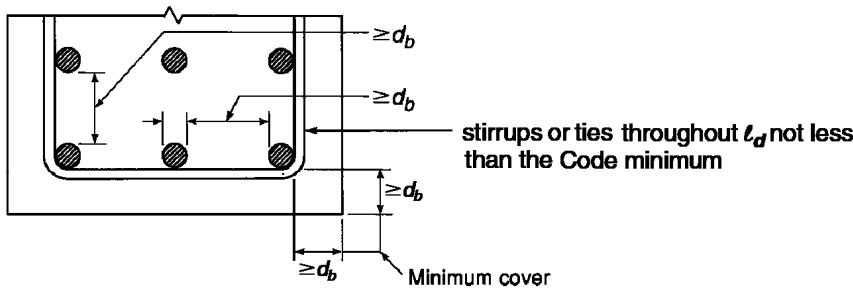
$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi \leq 20 \text{ mm} \rightarrow l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{2.1\lambda \sqrt{f'_c}} d_b \xrightarrow{\substack{C25 \\ S400}} l_d = \frac{400 \times 1 \times 1 \times 1}{2.1\sqrt{25}} d_b = 38d_b \\ \varphi > 20 \text{ mm} \rightarrow l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7\lambda \sqrt{f'_c}} d_b \xrightarrow{\substack{C25 \\ S400}} l_d = \frac{400 \times 1 \times 1 \times 1}{1.7\sqrt{25}} d_b = 47d_b \end{array} \right.$$

میلگرد تحتانی تیر

**25.4.2.3** For deformed bars or deformed wires,  $\ell_d$  shall be calculated in accordance with Table 25.4.2.3.

**Table 25.4.2.3—Development length for deformed bars and deformed wires in tension**

Spacing and cover	No. 19 and smaller bars and deformed wires	No. 22 and larger bars
Clear spacing of bars or wires being developed or lap spliced not less than $d_b$ , clear cover at least $d_b$ , and stirrups or ties throughout $\ell_d$ not less than the Code minimum or	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{2.1\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$
Clear spacing of bars or wires being developed or lap spliced at least $2d_b$ and clear cover at least $d_b$		
Other cases	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.4\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.1\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$

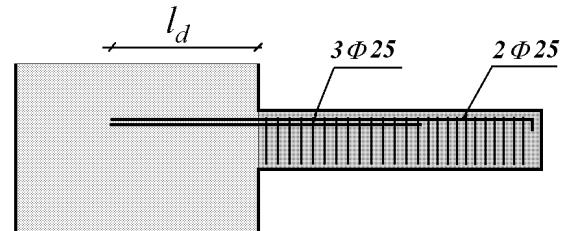


مثال:

طول مهاری لازم برای میلگردهای شکل زیر را در داخل دیوار و نیز داخل تیر تعیین کنید. در داخل دیوار آرماتورهای طولی فاقد آرماتور عرضی می باشند و در داخل تیر از  $\Phi 10 @ 100\text{mm}$  استفاده شده است. آرماتورهای طولی  $\Phi 25 \times 5$  و با فواصل مساوی می باشد.

- ضخامت دیوار هم عرض تیر فرض و برابر  $t=b=400\text{ mm}$  فرض شود.

b	400	mm
h	600	mm
bar-D	25	mm
No. of bars	5	
Stirrup-D	10	mm
Stirrup-S	100	mm



پوشش بتن تا مرکز میلگردهای طولی:

$$40 + 10 + \frac{25}{2} = 62.5\text{ mm}$$

فاصله خالص بین میلگردهای طولی:

$$\frac{(400 - 2 \times 50 - 5 \times 25)}{4} = 43.75\text{ mm}$$

#### محاسبه طول مهار در داخل دیوار

در داخل دیوار، میلگردهای طولی تیر فاقد خاموت می باشند و از طرفی فاصله خالص میلگردها کمتر از دو برابر قطر میلگردهای طولی است (بنابراین مقدار تقریبی طول مهار میلگردها برابر است با:  $43.75 < 2 \times 25$ )

$$l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c}} \times d = \frac{400 \times 1.3 \times 1}{1.1 \times 1 \times \sqrt{25}} \times d = 94.5 \times d = 2363\text{ mm}$$

با استفاده از رابطه دقیق:

$$c = \min \left( 62.5, \frac{43.75 + 25}{2} \right) = 34.375\text{ mm} \\ Ktr = \frac{40A_v}{sn} = 0 \quad \left. \right\} \rightarrow \left( \frac{c + ktr}{d} \right) = \frac{34.375}{25} = 1.375 < 2.5$$

$$l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c} \left( \frac{c+ktr}{d} \right)} \times d = \frac{400 \times 1.3 \times 1}{1.1 \times 1 \times \sqrt{25} (1.375)} \times d = 68.76 \times d = 1719\text{ mm}$$

محاسبه طول مهار میلگردهای تقویتی در داخل تیر

در داخل تیر، میلگردهای طولی تیر دارای خاموت (به حد کافی) می باشند و از طرفی فاصله خالص میلگردها بیشتر از قطر میلگردهای طولی است (43.75>25) بنابراین مقدار تقریبی طول مهار میلگردها برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{A_v}{s} = 1.57mm > \left( \frac{A_v}{s} \right)_{min} \\ Bar\ size = 25mm > 19mm \end{array} \right\} l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7 \lambda \sqrt{f'_c}} \times d = \frac{400 \times 1.3 \times 1}{1.7 \times 1 \times \sqrt{25}} \times d = 61.17 \times d = 1529\ mm$$

با استفاده از رابطه دقیق:

$$\left. \begin{array}{l} c = \text{Min} \left( 62.5, \frac{43.75 + 25}{2} \right) = 34.375\ mm \\ Ktr = \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2 \times (\pi \times 5^2)}{100 \times 3} = 20.93 \end{array} \right\} \rightarrow \left( \frac{c + ktr}{d} \right) = 2.21 < 2.5$$

$$l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c} \left( \frac{c+ktr}{d} \right)} \times d = \frac{400 \times 1.3 \times 1}{1.1 \times 1 \times \sqrt{25}(2.21)} \times d = 42 \times d = 1068\ mm$$

**25.4.9 Development of deformed bars and deformed wires in compression**

**25.4.9.1** Development length  $\ell_{dc}$  for deformed bars and deformed wires in compression shall be the greater of (a) and (b)

- (a) Length calculated in accordance with 25.4.9.2
- (b) 200 mm

**25.4.9.2**  $\ell_{dc}$  shall be the greater of (a) and (b), using the modification factors of 25.4.9.3:

$$(a) \left( \frac{0.24 f_y \psi_r}{\lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b$$

$$(b) 0.043 f_y \psi_r d_b$$

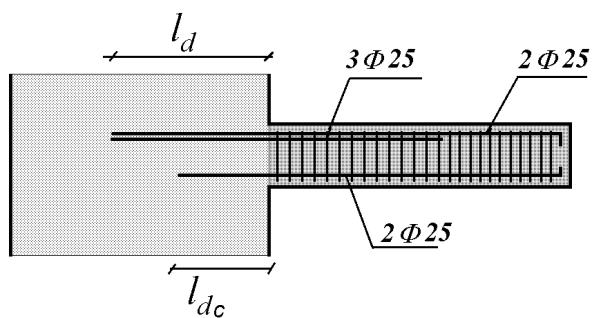
**25.4.9.3** For the calculation of  $\ell_{dc}$ , modification factors shall be in accordance with Table 25.4.9.3, except  $\psi_r$ , shall be permitted to be taken as 1.0.

**Table 25.4.9.3—Modification factors for deformed bars and wires in compression**

Modification factor	Condition	Value of factor
$\lambda$	Lightweight concrete	0.75
	Lightweight concrete, if $f_{ct}$ is specified	In accordance with 19.2.4.3
	Normalweight concrete	1.0
$\psi_r$	Reinforcement enclosed within (1), (2), (3), or (4): (1) a spiral (2) a circular continuously wound tie with $d_b \geq 6$ mm and pitch 100 mm (3) No. 13 bar or MD130 wire ties in accordance with 25.7.2 spaced $\leq 100$ mm on center (4) hoops in accordance with 25.7.4 spaced $\leq 100$ mm on center	0.75
	Other	1.0

طول مهاری لازم برای میلگردهای فشاری در پایین تیر زیر را در داخل دیوار تعیین کنید.

b	400	mm
h	600	mm

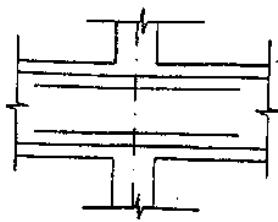


$$l_{dc} = \text{Max} \left( 200 \text{ mm}, \frac{0.24 \Psi_r F_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} d_b, 0.043 \Psi_r F_y d_b \right)$$

$$= \text{Max} \left( 200 \text{ mm}, \frac{0.24 \times 1 \times 400}{\sqrt{25}} d_b, 0.043 \times 1 \times 400 \times d_b \right) = 19.2 d_b = 480 \text{ mm}$$

### نظارت ۱۳۸۳

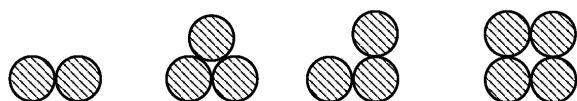
-۴۳ در یک اتصال میانی تیر به ستون میلگردهای تقویتی از  $3\Phi 22$  ( $11/4 \text{ cm}^2$ )  $4\Phi 18$  ( $10/4 \text{ cm}^2$ ) تغییر داده می‌شوند کدام یک از جملات زیر در مورد طول میلگرد تقویتی صحیح است؟



- ۱) تغییر قطر و تعداد میلگردها تأثیری در طول میلگرد نخواهد داشت.
- ۲) با توجه به کاهش تعداد میلگرد تقویتی، طول میلگرد کاهش می‌یابد.
- ۳) با توجه به افزایش قطر میلگردها، احتمال افزایش طول میلگردها وجود دارد.
- ۴) با توجه به افزایش سطح مقطع میلگرد کار گذاشته شده، طول میلگرد کاهش می‌یابد.

گزینه ۳

طول مهار میلگردها با افزایش قطر آنها افزایش می‌یابد.



## CHAPTER 25—REINFORCEMENT DETAILS

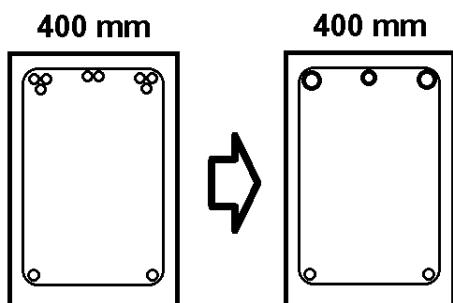
### 25.6—Bundled reinforcement

**25.6.1.5** Development length for individual bars within a bundle, in tension or compression, shall be that of the individual bar, increased 20 percent for a three-bar bundle, and 33 percent for a four-bar bundle.

**25.6.1.6** A unit of bundled bars shall be treated as a single bar with an area equivalent to that of the bundle and a centroid coinciding with that of the bundle. The diameter of the equivalent bar shall be used for  $d_b$  in (a) through (e):

- (a) Spacing limitations based on  $d_b$
- (b) Cover requirements based on  $d_b$
- (c) Spacing and cover values in 25.4.2.2
- (d) Confinement term in 25.4.2.3
- (e)  $\psi_e$  factor in 25.4.2.4

مثال: در صورتی که میلگردهای فوقانی به صورت گروه میلگرد ۲ تایی و ۳ تایی مطابق شکل قرار گیرند، طول مهاری لازم برای گروه میلگردهای فوقانی در داخل دیوار با استفاده از رابطه دقیق محاسبه کنید. قطر میلگردها برابر 25mm منظور شود.

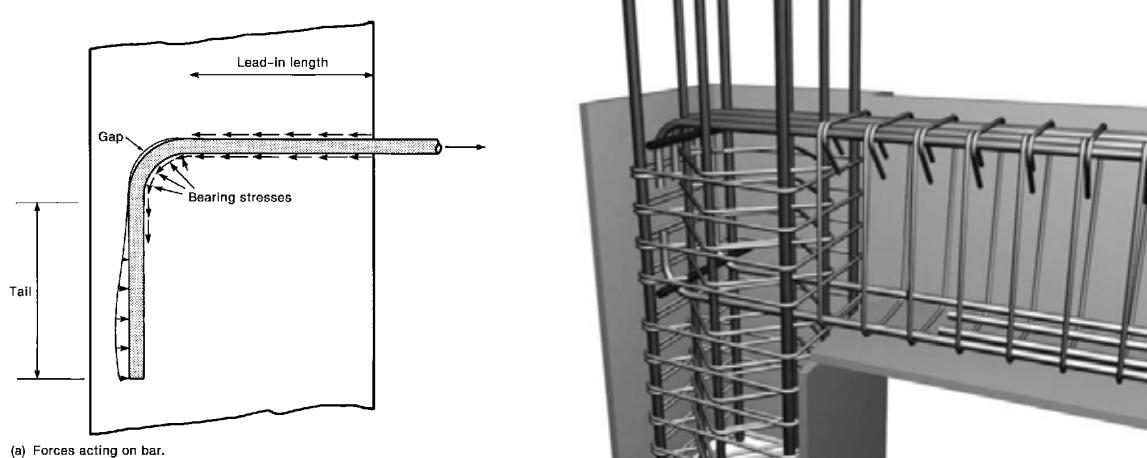


قطر معادل میلگرد ۲ تایی = 35.35 mm  
قطر معادل میلگرد ۳ تایی = 43.3 mm

محاسبه طول مهار میلگردهای سه تایی (در داخل دیوار)

$$c = \text{Min} \left( 50 + \frac{43.3}{2} = 71.65 , \quad \frac{\frac{400 - 2 \times 71.65}{4}}{Ktr} = 64.175 \right) = 64.175 \text{ mm} \right\} \rightarrow \left( \frac{64.175}{43.3} \right) = 1.48 < 2.5$$

$$l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c} \left( \frac{c+ktr}{d} \right)} \times (1.2d) = \frac{400 \times 1.3 \times 1}{1.1 \times 1 \times \sqrt{25} (1.48)} \times (1.2 * 25) = 76.65 \times d = 1916 \text{ mm}$$



### 25.3—Standard hooks, seismic hooks, crossties, and minimum inside bend diameters

25.3.1 Standard hooks for the development of deformed bars in tension shall conform to Table 25.3.1.

**Table 25.3.1—Standard hook geometry for development of deformed bars in tension**

Type of standard hook	Bar size	Minimum inside bend diameter, mm	Straight extension <sup>[1]</sup> $\ell_{ext}$ , mm	Type of standard hook
90-degree hook	No. 10 through No. 25	$6d_b$	12 $d_b$	
	No. 29 through No. 36	$8d_b$		
	No. 43 and No. 57	$10d_b$		
180-degree hook	No. 10 through No. 25	$6d_b$	Greater of $4d_b$ and 65 mm	
	No. 29 through No. 36	$8d_b$		
	No. 43 and No. 57	$10d_b$		

<sup>[1]</sup>A standard hook for deformed bars in tension includes the specific inside bend diameter and straight extension length. It shall be permitted to use a longer straight extension at the end of a hook. A longer extension shall not be considered to increase the anchorage capacity of the hook.

**25.3.2 Minimum inside bend diameters for bars used as transverse reinforcement and standard hooks for bars used to anchor stirrups, ties, hoops, and spirals shall conform to Table 25.3.2. Standard hooks shall enclose longitudinal reinforcement.**

**Table 25.3.2—Minimum inside bend diameters and standard hook geometry for stirrups, ties, and hoops**

Type of standard hook	Bar size	Minimum inside bend diameter, mm	Straight extension <sup>[1]</sup> $\ell_{ext}$ , mm	Type of standard hook
90-degree hook	No. 10 through No. 16	$4d_b$	Greater of $6d_b$ and 75 mm	
	No. 19 through No. 25	$6d_b$	$12d_b$	
135-degree hook	No. 10 through No. 16	$4d_b$	Greater of $6d_b$ and 75 mm	
	No. 19 through No. 25	$6d_b$		
180-degree hook	No. 10 through No. 16	$4d_b$	Greater of $4d_b$ and 65 mm	
	No. 19 through No. 25	$6d_b$		

<sup>[1]</sup>A standard hook for stirrups, ties, and hoops includes the specific inside bend diameter and straight extension length. It shall be permitted to use a longer straight extension at the end of a hook. A longer extension shall not be considered to increase the anchorage capacity of the hook.

**25.3.4 Seismic hooks used to anchor stirrups, ties, hoops, and crossties shall be in accordance with (a) and (b):**

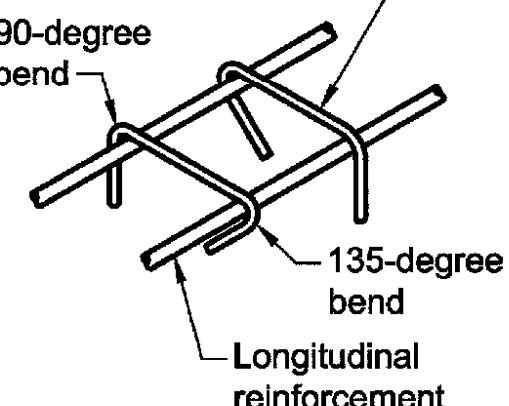
- (a) Minimum bend of 90 degrees for circular hoops and 135 degrees for all other hoops
- (b) Hook shall engage longitudinal reinforcement and the extension shall project into the interior of the stirrup or hoop

**25.3.5 Crossties shall be in accordance with (a) through (e):**

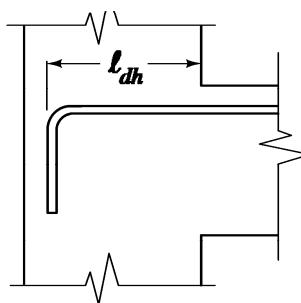
to Table 25.3.2. Standard hooks shall enclose longitudinal reinforcement.

- (a) Crosstie shall be continuous between ends
- (b) There shall be a seismic hook at one end
- (c) There shall be a standard hook at other end with minimum bend of 90 degrees
- (d) Hooks shall engage peripheral longitudinal bars
- (e) 90-degree hooks of two successive crossties engaging the same longitudinal bars shall be alternated end for end, unless crossties satisfy 18.6.4.3 or 25.7.1.6.1

Alternate hook position of each successive crosstie —



## CHAPTER 25—REINFORCEMENT DETAILS



### 25.4—Development of reinforcement

#### 25.4.3 Development of standard hooks in tension

**25.4.3.1** Development length  $\ell_{dh}$  for deformed bars in tension terminating in a standard hook shall be the greater of (a) through (c):

- (a)  $\left( \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} \right) d_b^{1.5}$  with  $\Psi_e$ ,  $\Psi_r$ ,  $\Psi_o$ ,  $\Psi_c$ , and  $\lambda$  given in 25.4.3.2
- (b)  $8d_b$
- (c) 150 mm

**25.4.3.2** For the calculation of  $\ell_{dh}$ , modification factors  $\Psi_e$ ,  $\Psi_r$ ,  $\Psi_o$ ,  $\Psi_c$ , and  $\lambda$  shall be in accordance with Table 25.4.3.2. At discontinuous ends of members, 25.4.3.4 shall apply.

**25.4.3.3** The total cross-sectional area of ties or stirrups confining hooked bars  $A_{th}$  shall consist of (a) or (b):

- (a) Ties or stirrups that enclose the hook and satisfy 25.3.2.
- (b) Other reinforcement enclosing the hook, that extends at least  $0.75\ell_{dh}$  from the enclosed hook in the direction of the bar in tension, and is in accordance with (1) or (2). For members with confining reinforcement that is both parallel and perpendicular to  $\ell_{dh}$ , it shall be permitted to use the value of  $A_{th}$  based on (1) or (2) that results in the lower value of  $\ell_{dh}$ .

(1) Two or more ties or stirrups shall be provided parallel to  $\ell_{dh}$  enclosing the hooks, evenly distributed with a center-to-center spacing not exceeding  $8d_b$ , and within  $15d_b$  of the centerline of the straight portion of the hooked bars, where  $d_b$  is the nominal diameter of the hooked bar.

(2) Two or more ties or stirrups shall be provided perpendicular to  $\ell_{dh}$ , enclosing the hooked bars, and evenly distributed along  $\ell_{dh}$  with a center-to-center spacing not exceeding  $8d_b$ , where  $d_b$  is the nominal diameter of the hooked bar.

**Table 25.4.3.2—Modification factors for development of hooked bars in tension**

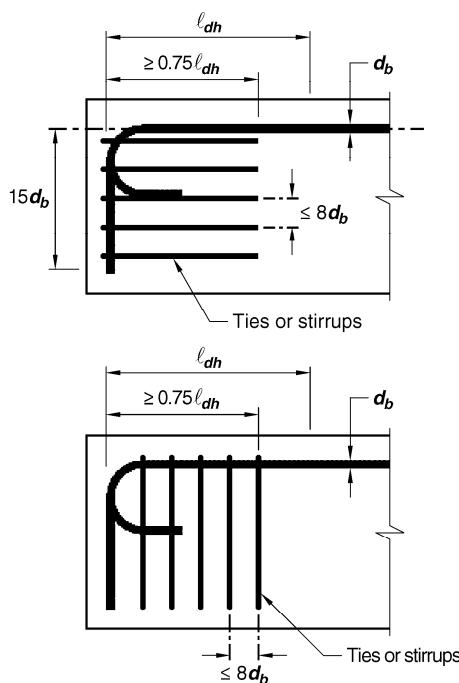
Modification factor	Condition	Value of factor
Lightweight $\lambda$	Lightweight concrete	0.75
	Normalweight concrete	1.0
Epoxy $\Psi_e$	Epoxy-coated or zinc and epoxy dual-coated reinforcement	1.2
	Uncoated or zinc-coated (galvanized) reinforcement	1.0
Confining reinforcement $\Psi_r$	For No. 34 and smaller bars with $A_{th} \geq 0.4A_{hs}$ or $s^{[1]} \geq 6d_b^{[2]}$	1.0
	Other	1.6
Location $\Psi_o$	For No. 34 and smaller diameter hooked bars: (1) Terminating inside column core with side cover normal to plane of hook $\geq 65$ mm, or (2) With side cover normal to plane of hook $\geq 6d_b$	1.0
	Other	1.25
Concrete strength $\Psi_c$	For $f'_c < 42$ MPa	$f'_c/105 + 0.6$
	For $f'_c \geq 42$ MPa	1.0

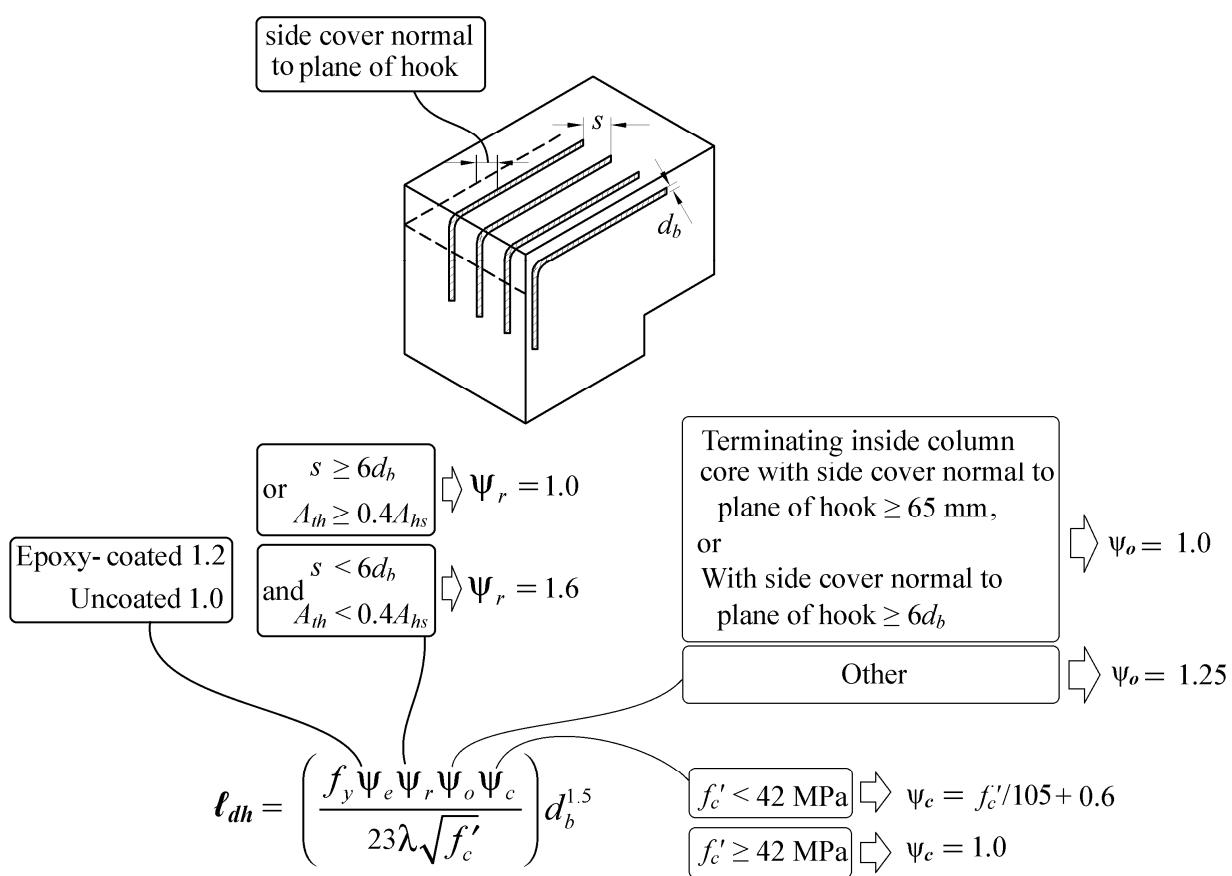
<sup>[1]</sup> $s$  is minimum center-to-center spacing of hooked bars.

<sup>[2]</sup> $d_b$  is nominal diameter of hooked bar.

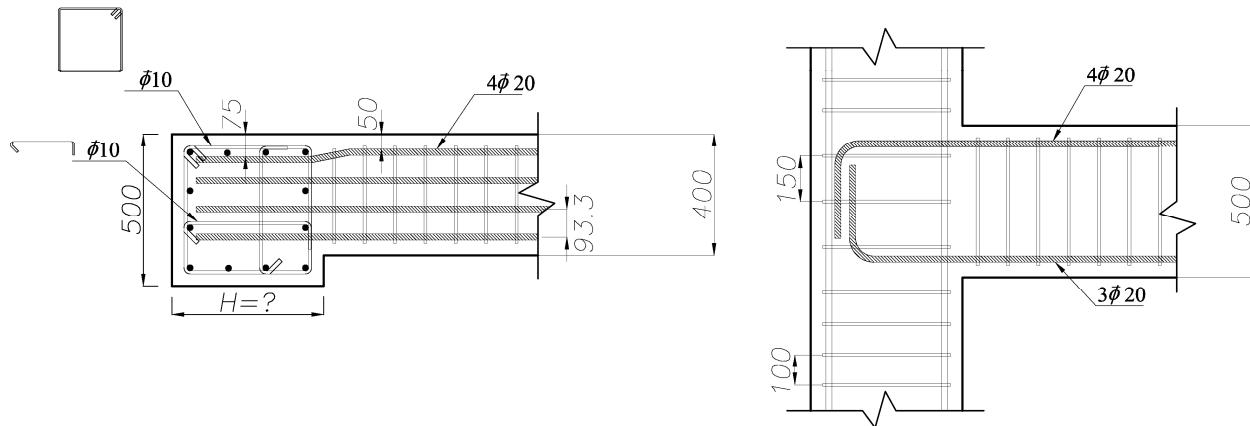
$A_{th}$  = total cross-sectional area of ties or stirrups confining hooked bars

$A_{hs}$  = total cross-sectional area of hooked or headed bars being developed at a critical section.





**مثال:**  
مطابق شکل زیر یک تیر به ابعاد  $b=400 \text{ mm}$  و  $h=500 \text{ mm}$  به یک ستون به عرض  $500 \text{ mm}$  متصل شده است. تیر مربوط به لبه کناری سازه بوده و بنابراین به جهت همباد شدن نما، تیر در لبه ستون کار شده است. تیر تحت لنگر منفی می باشد و میلگرد های فوقانی تحت کشش هستند.  
بتن از نوع C25 و فولادهای خمی از نوع S400 می باشد. حداقل بعد ستون در راستای قلاب را بیابید ( $H=?$ )



- با توجه به اینکه پوشش جانبی قلابها در داخل ستون 75 mm می باشد:

$$\text{side cover} = 75 \text{ mm} > 65 \text{ mm} \rightarrow \Psi_o = 1$$

- در طول قلاب ۳ تنگ بسته قرار گرفته و هر تنگ بسته دارای دو ساق φ10 میباشد و بنابراین:

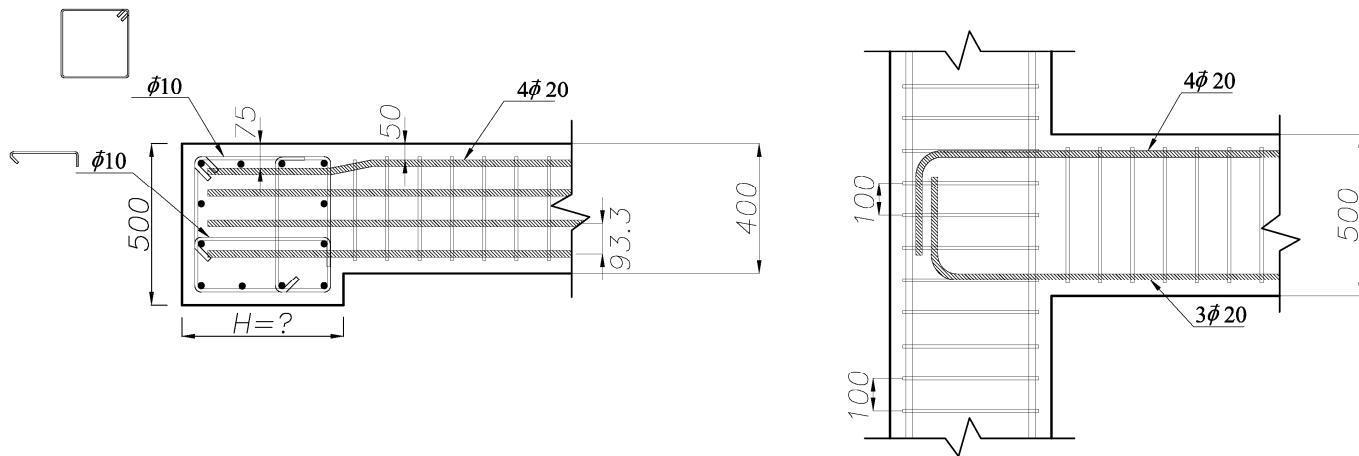
$$\left. \begin{aligned} A_{th} &= 2(3\varphi 10) = 2(3\pi \times 5^2) = 471 \text{ mm}^2 \\ A_{hs} &= 4\varphi 20 = 4 \times 314 = 1256 \text{ mm}^2 \rightarrow 0.4A_{hs} = 502 \text{ mm}^2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} A_{th} &< 0.4A_{hs} \\ s &= 93.3 \text{ mm} - 20 \text{ mm} < 6d_b = 120 \text{ mm} \end{aligned} \right\} \rightarrow \Psi_r = 1.6$$

$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{400 \times 1 \times 1.6 \times 1 \times \left( \frac{25}{105} + 0.6 \right)}{23 \times 1 \times 5} 20^{1.5} = 417 \text{ mm}$$

$$l_{dh} = f_y d_b / (5.4 \sqrt{25}) = \frac{400 \times 20}{5.4 \times \sqrt{25}} = 296.3 \text{ mm}$$

- با فرض اینکه پوشش انتهای قلاب حداقل 50 mm باشد، بعد ستون حداقل باید  $417+50=467 \text{ mm}$  باشد. به لحاظ اجرایی بعد ستون باید برابر 500 mm انتخاب شود.

مثال قبل را با این فرض که فواصل آرماتورهای عرضی در ناحیه اتصال کاهش یابد به طوریکه قلاب انتهایی توسط حداقل سه خاموت مطابق شکل مهار شود، تکرار میکنیم:



- با توجه به اینکه پوشش جانبی قلابها در داخل ستون 75 mm می باشد:

$$\text{side cover} = 75 \text{ mm} > 65 \text{ mm} \rightarrow \Psi_0 = 1$$

- در طول قلاب ۳ تنگ بسته قرار گرفته و هر تنگ بسته دارای دو ساق 10 φ میباشد و بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} A_{th} = 3(3\phi 10) = 3(3\pi \times 5^2) = 706 \text{ mm}^2 \\ A_{hs} = 4\phi 20 = 4 \times 314 = 1256 \text{ mm}^2 \rightarrow 0.4A_{hs} = 502 \text{ mm}^2 \\ s = 140 - 20 = 120 \text{ mm} \geq 6d_b = 120 \text{ mm} \end{array} \right\} \rightarrow \Psi_r = 1$$

$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{400 \times 1 \times 1 \times 1 \times \left(\frac{25}{105} + 0.6\right)}{23 \times 1 \times 5} 20^{1.5} = 260.6 \text{ mm}$$

$$l_{dh} = f_y d_b / (5.4 \sqrt{25}) = \frac{400 \times 20}{5.4 \times \sqrt{25}} = 296.3 \text{ mm}$$

- با فرض اینکه پوشش انتهایی قلاب حداقل 50 mm باشد، بعد ستون حداقل باید  $296.3 + 50 = 346.3 \text{ mm}$  باشد. بعد ستون باید حداقل برابر 350 mm انتخاب شود.

### ضوابط قابهای خمشی متوسط و ویژه برای مهار میلگرد کششی قلاب دار

#### ۴-۵-۲۰-۹ ناحیه‌ی اتصال تیر به ستون در قابهای متوسط

۳-۴-۵-۲۰-۹ آرماتورهای طولی که در ناحیه‌ی اتصال تیر به ستون قطع می‌شوند، باید تا وجه

دورتر هسته‌ی ناحیه‌ی اتصال ادامه داشته، و طول گیرایی آن‌ها برای کشش مطابق بند

۵-۵-۶-۲۰-۹، و برای فشار مطابق بند ۸-۲۱-۹ محاسبه شود.

#### ۵-۵-۶-۲۰-۹ طول گیرایی میلگردهای کششی

۱-۵-۵-۶-۲۰-۹ طول گیرایی میلگردها،  $l_{dh}$ ، که به قلاب استاندارد ختم شده‌اند، باید با استفاده

از رابطه‌ی (۱۱-۲۰-۹) محاسبه شود؛ ولی نباید کمتر از ۸ برابر قطر میلگرد و ۱۵۰ میلی متر اختیار گردد.

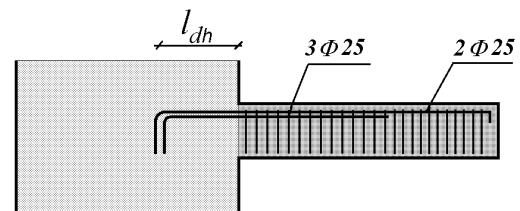
$$l_{dh} = f_y d_b / (5.4 \lambda \sqrt{f'_c}) \quad (11-20-9)$$

- در جدول صفحه بعد رابطه مربوط به قاب خمشی متوسط و ویژه نیز منظور شده است.

### طول مهار میلگرد قلابدار $l_{dh}$ و حداقل بعد ستون

قطر	$l_{dh} (\psi r=1)$	حداقل بعد ستون	$l_{dh} (\psi r=1.6)$	حداقل بعد ستون
mm	cm	cm	cm	cm
φ8	15	25	15	25
φ10	15	25	15	25
φ12	20	25	20	25
φ14	25	30	25	30
φ16	25	30	30	35
φ18	30	35	40	45
φ20	30	35	45	50
φ22	35	40	50	55
φ25	40	45	60	65
φ28	45	50	70	75
φ32	55	60	85	90

مثال: طول میلگردهای طولی در داخل دیوار را با فرض اینکه از قلاب انتهایی ۹۰ درجه استفاده شود، محاسبه نمایید. در داخل دیوار آرماتورهای طولی فاقد آرماتور عرضی می‌باشند. ضخامت دیوار هم عرض تیر و برابر  $t=b=400$  mm می‌باشد. پوشش جانبی میلگردهای طولی در داخل دیوار برابر 50 mm می‌باشد. بتن از نوع C25 و میلگردهای طولی S400 می‌باشند.



ضخامت دیوار برابر 400 mm می‌باشد و تعداد میلگردهای طولی در داخل دیوار 5 عدد می‌باشد و با توجه به اینکه پوشش جانبی میلگرد طولی در داخل دیوار 50 mm می‌باشد، با فرض اینکه میلگردهای طولی با فاصله مساوی از هم قرار گرفته باشند، فاصله مرکز تا مرکز میلگردهای طولی برابر است با:

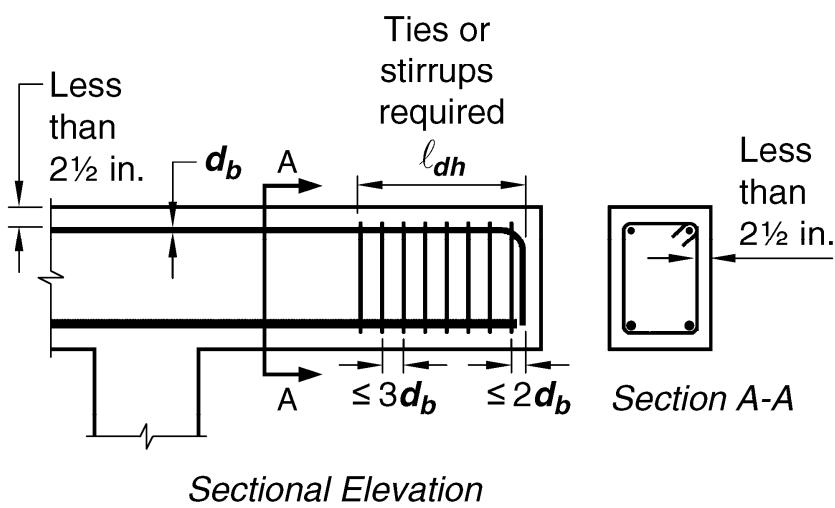
$$s = \frac{400 - 2 \times 50 - 25}{4} = 68.75 \text{ mm} < 6d_b = 6 \times 25 = 150 \text{ mm}$$

$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{400 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \times \left( \frac{25}{105} + 0.6 \right)}{23 \times 1 \times 5} d_b^{1.5} = 5.83 \times 25^{1.5} = 728.77 \text{ mm}$$

## ۷-۶ - ضوابط خاموت های اطراف میلگرد های انتهایی در تیرهای طره

**25.4.3.4** For bars being developed by a standard hook at discontinuous ends of members with both side cover and top (or bottom) cover to hook less than 65 mm, (a) and (b) shall be satisfied:

- (a) The hook shall be enclosed along  $\ell_{dh}$  within ties or stirrups perpendicular to  $\ell_{dh}$  at  $s \leq 3d_b$
  - (b) The first tie or stirrup shall enclose the bent portion of the hook within  $2d_b$  of the outside of the bend
- where  $d_b$  is the nominal diameter of the hooked bar.



**Fig. R25.4.3.4—Concrete cover according to 25.4.3.4.**

۶- ستونی به ابعاد  $40 \times 40 \text{ cm}$  در مرکز یک پی منفرد به ابعاد  $180 \times 50 \text{ cm}$   $180 \times 180 \text{ cm}$  قرار دارد. در قسمت تحتانی پی از  $10\Phi 25$  در هر جهت استفاده شده است. در صورتی که پوشش بتن برابر  $6 \text{ cm}$  و رده بتن  $C25$  و رده فولاد  $S400$  باشد، از نظر طول مهاری گزینه صحیح را انتخاب کنید؟

(۱) آرماتورها در مقطع بحرانی حتی با تعبیه قلاب استاندارد انتهایی نمی‌توانند به حد جاری شدن برسند.

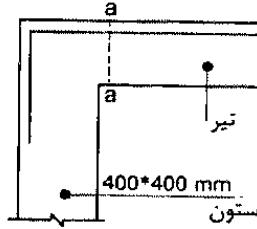
(۲) در صورت وجود آرماتور فوقانی، آرماتورهای تحتانی با وجود قلاب استاندارد انتهایی نمی‌توانند به حد جاری شدن برسند.

(۳) آرماتورها در مقطع بحرانی نمی‌توانند به حد جاری شدن برسند، مگر آنکه قلاب استاندارد انتهایی داشته باشند.

(۴) آرماتورها در مقطع بحرانی می‌توانند بدون قلاب استاندارد انتهایی به حد جاری شدن برسند.

گزینه ۳

۲۹- میلگردهای کششی اندود نشده لئگر خمشی منفی انتهایی تیر بتنی درجا در یک ساختمان با شکل پذیری زیاد با استفاده از قلاب  $90^\circ$  استاندارد در داخل ستونی به ابعاد مقطع  $400 \times 400 \text{ mm}$  مهار شده است. در صورتی که پوشش روی میلگرد قلاب شده برابر  $50 \text{ میلیمتر}$  باشد، حداکثر قطر میلگرد قابل استفاده برای اینکه در مقطع  $a-a$  تنش در میلگرد بتواند به حد جاری شدن برسد، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (نوع فولاد  $S340$ ، نوع بتن  $C25$  و بتن از نوع معمولی می‌باشد)



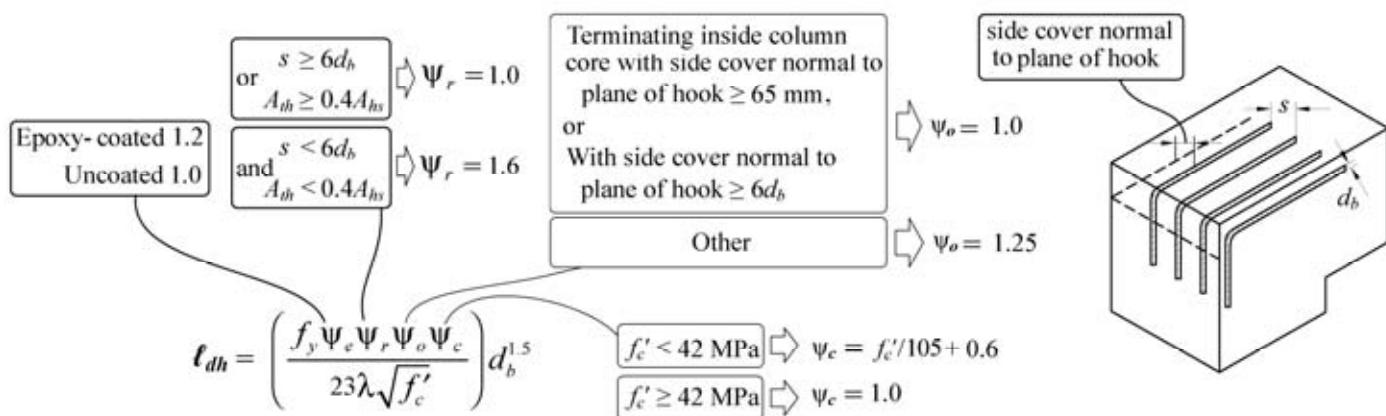
- (۱)  $25 \text{ میلیمتر}$
- (۲)  $20 \text{ میلیمتر}$
- (۳)  $18 \text{ میلیمتر}$
- (۴)  $16 \text{ میلیمتر}$

با توجه به اینکه در روی سوال پوشش روی میلگرد قلاب برابر  $50 \text{ mm}$  ارائه شده است، با فرض اینکه پوشش جانبی نیز  $50 \text{ mm}$  می‌باشد:

$$\begin{aligned} \text{side cover} &= 50 \text{ mm} < 65 \text{ mm} & \rightarrow \Psi_0 = 1.25 \\ \text{side cover} &= 50 \text{ mm} < 6d_b & \end{aligned}$$

تعداد میلگردهای طولی مشخص نشده است و بنابراین نمی‌توان فاصله بین میلگردهای طولی (s) را محاسبه کرد. در این موارد در جهت اطمینان ضریب  $\Psi_r = 1.6$  در نظر گرفته می‌شود.

$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{340 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \times \left( \frac{25}{105} + 0.6 \right)}{23 \times 1 \times \sqrt{25}} d_b^{1.5} < 350 \quad 4.95 d_b^{1.5} < 350 \rightarrow d_b < 17 \text{ mm}$$



- برای آنکه بتوان میلگردهای  $\Phi 28$  یک تیر را در یک ستون گذاری نمود، حداقل بعد ستون به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ حداقل پوشش همه جانبی روی میلگردهای  $\Phi 28$ ،  $5\text{cm}$ ، میلگرد از نوع  $S400$  و بتون از رده  $C25$  فرض شود. (میلگردها بدون انود اپوکسی هستند).

- |        |        |
|--------|--------|
| ۵۵ (۲) | ۴۵ (۱) |
| ۷۵ (۴) | ۶۵ (۳) |

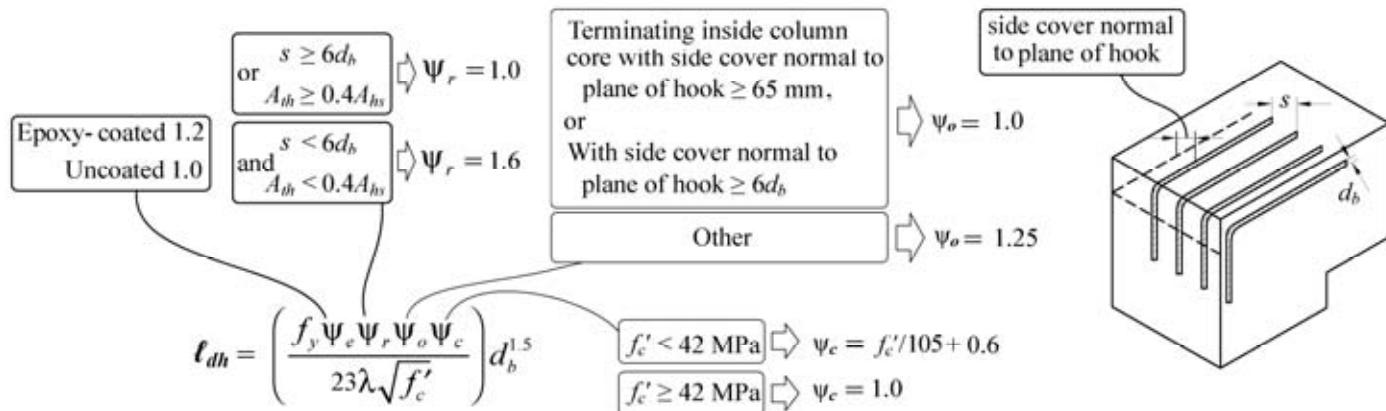
تعداد میلگردهای طولی مشخص نشده است و بنابراین نمی‌توان فاصله بین میلگردهای طولی ( $s$ ) را محاسبه کرد. در این موارد در جهت اطمینان ضریب  $\Psi_r = 1.6$  در نظر گرفته می‌شود. پوشش همه جانبی میلگرد  $50\text{ mm}$  می‌باشد، این مقدار کمتر از  $65\text{mm}$  می‌باشد و همچنین کمتر از  $6d_b = 6 \times 28 = 168\text{ mm}$  می‌باشد. بنابراین  $\Psi_0 = 1.25$  خواهد بود.

$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{400 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \times \left(\frac{25}{105} + 0.6\right)}{23 \times 1 \times \sqrt{25}} 28^{1.5} = 864\text{ mm}$$

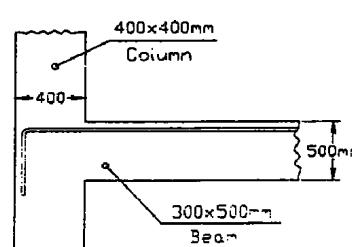
بنابراین حداقل بعد ستون لازم برابر است با:

$$864 + 50 = 914\text{ mm}$$

- نکته: در ACI-318-19 رابطه طول مهار میلگرد قلاب دار تغییر کرده است. به طوریکه طول مهار تا حدود  $50\text{ mm}$  درصد افزایش یافته است. طبق آیین نامه قبلی برای چنین میلگردی بعد ستون لازم حدود  $600\text{ mm}$  کافی بود. در حالیکه طبق آیین نامه جدید بعد ستون باید حداقل  $950\text{ mm}$  باشد.



- حداقل قطر آرماتوری که می‌توان بعنوان آرماتور ممان منفی تیر استفاده نمود و آن آرماتور بتواند به حد تسليم خود برسد، چقدر است؟ (پوشش بتون روی آرماتور  $= 300\text{ mm}$ ،  $f_y = 300\text{ MPa}$ ،  $f_c = 25\text{ MPa}$ ،  $\text{cm} = 5\text{ cm}$  و میلگرد بدون انود)



- |           |
|-----------|
| ۲۲ mm (۱) |
| ۲۵ mm (۲) |
| ۲۰ mm (۳) |
| ۱۸ mm (۴) |

گزینه ۴

$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{300 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \times \left(\frac{25}{105} + 0.6\right)}{23 \times 1 \times \sqrt{25}} d_b^{1.5} < 350 \quad 4.37 d_b^{1.5} < 350 \rightarrow d_b < 18.57\text{ mm}$$

## محاسبات -۸۴ - پایه ۳

-۲۱ رمپ پله در پاگرد خود به یک دیوار برشی به ضخامت ۲۰ سانتی‌متر متصل است. در صورتی که در انتهای قلاب میلگردهای پله ۲ سانتی‌متر پوشش بتنی باقی بماند، حداقل قطر این میلگردها چه اندازه می‌تواند باشد؟

$$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2 \quad f_y = 2000 \text{ kg/cm}^2$$

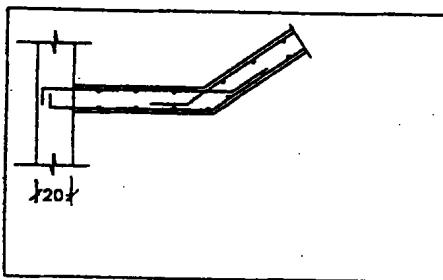
$\bar{\phi} 14$  (۱)

$\bar{\phi} 12$  (۲)

$\bar{\phi} 10$  (۳)

$\bar{\phi} 8$  (۴)

گزینه ۳



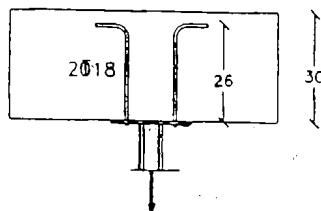
$$l_{dh} = \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{300 \times 1 \times 1.6 \times 1.25 \times \left(\frac{20}{105} + 0.6\right)}{23 \times 1 \times \sqrt{20}} d_b^{1.5} < (200 - 20)$$

$$4.61 d_b^{1.5} < 180 \rightarrow d_b < 11.5 \text{ mm}$$

## محاسبات -۸۴ - پایه ۲

-۲۹ از دو میلگرد  $\bar{\phi} 18$  برای انتقال بار کششی به یک عضو بتن آرمه استفاده می‌شود. در صورتی که از قلاب استاندارد ۹۰ درجه در انتهای استفاده شود، با توجه به ابعاد نشان داده شده در شکل، حداقل نیروی کششی نهانی قابل اعمال چقدر خواهد بود؟

$$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2 \quad f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$



۲۰/۲T (۱)

۱۸/۲T (۲)

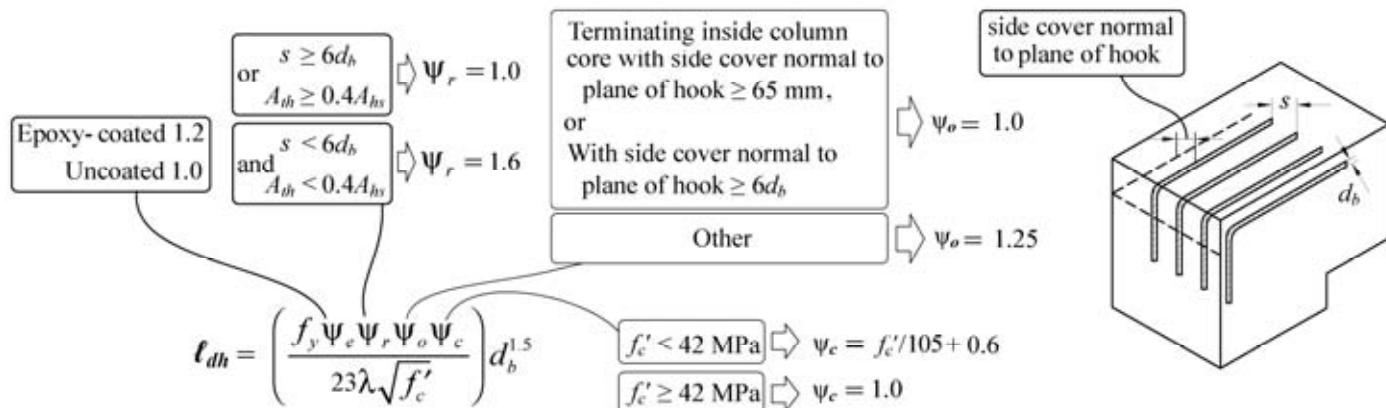
۱۲/۸T (۳)

۱۰/۲T (۴)

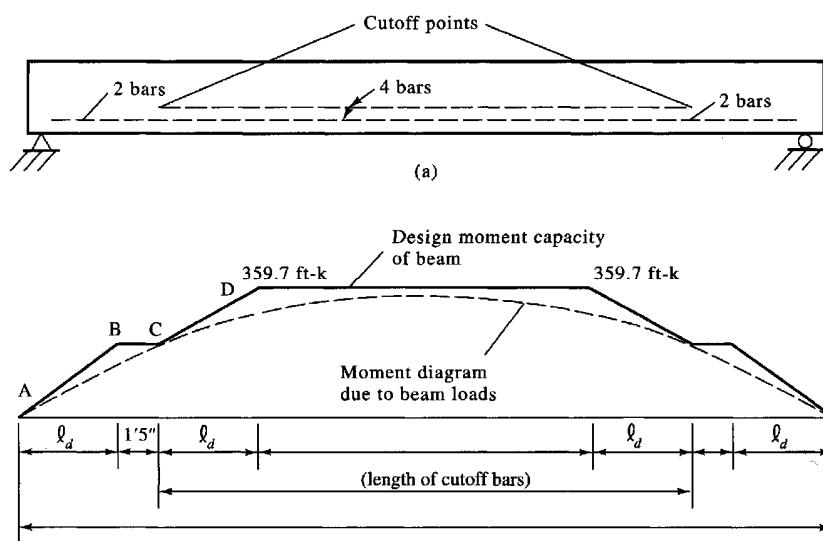
توجه شود که در حل تمامی مسائل به علت ناقص بودن اطلاعات، ضرایب  $\Psi_r$  و  $\Psi_0$  قابل محاسبه نیست. در جهت اطمینان این ضرایب بیشترین مقدار در نظر گرفته شده اند.

منتها در این مثال با توجه به اینکه در هر طرف تنها یک میلگرد مهار داریم، مقدار  $s$  نامحدود می‌باشد و بنابراین می‌توان  $\Psi_r$  را برابر یک در نظر گرفت.

$$\left. \begin{aligned} l_{dh} &= \frac{f_y \Psi_e \Psi_r \Psi_o \Psi_c}{23 \lambda \sqrt{f'_c}} d_b^{1.5} = \frac{400 \times 1 \times 1 \times 1.25 \times \left(\frac{20}{105} + 0.6\right)}{23 \times 1 \times \sqrt{20}} 18^{1.5} = 293 \text{ mm} \\ &\qquad\qquad\qquad \text{نیروی مجاز} = \left(\frac{260}{293}\right) \times \varphi A_s F_y \\ &\qquad\qquad\qquad \text{طول مهار مهیا شده} = 260 \text{ mm} \\ &\qquad\qquad\qquad = \left(\frac{260}{293}\right) \times 0.9 \times (2\pi \times 9^2) \times 400 = 162.5 \text{ kN} \end{aligned} \right\}$$



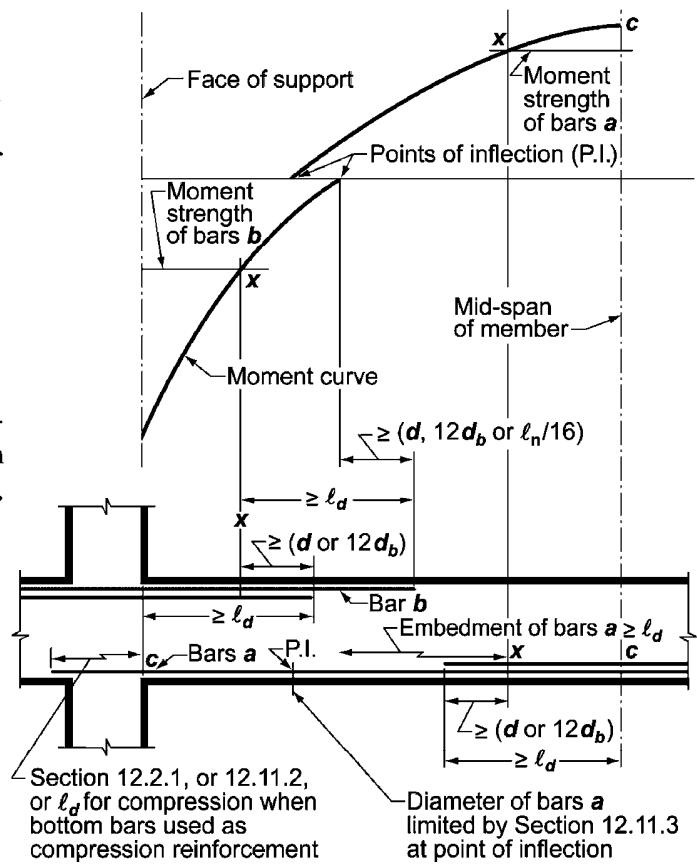
## ۸-۶- نقطه قطع تئوریک و عملی میلگردهای خمشی

**9.7.3 Flexural reinforcement in nonprestressed beams**

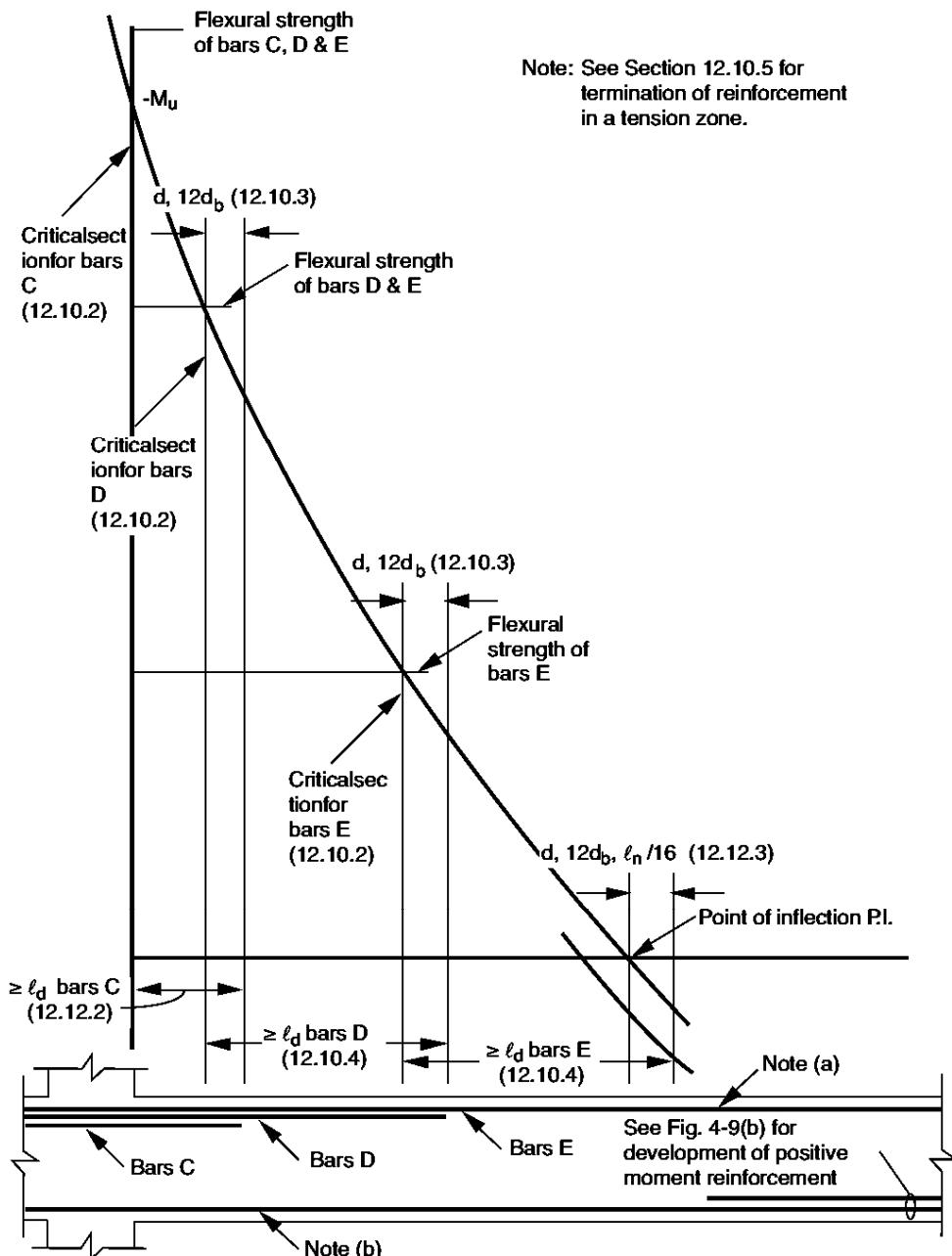
**9.7.3.3** Reinforcement shall extend beyond the point at which it is no longer required to resist flexure for a distance equal to the greater of  $d$  and  $12d_b$ , except at supports of simply-supported spans and at free ends of cantilevers.

**9.7.3.4** Continuing flexural tension reinforcement shall have an embedment length at least  $\ell_d$  beyond the point where bent or terminated tension reinforcement is no longer required to resist flexure.

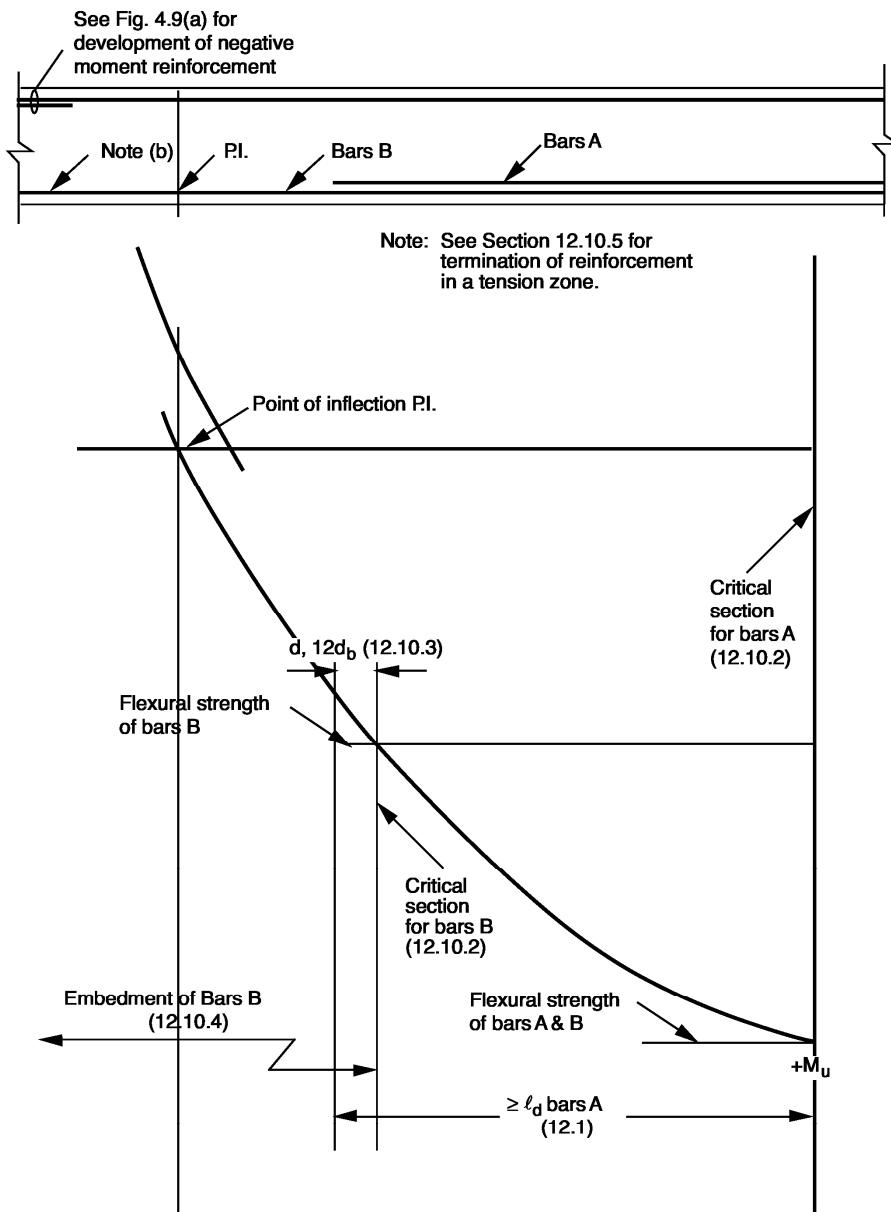
**9.7.3.8.4** At least one-third of the negative moment reinforcement at a support shall have an embedment length beyond the point of inflection at least the greatest of  $d$ ,  $12d_b$ , and  $\ell_n/16$ .



*Fig. R12.10.2—Development of flexural reinforcement in a typical continuous beam.*

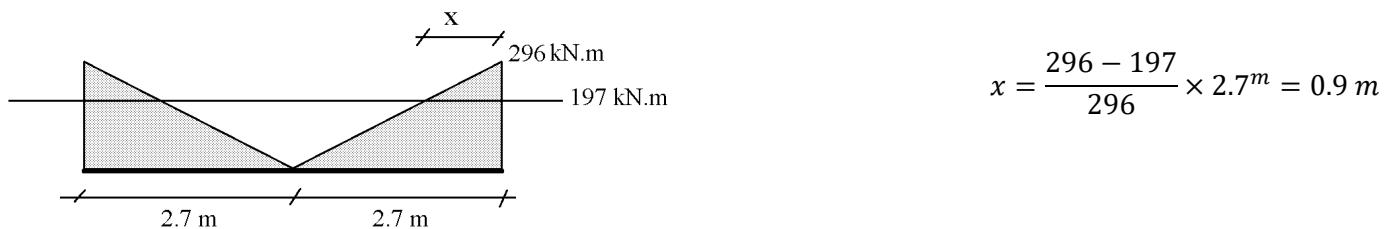
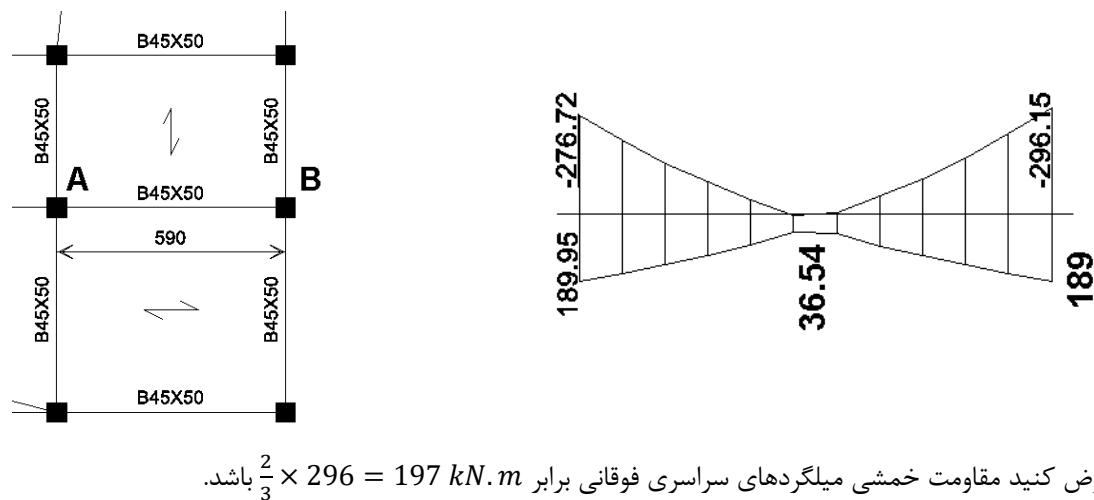


Note (a): Portion of total negative reinforcement ( $A_s^-$ ) must be continuous (or spliced with a Class B splice or a mechanical or welded splice satisfying 12.14.3) along full length of perimeter beams (7.13.2.2).



Note (b): Portion of total positive reinforcement ( $A_s^+$ ) must be continuous (or spliced with a Class B splice or a mechanical or welded splice satisfying 12.14.3) along full length of perimeter beams and of beams without closed stirrups (7.13.2.2). See also 7.13.2.4.

مثال: در شکل زیر، با فرض اینکه تقریباً یک سوم میلگردهای طولی فوقانی قطع شوند، محل قطع میلگردها را شخص نمایید. شکل سمت راست پوش دیاگرام لنگر تیر را نشان می‌دهد. بعد ستونها 500 mm فرض شود. فرض کنید قطر میلگردهای طولی تیر  $\varphi 22$  و عمق موثر تیر 440 mm می‌باشد. همچنین فرض کنید طول مهار میلگردها برابر 1100 mm باشد.



محل قطع میلگرد تقویت از بر ستون برابر است با:

$$\text{میلگرد تقویتی از بر ستون} = \text{Min} \left\{ x + \frac{\max \left\{ \frac{12d_b}{d} \right\}}{l_d} \right\} = \text{Min} \left\{ 900 + \frac{\max \left\{ \frac{12 \times 22}{440} \right\}}{1100} \right\} = 1340 mm$$

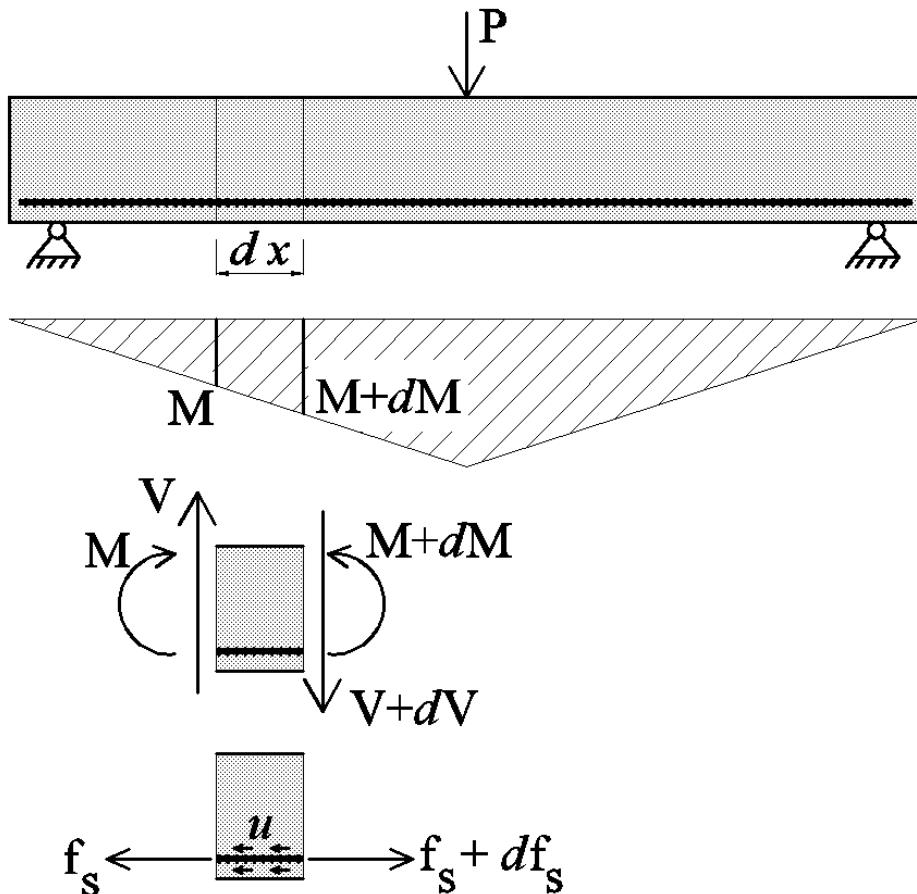
## ۹-۶- قطع میلگردها در ناحیه کششی

**9.7.3.5** Flexural tension reinforcement shall not be terminated in a tension zone unless (a), (b), or (c) is satisfied:

- (a)  $V_u \leq (2/3)\phi V_n$  at the cutoff point
- (b) For No. 36 bars and smaller, continuing reinforcement provides double the area required for flexure at the cutoff point and  $V_u \leq (3/4)\phi V_n$
- (c) Stirrup or hoop area in excess of that required for shear and torsion is provided along each terminated bar or wire over a distance  $3/4d$  from the termination point. Excess stirrup or hoop area shall be at least  $0.41b_{ws}s/f_y$ . Spacing  $s$  shall not exceed  $d/(8\beta_b)$

## ۱۰-۶ - پیوستگی خمشی

تیر زیر تحت اثر بار متتمرکز در وسط قرار دارد. دیاگرام لنگر خمشی تیر در زیر رسم شده است. در طول  $dx$  مقدار لنگر تغییر می کند به طوریکه در سمت راست آن مقدار لنگر  $M+dM$  و در سمت چپ آن برابر  $M$  می باشد.



$$u \times (\pi D \times dx) = df_s$$

$$u \times (\pi D \times dx) = \frac{dM}{Z}$$

$$u = \frac{1}{\pi D Z} \frac{dM}{dx}$$

$$u = \frac{1}{\pi D Z} V$$

سیروی بر شش درست مطلع

$$u = \frac{V}{\frac{\pi D Z}{2}}$$

با زو لند

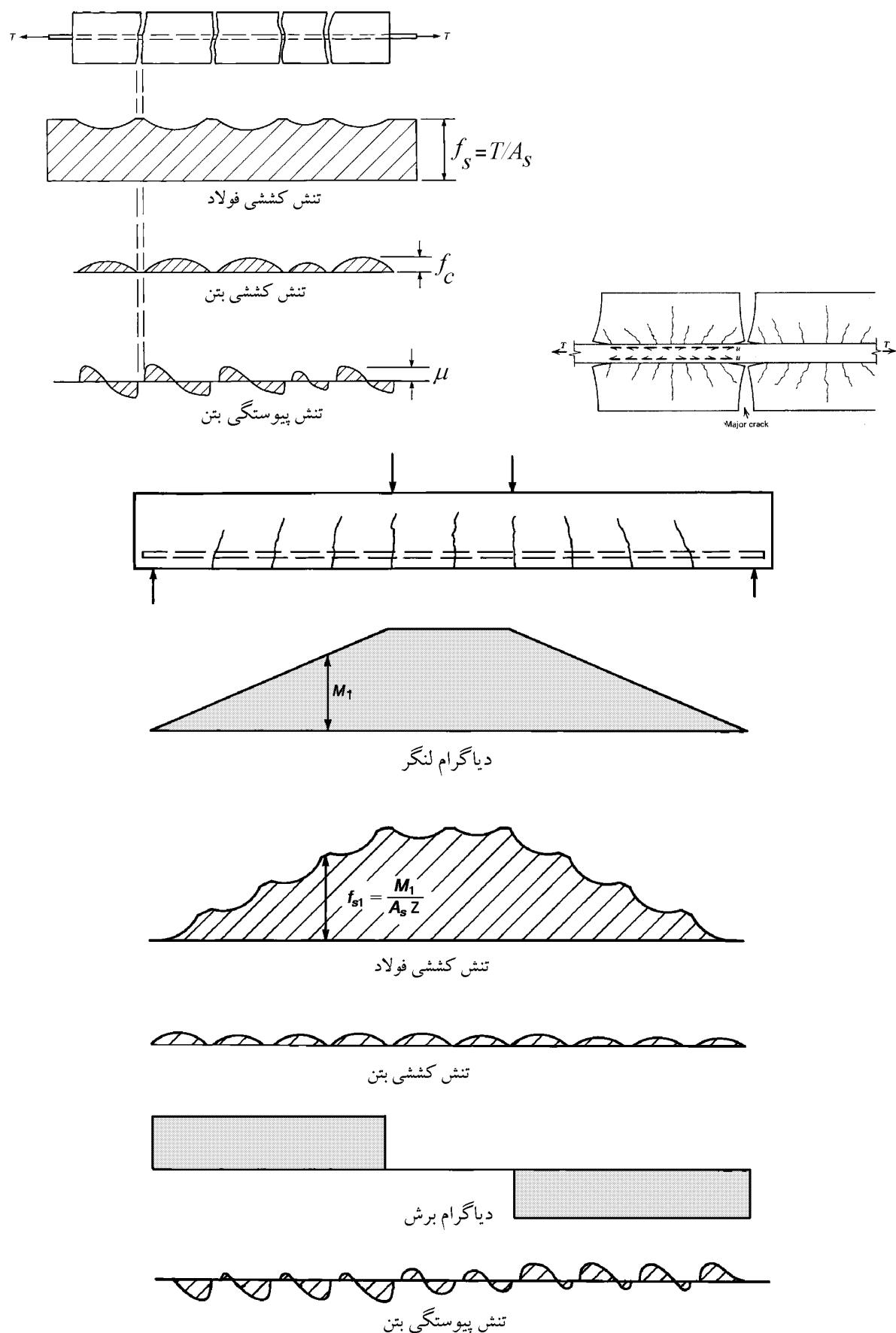
قطر آفواره ها

لودار آفواره ها

که تز شد

رابطه فوق تنش پیوستگی (چسبندگی) بین فولاد و بتن را در اعضای تحت خمش (تیرها) نشان می دهد.

## ۱۱-۶- تاثیر ترک‌ها بر تنش‌های فولاد و بتن

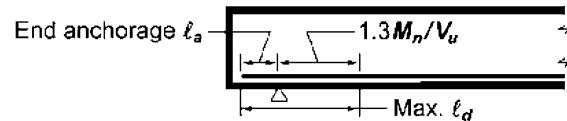
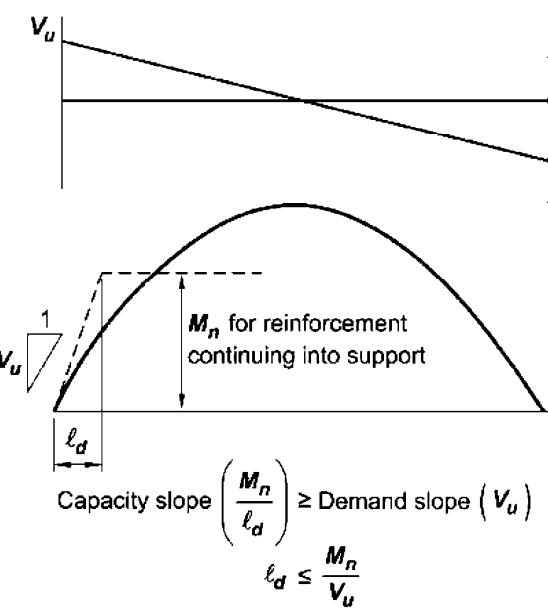


نکته: در جذبین لکسچر درین در ترک خیز سرولا کا حاشیه هر رعد:

**9.7.3.8.3** At simple supports and points of inflection,  $d_b$  for positive moment tension reinforcement shall be limited such that  $\ell_a$  for that reinforcement satisfies (a) or (b). If reinforcement terminates beyond the centerline of supports by a standard hook or a mechanical anchorage at least equivalent to a standard hook, (a) or (b) need not be satisfied.

- (a)  $\ell_d \leq (1.3M_n/V_u + \ell_a)$  if end of reinforcement is confined by a compressive reaction
- (b)  $\ell_d \leq (M_n/V_u + \ell_a)$  if end of reinforcement is not confined by a compressive reaction

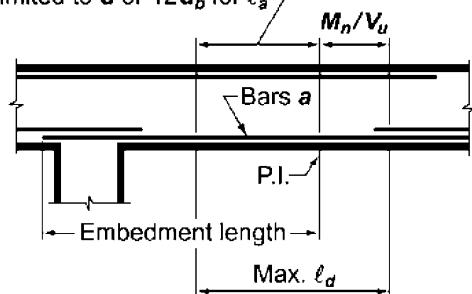
$M_n$  is calculated assuming all reinforcement at the section is stressed to  $f_y$ , and  $V_u$  is calculated at the section. At a support,  $\ell_a$  is the embedment length beyond the center of the support. At a point of inflection,  $\ell_a$  is the embedment length beyond the point of inflection limited to the greater of  $d$  and  $12d_b$ .



Note: The 1.3 factor is applicable only if the reaction confines the ends of the reinforcement.

(b) Maximum  $\ell_d$  at simple support

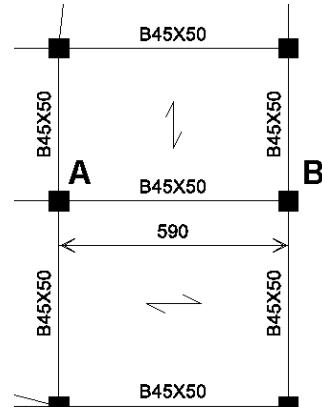
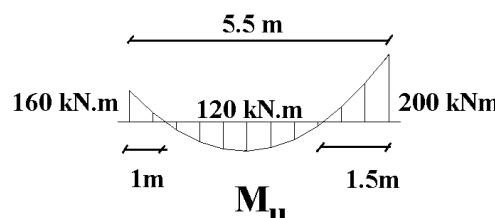
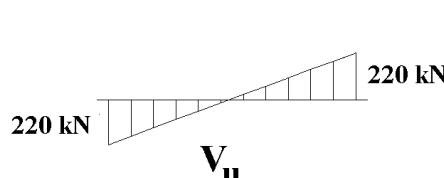
Maximum effective embedment length limited to  $d$  or  $12d_b$  for  $\ell_a$



(c) Maximum  $\ell_d$  for bars "a" at point of inflection

*Fig. R9.7.3.8.3—Determination of maximum bar size according to 9.7.3.8.3.*

مثال: دیاگرام لنگر خمی و برشی تیر AB تحت اثر ترکیب بار ثقلی در شکل نشان داده است. فرض کنید در محل نقاط عطف، آرماتورهای فوقانی مقطع برای طرح آرماتورهای طولی از  $A_s = 3 \times \Phi 22 = 1140 \text{ mm}^2$  استفاده شده است و طول مهار آنها طبق محاسبات انجام شده برابر 1200mm می باشد.



پاسخ:

مقدار نیروی برشی ضریب دار در محل نقطه عطف برابر است با:

$$V_u = 220 \times \frac{1.75}{2.75} = 140 \text{ kN}$$

عمق موثر تیر برابر  $d=500-40-10-11=439\text{mm}$  می باشد.

مقدار  $l_a$  برابر است با:

$$l_a = \text{Max}(d, 12d_b) = \text{Max}(439, 12 \times 22) = 439\text{mm}$$

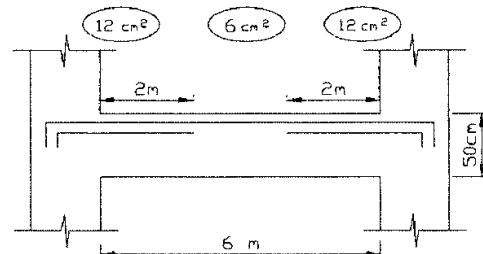
مقاومت خمی اسمی مقطع برابر است با:

$$Mn = A_s F_y (d - 0.5a) = 1140 \times 400 \times \left( 439 - 0.5 \times \frac{1140 \times 400}{450 \times 0.85 \times 25} \right) = 189311529 \text{ N.mm}$$

$$l_a = 1200 < \left[ \frac{Mn}{V_u} + l_a = \frac{189311529}{140000} + 439 = 1791 \text{ mm} \right] \quad OK$$

## محاسبات ۹۰

۳-۹ نتایج محاسبه مقادیر آرماتور فوقانی یک تیر بتونی در ابتداء، وسط و انتهای تیر به صورت زیر است. چنانچه میزان آرماتور مورد نیاز از وسط تا انتهای تیر به صورت خطی فرض شود. مقدار سطح مقطع آرماتورهای سراسری می‌تواند کدامیک از مقادیر زیر اختیار شود. فرض شود از آرماتورهای با قطر کمتر از  $\Phi 25$  استفاده گردد.



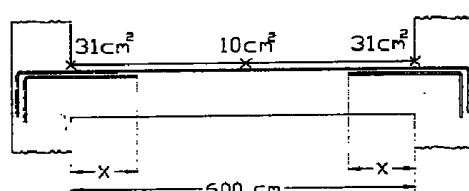
- $4 \text{ cm}^2$  (۱)
- $7.5 \text{ cm}^2$  (۲)
- $6 \text{ cm}^2$  (۳)
- $9 \text{ cm}^2$  (۴)

$$6 + 6 \times \frac{(3 - 2 + 0.44)}{3} = 8.88 \text{ cm}^2$$

## محاسبات ۸۹

۴-۳ در طراحی یک تیر بتونی با استفاده از یک نرم افزار مناسب مقادیر سطح مقطع آرماتورهای فوقانی در نقاط ابتداء، وسط و انتهای تیر به صورت شکل زیر گزارش شده است. فرض کنید توزیع مساحت آرماتورها از نقطه وسط دهانه تا نقاط ابتداء و انتهای تیر خطی بوده و مقادیر حداقلها و حدکثر در مساحت‌های گزارش شده لحاظ شده است. چنانچه مساحت آرماتورهای سراسری برابر  $17 \text{ cm}^2$  اختیار شود. طول صحیح آرماتورهای اضافی (تقویتی) در نقاط ابتداء و انتهای تیر (x) به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟

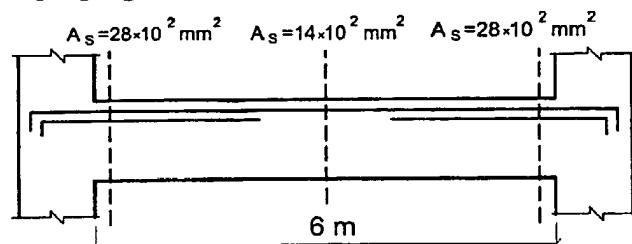
ارتفاع مؤثر مقطع تیر  $40 \text{ cm}$  و قطر آرماتورهای مصرفی کمتر از  $25 \text{ mm}$  می‌باشد.  
 $A_s = 17 \text{ cm}^2$  سراسری و  $A_e = 14 \text{ cm}^2$  تقویتی



- $X = 150 \text{ cm}$  (۱)
- $X = 200 \text{ cm}$  (۲)
- $X = 240 \text{ cm}$  (۳)
- $X = 180 \text{ cm}$  (۴)

گزینه ۳

۴۰- در تیر بتنی شکل زیر مقدار آرماتور موردنیاز فوقانی با رعایت مقادیر حداقل و حداکثر در سه ایستگاه گزارش شده است. چنانچه توزیع مقدار آرماتورهای موردنیاز در بین هر دو نیمه تیر خطی فرض شود، کدامیک از آرماتورهای زیر برای تهیه کوکی این تیر مناسب‌تر است؟



- ۱) ۴Φ25 برای آرماتورهای سراسری به علاوه ۲Φ25 برای آرماتورهای تقویتی
- ۲) ۳Φ25 برای آرماتورهای سراسری به علاوه ۳Φ25 برای آرماتورهای تقویتی
- ۳) ۲Φ25 برای آرماتورهای سراسری به علاوه ۴Φ25 برای آرماتورهای تقویتی
- ۴) ۳Φ25 برای آرماتورهای سراسری به علاوه ۶Φ25 برای آرماتورهای تقویتی

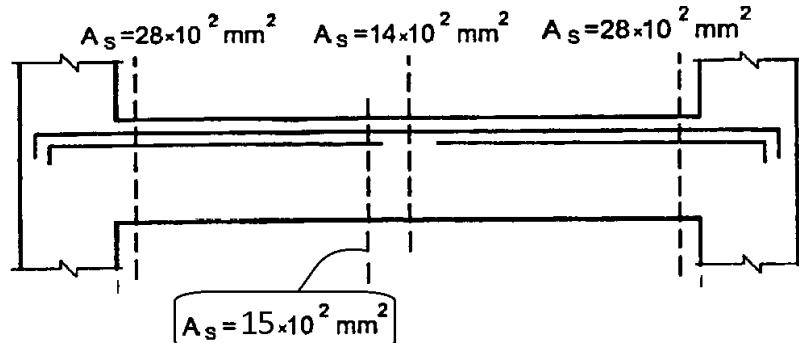
گزینه ۱

باید با حذف گزینه‌ها پاسخ دهیم:

گزینه ۴: در انتهای تیر  $6\varphi 25 = 2946 \text{ mm}^2$  کفايت می‌کند. در حالیکه در گزینه ۴ در دو انتهای  $\varphi 25 (3 + 6 = 9)$  میلگرد منظور شده است که غیر اقتصادی است و بنابراین گزینه ۴ پاسخ نمی‌باشد.

گزینه ۳: در وسط تیر  $3\varphi 25 = 1473 \text{ mm}^2$  لازم است. در حالیکه در گزینه ۳ برای وسط تیر تنها  $2\varphi 25$  منظور شده است که کافی نیست و بنابراین گزینه ۳ پاسخ نمی‌باشد.

گزینه ۲: در صورتی که میلگردهای سراسری  $3\varphi 25 = 1473 \text{ mm}^2$  انتخاب شوند، عملاً میلگردهای تقویتی باید تا وسط تیر ادامه یابند. به شکل زیر توجه کنید. اگر وسط تیر  $1400 \text{ mm}^2$  میلگرد لازم باشد، مسلماً اندکی جلوتر  $1500 \text{ mm}^2$  لازم خواهد بود. بنابراین میلگردهای تقویتی تا نزدیکی وسط تیر باید ادامه یابند که غیر اقتصادی خواهد بود



بنابراین باید طراح میلگردهای سراسری را کمی بیشتر از مقدار موردنیاز در وسط تیر منظور کند تا تقویتی‌ها را بتوان عقب تر قطع کرد.

## ۱-۱- ا نوع وصله

- 1- Lapped splice
- 2- Mechanical splice
- 3- Welded splice
- 4- End-bearing splice

## ۴-۲۱-۹ وصله میلگردها

## ۱-۴-۲۱-۹ ضوابط کلی

۱-۴-۲۱-۹ وصله میلگردها به یکدیگر به یکی از چهار طریق (الف) تا (ت) این بند و یا ترکیبی از آنها مجاز است:

الف- وصله پوششی: که با مجاور هم قرار دادن دو میلگرد در قسمتی از طولشان عملی می شود. طولی که دو میلگرد باید در مجاور هم قرار داده شوند، «طول پوشش» نامیده می شود.

ب- وصله جوشی: که با جوش دادن دو میلگرد به یکدیگر انجام می شود.

پ- وصله مکانیکی: که با بکارگیری وسایل مکانیکی خاص حاصل می شود.

ت- وصله اتکایی: که با بر روی هم قرار دادن دو انتهای میلگردهای فشاری عملی می گردد.

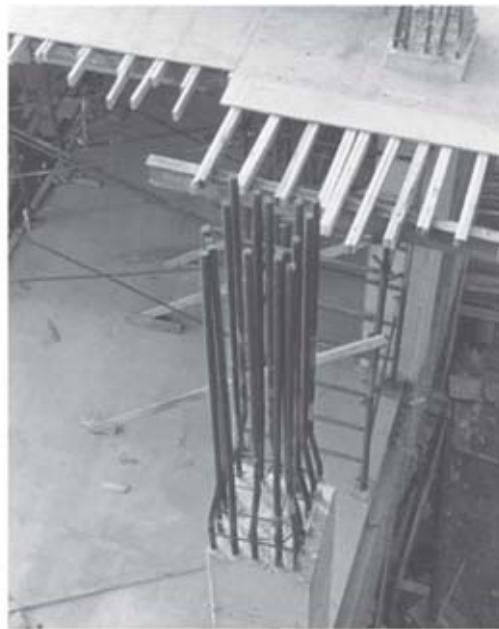


Fig. 11-1  
Tied column under construction. (Photograph courtesy of J. G. MacGregor.)



وصله پوششی تماسی

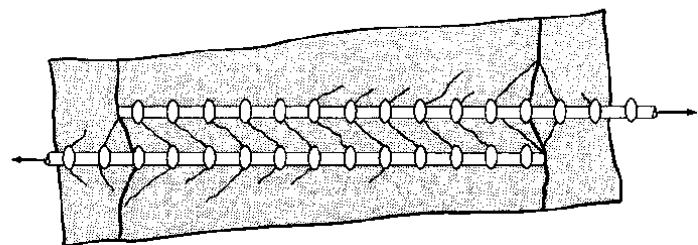
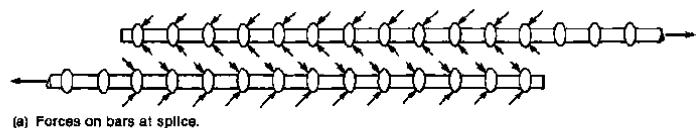
contact lap splices



وصله پوششی غیرتماسی

Noncontact lap splices

نحوه انتقال بار در وصله پوششی به چه صورت می باشد؟



به شکل فوق توجه کنید. در محل وصله نیرو از طریق بتون منتقل می شود. بنابراین در محل وصله تنشهای قابل توجه در بتون ایجاد می شود.

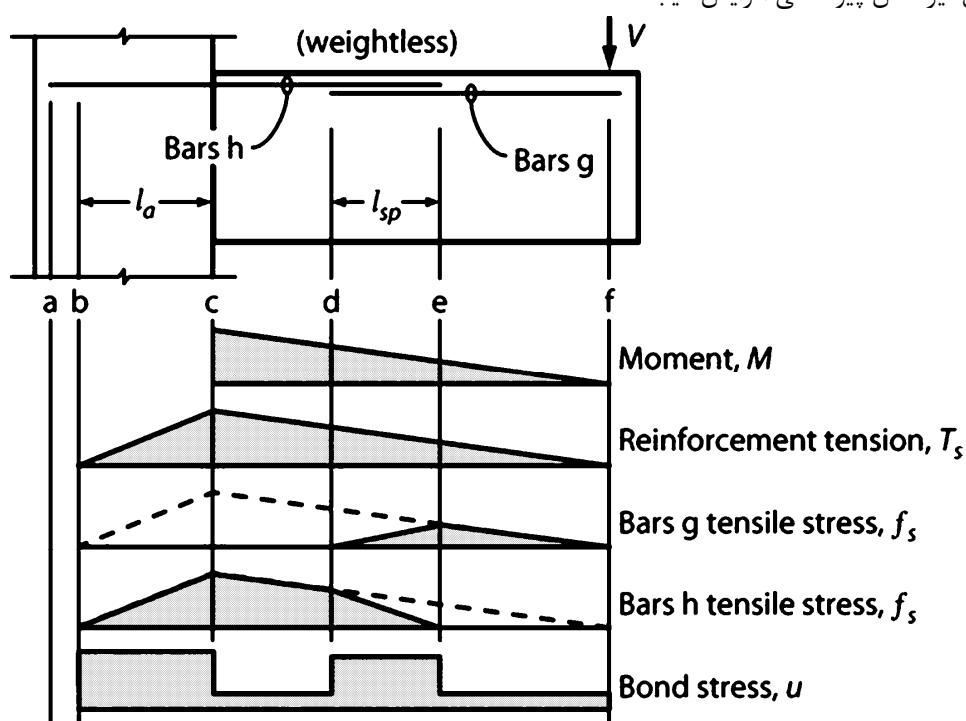
در شکل زیر میلگردهای  $g$  توسط وصله پوششی نیرو را به میلگردهای  $h$  منتقل می کنند.

نیروی کششی میلگردها ( $T_s$ ) به صورت خطی افزایش می یابد.

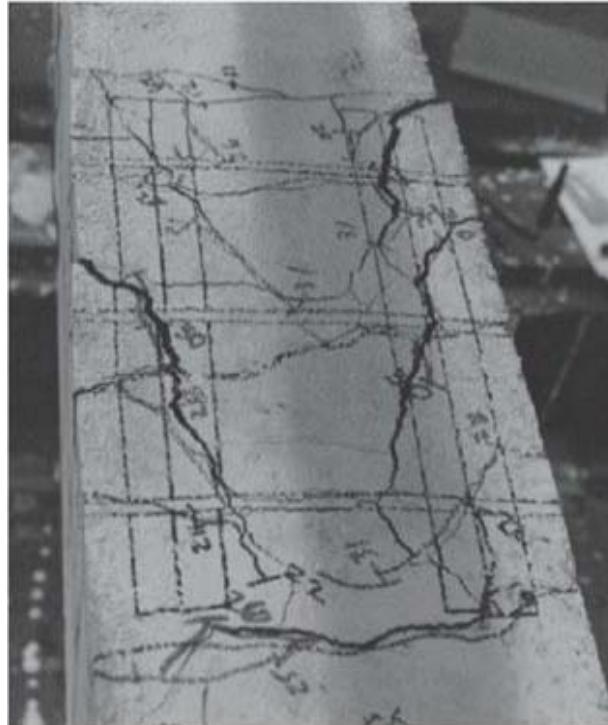
به دیاگرام تنش در میلگردهای  $g$  در طول تیر توجه کنید. در ناحیه وصله تنش در میلگردهای  $g$  به تدریج کاهش میابد.

- به دیاگرام تنش پیوستگی در بتون توجه نمایید. در ناحیه وصله مقدار bond stress افزایش می یابد.

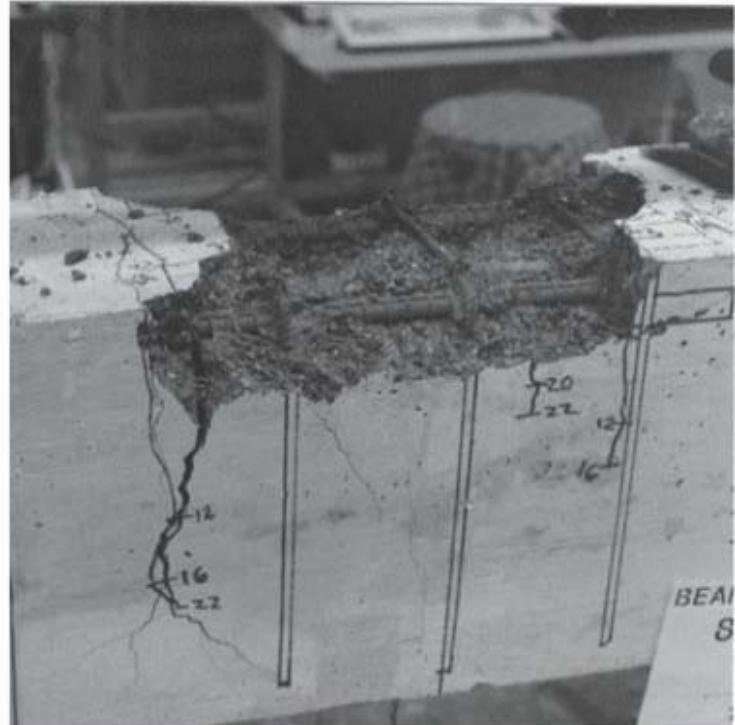
- در محل مهار میلگرد در داخل ستون نیز تنش پیوستگی افزایش میابد.



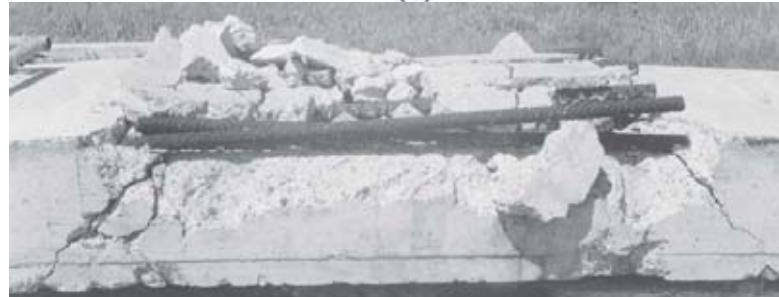
تنشهای پیوستگی در محل وصله می تواند موجب ایجاد ترکهایی در راستای طولی میلگرد ها در محل وصله شود. در صورتی که تنش ها افزایش یابند ممکن است مانند شکل سمت چپ پوشش بتن از بین برود. در این حالت میلگردهای وصله شونده نسبت به هم خواهند لغزید و امکان انتقال نیرو در محل وصله به صورت کامل وجود نخواهد داشت.



(a)



(b)



تأثیر خاموت ها بر رفتار وصله چیست؟

محدودیت قطر آرماتور در وصله پوششی:

۲-۱-۴-۲۱-۹ وصله پوششی، تنها در مورد میلگردهای با قطر کمتر از ۳۶ میلیمتر مجاز می باشد.

### 25.5.1.1 Lap splices shall not be permitted for bars larger than No. 36, except as provided in 25.5.5.3.

حداکثر فاصله عرضی بین دو میلگرد در وصله پوششی "غیر تماسی" چقدر می‌تواند باشد؟

**25.5.1.3** For noncontact splices in flexural members, the transverse center-to-center spacing of spliced bars shall not exceed the lesser of one-fifth the required lap splice length and 150 mm.

**R25.5.1.3** If individual bars in noncontact lap splices are too widely spaced, an unreinforced section is created.

فرض کنید در محل وصله میزان میلگرد موجود بیش از مقدار لازم باشد. آیا می‌توان طول وصله را کمتر از مقدار محاسباتی در نظر گرفت؟

**25.5.1.4** Reduction of development length in accordance with 25.4.10.1 is not permitted in calculating lap splice lengths.

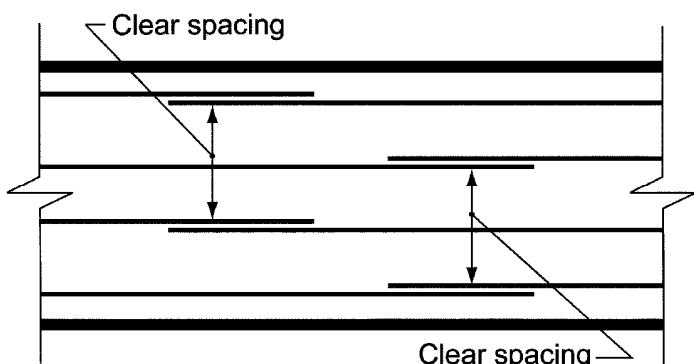
### 25.5.2 Lap splice lengths of deformed bars and deformed wires in tension

**25.5.2.1** Tension lap splice length  $\ell_{st}$  for deformed bars and deformed wires in tension shall be in accordance with Table 25.5.2.1, where  $\ell_d$  shall be in accordance with 25.4.2.1(a).

**Table 25.5.2.1—Lap splice lengths of deformed bars and deformed wires in tension**

$A_{s,provided}/A_{s,required}^{[1]}$ over length of splice	Maximum percent of $A_s$ , spliced within required lap length	Splice type	$\ell_{st}$
$\geq 2.0$	50	Class A	Greater of: $1.0\ell_d$ and 300 mm
	100	Class B	Greater of: $1.3\ell_d$ and 300 mm
< 2.0	All cases	Class B	

[1] Ratio of area of reinforcement provided to area of reinforcement required by analysis at splice location.



**Fig. R25.5.2.1—Clear spacing of lap-spliced bars for determination of  $\ell_d$  for staggered splices.**

محاسبات ۹۳

- طول پوشش لازم برای دو میلگرد  $\Phi 20$  که در یک عضو خمشی با وصله پوششی به هم وصله شده‌اند، برابر ۹۰۰ میلی‌متر می‌باشد. حداکثر فاصله مجاز محور تا محور آن دو میلگرد برحسب میلی‌متر برابر است با:

100 (۴)

180 (۵)

250 (۶)

150 (۱)

گزینه ۱

$$S = \text{Min}\left(\frac{900}{5}, 150\right) = 150 \text{ mm}$$

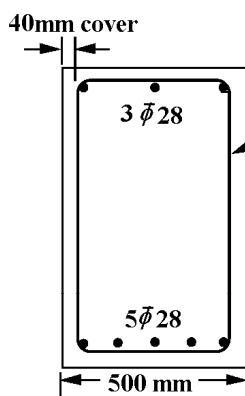
مثال: در تیر زیر طول وصله لازم برای میلگردهای فوقانی و تحتانی را محاسبه نمایید. سازه با شکل پذیری متوسط می باشد..

- عمق موثر تیر برابر  $d=700 \text{ mm}$  می باشد.

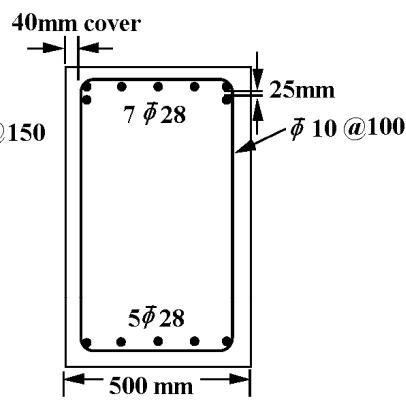
- طول خالص تیر برابر  $7\text{m}$  می باشد.

$$f'_c = 25 \text{ MPa}, F_y = 400 \text{ MPa}, F_{yt} = 300 \text{ MPa}$$

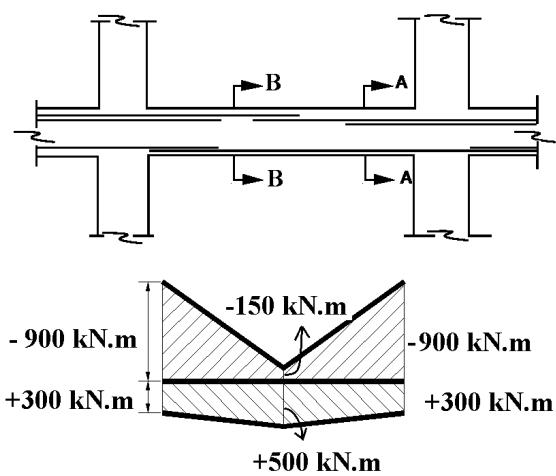
میلگردهای پایین به صورت مرحله ای وصله می شوند، به صورتی که در مرحله اول سه تا از میلگردها و در مرحله دوم ۲ تا از میلگردها وصله می شوند.



Section B-B



Section A-A



Mu

پاسخ:

محاسبه طول مهاری میلگردهای فوقانی در وسط مقطع به روش تقریبی:

$$\text{clear bar space} = \frac{500 - 2 \times (40 + 10) - 3 \times 28}{2} = 158 \text{ mm}$$

$$\text{clear cover} = 40 + 10 = 50 \text{ mm}$$

$$l_d = \frac{1.3F_y}{1.7\lambda\sqrt{f'_c}}d_b = \frac{1.3 \times 400}{1.7 \times 1 \times \sqrt{25}}d_b = 61.17 \times 28 = 1713 \text{ mm}$$

**Table 25.4.2.3—Development length for deformed bars and deformed wires in tension**

Spacing and cover	No. 19 and smaller bars and deformed wires	No. 22 and larger bars
Clear spacing of bars or wires being developed or lap spliced not less than $d_b$ , clear cover at least $d_b$ , and stirrups or ties throughout $\ell_d$ not less than the Code minimum or	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{2.1\lambda\sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7\lambda\sqrt{f'_c}} \right) d_b$
Clear spacing of bars or wires being developed or lap spliced at least $2d_b$ and clear cover at least $d_b$	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{2.1\lambda\sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.7\lambda\sqrt{f'_c}} \right) d_b$
Other cases	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.4\lambda\sqrt{f'_c}} \right) d_b$	$\left( \frac{f_y \Psi_t \Psi_e \Psi_g}{1.1\lambda\sqrt{f'_c}} \right) d_b$

محاسبه طول مهاری میلگردهای فوقانی در وسط مقطع به روش دقیق:

$$\left. \begin{aligned} c &= \text{Min} \left( 64, \frac{500 - 2 \times (64)}{4} \right) = 64 \text{ mm} \\ Ktr &= \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2 \times (\pi \times 5^2)}{150 \times 3} = 13.96 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left( \frac{c + ktr}{d} \right) = 2.78 > 2.5 \rightarrow \text{Use 2.5}$$

$$l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c} \left( \frac{c+ktr}{d} \right)} \times d = \frac{400 \times 1.3 \times 1 \times 1 \times 1}{1.1 \times 1 \times \sqrt{25}(2.5)} \times d = 38 \times d = 1059 \text{ mm}$$

تعیین طول وصله میلگردهای فوقانی:

با توجه به اینکه تمامی میلگردهای سراسری در یک نقطه وصله شده اند، وصله از نوع ClassB می باشد و طول وصله برابر است با:

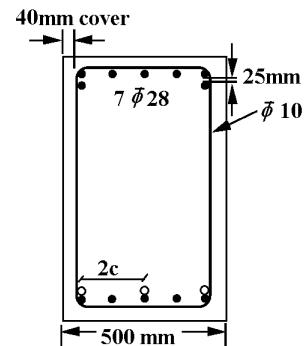
$$\text{روش دقیق} \quad l_{splice} = 1.3l_d = 1.3 \times 1059 = 1376 \text{ mm}$$

$$\text{روش تقریبی} \quad l_{splice} = 1.3l_d = 1.3 \times 1713 = 2227 \text{ mm}$$

محاسبه طول مهاری میلگردهای تحتانی در انتهای تیر در محل وصله ۳ میلگرد به روش دقیق:

$$\left. \begin{aligned} c &= \text{Min} \left( 64, \frac{500 - 2 \times (64)}{4} \right) = 64 \text{ mm} \\ Ktr &= \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2 \times (\pi \times 5^2)}{100 \times 3} = 20.94 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left( \frac{c + ktr}{d} \right) = 3.03 > 2.5 \rightarrow \text{Use 2.5}$$

$$l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c} \left( \frac{c+ktr}{d} \right)} \times d = \frac{400 \times 1 \times 1 \times 1}{1.1 \times 1 \times \sqrt{25}(2.5)} \times d = 29 \times d = 818 \text{ mm}$$



طول وصله میلگردهای تحتانی در انتهای تیر در محل وصله ۳ میلگرد:

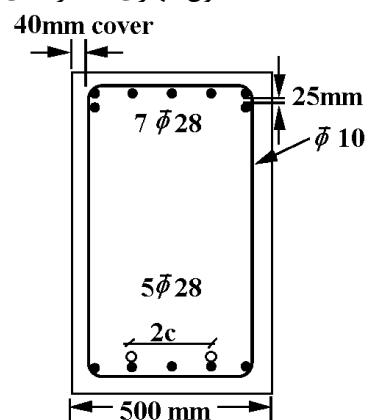
با توجه به اینکه بیش از نصف میلگردهای سراسری در یک نقطه وصله شده اند، وصله از نوع ClassB می باشد و طول وصله برابر است با:

$$\text{روش دقیق} \quad l_{splice} = 1.3l_d = 1.3 \times 818 = 1063 \text{ mm}$$

محاسبه طول مهاری میلگردهای تحتانی در انتهای تیر در محل وصله ۲ میلگرد به روش دقیق:

$$\left. \begin{aligned} c &= \text{Min} \left( 64, \frac{500 - 2 \times (64)}{4} \right) = 64 \text{ mm} \\ Ktr &= \frac{40A_v}{sn} = \frac{40 \times 2 \times (\pi \times 5^2)}{100 \times 2} = 31.4 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left( \frac{c + ktr}{d} \right) = 3.4 > 2.5 \rightarrow \text{Use 2.5}$$

$$l_d = \frac{F_y \Psi_t \Psi_e \Psi_s \Psi_g}{1.1 \lambda \sqrt{f'_c} \left( \frac{c+ktr}{d} \right)} \times d = \frac{400 \times 1 \times 1}{1.1 \times 1 \times \sqrt{25}(2.5)} \times d = 29 \times d = 818 \text{ mm}$$



طول وصله میلگردهای تحتانی در انتهای تیر در محل وصله ۲ میلگرد:

کمتر از نصف میلگردهای سراسری وصله شده اند و اگر مقاومت خمشی تیر در این نقطه بیش از دو برابر لنگر وارد بر تیر باشد، می توان نوع وصله را ClassA فرض کرد. ظرفیت خمشی مثبت در بر تیکه گاه (با صرف نظر از وجود آرماتور خمشی منفی) برابر است با:

$$\varphi M_n = 0.9 A_s F_y (d - 0.5a) = 0.9 \times 3077 \times 400 \times \left( 700 - 0.5 \times \frac{3077 \times 400}{500 \times 0.85 \times 25} \right) = 711286916 N.mm = 711 kN.m$$

لنگر خمشی ناشی از بارهای ضربی دار در انتهای وصله و با فرض اینکه طول وصله برابر ۰.۸۱۸m باشد، برابر است با:

$$M_u = 300 + \frac{0.818}{3.5} \times 200 = 347 kN.m$$

لنگر وارد بر مقطع (347 kN.m) کمتر از نصف مقاومت خمشی مقطع می باشد و بنابراین وصله از نوع ClassA محسوب می شود و طول وصله برابر است با:

$$l_{splice} = l_d = 818 mm \quad \text{روش تقریبی}$$

وصله پوششی دو میلگرد با قطر متفاوت

**25.5.2.2** If bars of different size are lap spliced in tension,  $\ell_{st}$  shall be the greater of  $\ell_d$  of the larger bar and  $\ell_{st}$  of the smaller bar.

وصله پوششی گروه میلگرد

**25.6.1.7** Lap splices of bars in a bundle shall be based on the lap splice length required for individual bars within the bundle, increased in accordance with 25.6.1.5. Individual bar splices within a bundle shall not overlap. Entire bundles shall not be lap spliced.

۳-۷ - وصله اعضای کششی

**25.5.7.4** Splices in tension tie members shall be made with a mechanical or welded splice in accordance with 25.5.7.1. Splices in adjacent bars shall be staggered at least 750 mm.

## ۴-۷ - وصله پوششی میلگرد فشاری (Compression lap splice)

**25.5.5 Lap splice lengths of deformed bars in compression**

**25.5.5.1** Compression lap splice length  $\ell_{sc}$  of No. 36 or smaller deformed bars in compression shall be calculated in accordance with (a) or (b):

- (a) For  $f_y \leq 420 \text{ MPa}$ :  $\ell_{sc}$  is the greater of  $0.071f_y d_b$  and 300 mm
- (b) For  $f_y > 420 \text{ MPa}$ :  $\ell_{sc}$  is the greater of  $(0.13f_y - 24)d_b$  and 300 mm

For  $f'_c < 21 \text{ MPa}$ , the length of lap shall be increased by one-third.

**25.5.5.2** Compression lap splices shall not be used for bars larger than No. 36, except as permitted in 25.5.3.

چرا طول وصله میلگرد فشاری کمتر از طول وصله میلگرد کششی می باشد؟

## ۵-۷ - وصله مکانیکی و جوشی

- وصله مکانیکی یک جایگزین برای وصله پوششی است.
- در مواردی که طول اتصال کم است ممکن است از وصله مکانیکی استفاده شود (برای مثال در مواردی که سازه جدید به یک سازه از قبل ساخته شده وصل می شود).
- در مواردی که تراکم میلگرد بالاست می توان از وصله مکانیکی استفاده کرد (برای مثال در ستونهایی که درصد میلگرد بالایی دارند، در محل وصله تراکم میلگرد بالا خواهد بود).
- در مواردی که قطر میلگرد بیش از ۳۶ میلیمتر است، نمی توان از وصله پوششی استفاده کرد و یک جایگزین می تواند وصله مکانیکی باشد.
- در مواردی ممکن است طول وصله پوششی به حدی زیاد شود که محل وصله در ناحیه غیر مجاز قرار گیرد. در این حالت می توان از وصله مکانیکی استفاده کرد. برای مثال در ستونهای ویژه باید محل وصله خارج از ناحیه بحرانی باشد.
- در اعضای کششی نمی توان از وصله پوششی استفاده کرد و یک جایگزین می تواند وصله مکانیکی باشد.

### **18.2.7 Mechanical splices in special moment frames and special structural walls**

**18.2.7.1** Mechanical splices shall be classified as (a) or (b):

- (a) Type 1 – Mechanical splice conforming to 25.5.7
- (b) Type 2 – Mechanical splice conforming to 25.5.7 and capable of developing the specified tensile strength of the spliced bars

**18.2.7.2** Type 1 mechanical splices shall not be located within a distance equal to twice the member depth from the column or beam face for special moment frames or from critical sections where yielding of the reinforcement is likely to occur as a result of lateral displacements beyond the linear range of behavior. Type 2 mechanical splices shall be permitted at any location, except as noted in 18.9.2.1(c).

**R18.2.7 Mechanical splices in special moment frames and special structural walls**—In a structure undergoing inelastic deformations during an earthquake, the tensile stresses in reinforcement may approach the tensile strength of the reinforcement. The requirements for Type 2 mechanical splices are intended to avoid a splice failure when the reinforcement is subjected to expected stress levels in yielding regions. Type 1 mechanical splices are not required to satisfy the more stringent requirements for Type 2 mechanical splices, and may not be capable of resisting the stress levels expected in yielding regions. The locations of Type 1 mechanical splices are restricted because tensile stresses in reinforcement in yielding regions can exceed the strength requirements of 25.5.7. The restriction on Type 1 mechanical splices applies to all reinforcement resisting earthquake effects, including transverse reinforcement.

Recommended detailing practice would preclude the use of splices in regions of potential yielding in members resisting earthquake effects. If use of mechanical splices in regions of potential yielding cannot be avoided, there should be documentation on the actual strength characteristics of the bars to be spliced, on the force-deformation characteristics of the spliced bar, and on the ability of the Type 2 mechanical splice to be used to meet the specified performance requirements.

Although mechanical splices as defined by 18.2.7 need not be staggered, staggering is encouraged and may be necessary for constructability or provide enough space around the splice for installation or to meet the clear spacing requirements.

**R18.2.7.1** The additional requirement for a Type 2 mechanical splice is intended to result in a mechanical splice capable of sustaining inelastic strains through multiple cycles.

### **25.5.7 Mechanical and welded splices of deformed bars in tension or compression**

**25.5.7.1** A mechanical or welded splice shall develop in tension or compression, as required, at least **1.25f<sub>y</sub>** of the bar.

**18.6.3.3** Lap splices of deformed longitudinal reinforcement shall be permitted if hoop or spiral reinforcement is provided over the lap length. Spacing of the transverse reinforcement enclosing the lap-spliced bars shall not exceed the lesser of  $d/4$  and 100 mm. Lap splices shall not be used in locations (a) through (c):

- (a) Within the joints
- (b) Within a distance of twice the beam depth from the face of the joint
- (c) Within a distance of twice the beam depth from critical sections where flexural yielding is likely to occur as a result of lateral displacements beyond the elastic range of behavior

#### ۴-۲۳-۹ خواص ساختمانی با شکل پذیری زیاد

$$(N_u \leq 0.15 f_{cd} A_g) \quad 1-4-23-9$$

#### ۲-۱-۴-۲۳-۹ آرماتور طولی

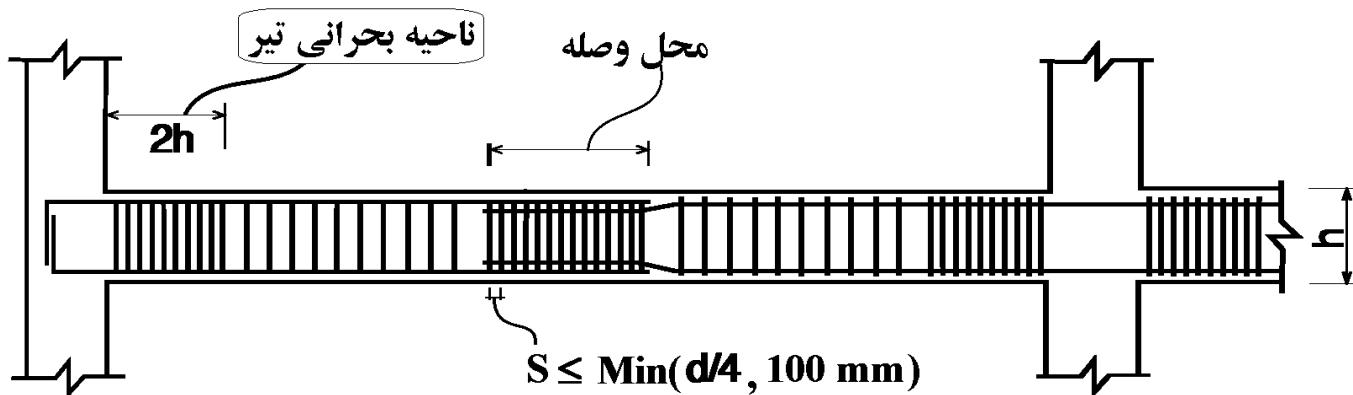
۵-۲-۱-۴-۲۳-۹ استفاده از وصله پوششی در میلگردهای طولی خمشی فقط در شرایطی مجاز است که در تمام طول وصله آرماتور عرضی از نوع تنگ یا دوربیچ موجود باشد. فواصل سفره‌های آرماتور عرضی در برگیرنده وصله از یکدیگر بیشتر از یک‌چهارم ارتفاع مؤثر مقطع و ۱۰۰ میلیمتر اختیار شود.

۶-۱-۴-۲-۱-۴-۲۳-۹ استفاده از وصله پوششی در محل‌های زیر مجاز نیست:

الف- در اتصالات تیرها به ستون‌ها

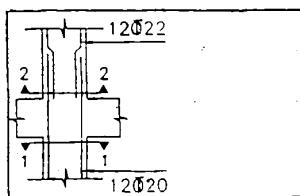
ب- در طولی معادل دو برابر ارتفاع مقطع از بر تکیه‌گاه

۷-۱-۴-۲۱-۹ و ۷-۲-۱-۴-۲۳-۹ وصله‌های جوشی یا مکانیکی مطابق ضوابط بندهای ۶-۱-۴-۲۱-۹ و ۷-۱-۴-۲۱-۹ به شرطی مجاز است که وصله میلگرد در هر سفره میلگرد به صورت یک در میان انجام شود و فاصله وصله‌ها در میلگردهای مجاور یکدیگر در امتداد طول عضو، کمتر از ۶۰۰ میلی‌متر نباشد.



## محاسبات-۸۴- پایه ۲

- ۳۸- نتایج خروجی طراحی یک ستون مقدار فولاد لازم در مقطع ۱-۱  $\Phi 20$  و در مقطع ۲-۲  $\Phi 22$  تعیین کرده است، با توجه به شکل کدام عبارت صحیح است؟



- (۱) میلگردهای پائین باید به  $\Phi 22$  تغییر پیدا کنند.
- (۲) میلگردهای طبقه فوقانی همواره باید کمتر از طبقه پائین باشند.
- (۳) در صورتی که طول وصله بر اساس قطر میلگرد کوچکتر انجام شود ( $\Phi 20$ )، طرح صحیح است.
- (۴) در صورتی که طول وصله بر اساس قطر میلگرد بزرگتر انجام شود ( $\Phi 22$ )، طرح صحیح است.

گزینه ۱

## محاسبات-۹۱

- ۱۳- در مورد وصله پوشش دو میلگرد فشاری با قطرهای ۲۰ و ۲۵ میلیمتر گزینه صحیح‌تر را انتخاب کنید؟

- (۱) طول پوشش برابر کوچکترین دو مقدار طول گیرایی میلگرد  $\Phi 25$  و طول پوشش لازم برای میلگرد  $\Phi 20$  در نظر گرفته می‌شود.
- (۲) طول پوشش برابر بزرگترین دو مقدار طول گیرایی میلگرد  $\Phi 25$  و طول پوشش لازم برای میلگرد  $\Phi 20$  در نظر گرفته می‌شود.
- (۳) طول پوشش فقط براساس طول پوشش میلگرد ۲۵ میلیمتری تعیین می‌گردد.
- (۴) طول پوشش فقط براساس طول گیرایی میلگرد ۲۰ میلیمتری تعیین می‌شود.

گزینه ۲